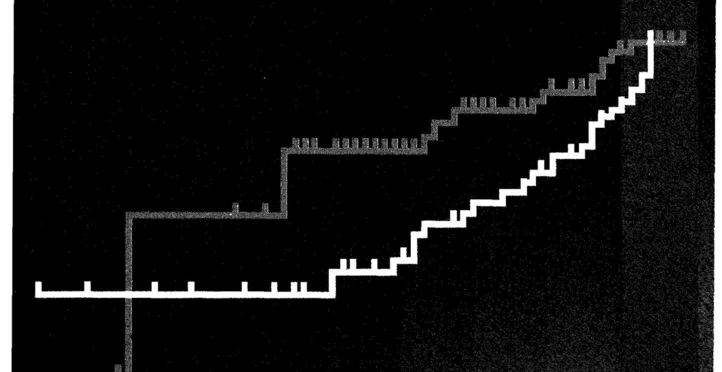


تأليف : MARTIN BLAND

ترجمة : أ. د. أحمد ديب دشاش أ. شفيق ياسين د. وائل الإمام



المدخل إلى الإحصاء الطبي

المنظمة العربية
للتربية والثقافة والعلوم



المركز العربي
للتعريب والترجمة والتأليف والنشر

المدخل إلى
الإحصاء الطبي

إهـــــــداء ٢٠٠٨
المركز العربى للتعريب والترجمة والتاليف والنشر
الجمهورية العربية السورية

المدخل إلى
الإحصاء الطبي

تأليف
Martin Bland

ترجمة
أ.د. أحمد ديب دشاش   أ. شفيق ياسين
د. وائل الإمام

مراجعة
أ.د. محمد صبح

دمشق   2000

An Introduction to Medical Statistics, *2nd ed.*

Martin Bland

This translation of An Introduction to Medical Statistics: Second Edition *originally published in English in 1995 is published by arrangement with Oxford University Press.*

هذه ترجمة كتاب: An Introduction to Medical Statistics – الطبعة الثانية الصادر أصلاً باللغة الإنكليزية في عام 1995، وقد نشرت بالعربية بناء على اتفاق مبرم مع Oxford University Press

المدخل إلى الإحصاء الطبي

ترجمة: أ.د. أحمد ديب دشاش و أ. شفيق ياسين و د. وائل الإمام

المركز العربي للتعريب والترجمة والتأليف والنشر بدمشق

ص.ب: 3752 ــ دمشق ــ الجمهورية العربية السورية

هاتف: 3334876 11 963 + ــ فاكس: 3330998

E-mail: acatap@net.sy

Web Site: www.acatap.htmlplanet.com

مقدمة الطبعة الثانية

هذا كتاب مدرسي في الأحصاء مخصص لطلاب العلوم الطبية، أطباء، وَباحثين طبيين، وغيرهم من المهتمين بالمعطيات الطبية. يوضح هذا الكتاب المفاهيم الأساسية لتصميم دراسة ما، ولجمع المعطيات وتحليلها من خلال أمثلة وشروحات. ولأولئك الذين يودون التعمق أكثر في فهمهم، فقد أعطيت بعض الخلفيات الرياضية والتقنيات الموصوفة أيضاً، ومعظمها كملاحق للفصول أكثر منها في النص الرئيسي.

تغطي المادة العلمية لهذا الكتاب مجمل العمل الإحصائي الذي يتطلبه فصل دراسي في الإحصاء الطبي وما تحتاجه امتحانات معظم كليات الطب الملكية. فهو يشمل تصميم التجارب السريرية والدراسات الوبائية، وجمع المعطيات وعرضها وتلخيصها، الاحتمال، والتوزيع الحداني، والطبيعي، وتوزيع بواسون، وستيودنت t وكاي مربع، والخطأ المعياري، ومجالات الثقة، واختبارات الاعتداد، ومقارنة المتوسطات للعينات الكبيرة والصغيرة، استعمال التحويلات الرياضية للمعطيات المدروسة، الانكفاء والارتباط، الطرائق المبنية على الرتب، الجداول الاحتمالية، أخطاء القياس، المجالات المرجعية، معطيات الوفيات، الإحصاء الحيوي، وكيفية اختيار الطريقة الإحصائية.

عندما قمت بكتابة الطبعة الأولى من هذا الكتاب، كانت الحواسيب قادرة على القيام بالتحاليل الإحصائية للأبحاث الطبية بسهولة والتي كانت صعبة جداً بدونها. ونتيجة لذلك فقد امتلأت المجلات بالدراسات النظرية للانكفاء المتعدد وبعض التقنيات المشابهة. ولذلك فقد أضفت فصلاً عن هذه التقنيات المتعددة العوامل والتي تتضمن طرق الانكفاء المتعدد،

الانكفاء اللوجستـــي النظري (logistic regression) وانكفاء كوكس (Cox regression) ويبدو فيها التحليل العالي أكثر ملاءمة. وقد أضفت أيضاً بعض الفقرات حول مواضيع أخرى مثل، المعطيات التسلسلية وتحليل التباين والمقارنات المتعددة، الارتباط في حال وجود مشاهدات متكررة، معدلات الأرجحية، الأخطار النسبية، اختبارات جودة الملائمة، واختبار لوغاريتم ـــ الرتب. وجمعت في فصل واحد كيف يمكن تحديد حجم العينة. وقد حذفت من هذه الطبعة المادة القديمة لأتيح للمادة الجديدة ولبعض التمارين بالظهور.

يهتم هذا الكتاب بشكل أساسي بالمعطيات الطبية وخاصة بالأبحاث المتعلقة بها وكذلك بتفسير نتائج الحسابات من خلال قالبها الطبـــي. قد نرى بعض الأحيان أمثلة غير طبية هدفها إيضاح طرائق الحساب، بينما جميع المعطيات في الأمثلة والتمارين حقيقية ومأخوذة من الواقع سواء كانت من خلال بحوثي الطبية الخاصة أو من أدبيات الدراسات الطبية.

يوجد نوعان من التمارين. حيث يحوي كل فصل على مجموعة من الأسئلة ذات الاختيار من متعدد (Multiple choice) من نوع صح أو خطأ. ويمكن لهذه الأسئلة أن تغطي معظم المادة العلمية بفترة قصيرة ولذلك تعتبر وسيلة جيدة للمراجعة. وبما أن طرق الاختيار من متعدد مستعملة بشكل واسع في الدراسات العليا فإنها مفيدة جداً لتحضير الزمالات الطبية أيضاً. يحوي الكتاب على حلول لهذه الأسئلة مع شروحات تفصيلية لمعظم الأجوبة. كما يحوي كل فصل أيضاً على تمرين طويل. وبالرغم من أن هذه التمارين تتضمن حسابات، فقد حاولت أن أتجنب زج الأشكال في الصيغ الرياضية. ولا تحوي هذه التمارين تطبيقات التقنيات الاحصائية فقط بل إنها تتضمن تفسير النتائج في ضوء أصول المعطيات.

أود شكر العديد من الأشخاص الذين ساهموا في إعداد هذا الكتاب. أولاً، أوجه أمتنانـــي لجميع طلاب الطب والأطباء والباحثين والممرضات الذين قد درستهم والذين تعلمت منهم الكثير. ثانياً، يحوي الكتاب على العديد من الأمثلة المأخوذة من الأبحاث والتـــي هي نتاج علمي لإحصائيين آخرين، وأطباء وبائيين و باحثين اجتماعيين، وأخص منهم بالذكر دوغلاس ألتمان (Douglas Altman)، روس أندرسون (Ross Anderson)، مايك بانكـــس (Mike Banks) بيولاه بيولـــي (Beulah Bewley) وولتر هولانـــد

(Walter Holland). وإن هذه الدراسات ما كان لها أن تنجز دون مساعدة كل من باتشي بيلي (Patsy Bailey) وبوب هاريس (Bob Harris) ربيكا ماك نير (Rebecca McNair)، جـانيت بياكوك (Janet Peacock) سواتـي باتيل (Swatee Patel) وَ فيرجينيا بولارد (Virginia Pollard). ثالثاً، أتوجه بالشكر للأطباء السريرين والباحثين الذي تعاونت معهم أو الذين جاؤوا إلي للمشورة الاحصائية فلم يعلموني المعطيات الطبية فحسب، ولكن كثيراً منهم تركوا لـي هذه المطيات التي اسـتخدمتها هنـا وأخص منهم نائب السـعدي (Naib Al-Saady)، توماس بيولـي (Thamas Bewley)، نيغل براون (Nigel Brown)، بيتر فيش (Peter Fish)، كالورين فلينت (Caroline Flint)، نيك هول (Nick Hall)، تيس هانيـد (Tessi Hanid)، ميكائيـل هـوت (Michael Hutt) رياض جسـراوي (Riahd Jasrawi)، أيـان جواهنسـون (Ian Jahnston)، مويـس كيمبـوا (Moses Kipembwa)، بام لوترا (Pam Luthra) هوغ مازير (Hugh Mather)، دام موغدال (Daran Maugdal)، دوغلاس ماكسويل (Douglas Maxwell)، شارلز موتوكا (Charles Mutoka)، يتم نورثفيلد (Tim Northfield)، بول ريشاردسون (Powl Richardson) وَ ألبيرتو سـميث (Alberto Smith). وأنا ممتن بشـكل خاص لـ جـون مورغـان (John Morgan) إذ أن الفصل 16 بنـي جزئياً على عمله. وتمت طباعة الصفحات من قبل سيو ناش (Sue Nash)، سيو فيشر (Sue Fisher)، سوزان هاردينغ (Susan Harding) شيلا سكيب (Sheilah Skipp)ومن قبلي شخصياً. وقد تمت قراءة النسخة الأولى من هذا الكتاب من فبل دافيد جونز (David Jones)، دوغلاس ألتمان (Douglas Altman)، روبن بريسكوت (Robin Prescott)، كليم مال يرسون (Klim McPherson) وستيورات بوكوك (Stuart Pocock). لقد أصلحت العديد من الأخطاء في الطبعة الأولى وأني ممتن للزملاء الذين أظهروا لي هذه الأخطاء وأخص بالشكر دانيل هيلتجان (Daniel Heitjan) وأشكر أيضاً دوغلاس ألتمان وجانيت بياكوك الذين قرأا النسخة الأخيرة. لقد جعلت ملاحظاهم هذا الكتاب أفضل مما كان عليه وإن جميع الأخطاء الموجودة فيه تعود لي. شكري الخاص لرئيس قسمي روس أندرسون للتشجيع المستمر لي وللكادر الموجود بمطبعة جامعة أكسفورد. وكل الشكر لبولين بلاند (Pauline Bland) لتشجيعها لي وثقتها غير المحدودة.

الموجود بمطبعة جامعة أكسفورد. وكل الشكر لبولين بلاند (Pauline Bland) لتشجيعها لي وثقتها غير المحدودة.

تمت طباعة هذا الكتاب عن طريق محرر النصوص LATEX ولذلك فإن أي خطأ فيه يعود بشكل نهائي لي وتم رسم واختطاط الأشكال عن طريق البرنامج الإحصائي Stata.

M.B. لندن، آب 1994

المحتويات

المصطلحات

نثبت فيما يلي بعض المصطلحات الواردة في هذا الكتاب مع شروحها ليسهل على القارئ التعامل معها.

المصطلح بالعربية	المصطلح بالانكليزية
حداني: نسبة إلى المثنى "حدان"	Bimomial
الحالة قيد الدراسة (المريض)	Case
(أترابية) مجموعة من الأشخاص الذين يشتركون في تجربة حياتية واحدة خلال فترة معينة، وأكثر ما تطلق على مجموعة ذات عمر واحد	Cohort
جدولة التقاطعات: تصنيف لتقاطعات عدة مجموعات ذات صفات مختلفة، بحيث تجمع كل حجرة من الجدول عدد الحالات المشتركة بين صفتين منها.	Cross-tabluation
إثنانـي: نسبة إلى المثنى "اثنان" يطلق مصطلح "إثنانـي" على المتغير الذي يصف أحد وضعين فقط مريض أو غير مريض	Dichotomous
أخرس: يطلق على الدليل الذي يأخذ قيمة ثابتة عندما تتغير الأدلة الأخرى. فالدليل i في متتالية الرموز: a_{i1}، a_{i2}، a_{i3}، ...، a_{ij} يدعى دليلاً أخرساً	Dummy
مرسَّم	Graph
لوغاريتم الأرجحية	Log (odds)
المتوسط الحسابي	Mean

Median	الناصف، الوسط
Mode	الدارج، المنوال
Odds	الأرجحية وهي النسبة p/q
	حيث p احتمال النجاح وq احتمال الفشل في تجربة احتمالية
One-way analysis	التحليل وحيد التصنيف
Outcome	الناتج
Parameter	الوسيط: هو كل ثابت الذي يصف المجتمع
Placebo	الغفل: أي ما يعطى للمريض من مواد غير دوائية وإيهامه بأنه يتناول دواءً
Predictor	المتغير المُنبئ، أي المتغير المستقل x
Quantile	الكُميم: تصغير كم. وهي القيمة التي يقع دونها نسبة معينة من المعطيات المرتبة تصاعدياً
Relative risk	الخطورة النسبية

$$\text{الخطورة النسبية لمرض معين} = \frac{\text{معدل الإصابة بمرض ما بين المعرَّضين له}}{\text{معدل الإصابة به بين غير المعرضين له}}$$

Statistic	الإحصائية: هي القيمة العددية التي تصف عينة ما مثل متوسط العينة $\bar{x}$، الانحراف المعياري لها s
Subject	المُختَبر: الشخص الذي نجري عليه الاختبار
Two-way analysis	التحليل ثنائي التصنيف

الفصل الأول

المقدمة Introduction

1.1 الإحصاء والطب Statistics and medicine

إن عبارة "الإحصاء" تعنـــي لغوياً كمّاً من المعطيات العددية. أما الإحصاء كمصطلح أكاديمي فيعنـــي علم تجميع المعطيات العددية وتفسيرها. وفي الطب السريري خاصة، تستخدم الطرائق الإحصائية لتعيين دقة القياسات ومقارنة نواتج الطرائق المختلفة، وتقويم الاختبارات التشخيصية، وتعيين قيم الثوابت الحيوية النظامية، ومناظرة المرضى. وفي إدارة الخدمات الطبية ينصّب الاهتمام على أشياء مثل استعمال الأسرَّة، ومعدل الوفيات حوالي الولادة. كما يستخدم الإحصاء في الأبحاث عامة، والطبية منها خاصة. ويولي هذا الكتاب اهتمامه في المجال التطبيقي بشكل رئيسي. ولا يعنـــي أن الكتاب مخصص للباحث فقط، فالعاملون في حقل الطب السريري مولعون بالأبحاث، ولكن كثيراً من الأطباء لا يحاولون ذلك. وما يفعله جميع الأطباء تقريباً، هو الاستفادة من نتائج الأبحاث الطبية، عندما يصفون دواء جديداً لمريض أو يقدمون نصيحة ما له كالإقلاع عن التدخين مثلاً. وكيما يتمكن الأطباء أن يتمثلوا نتائج هذا الكم الهائل من الأبحاث التـــي تصب في المجلات الطبية، عليهم أن يتعلموا شيئاً عن الطرائق التـــي تصمم وفقها هذه الدراسات وكيف تجمع المعطيات وتحلل وتفسر وهو ما يرمي إليه هذا الكتاب.

في العقود الثلاثة الأخيرة أصبحت الأبحاث الطبية تتعامل بجدية مع طرائق الاستدلال الإحصائي، فقد أضحت الأعمال المنشورة في المجلات الطبية مفعمة بالمصطلحات ونتائج

الحسابات الإحصائية. هذا القبول للإحصاء رغم أنه يشبع فضول الإحصائيين من الأطباء السريريين، يمكن أن يذهب أبعد من ذلك. وقد ذكرت للزملاء أكثر من مرة، ليس المهم أن أبرهن أن هذا الفرق موجود، إذ أن أي واحد يمكن أن يراه، ولكن ما أريد أن أقول، ليس باستطاعة الزميل أن ينشر بحثه دون أن يشفعه بقيمة P السحرية.

ويمكنني القول إن الإحصاء لم يصبح حتى الآن مألوفاً في المهن الطبية. لقد استخدمت الطرائق الإحصائية لأول مرة في الأبحاث الطبية في القرن التاسع عشر من قبل باحثين مثل (Pierr – Charles وAlexander Louis وWilliam Farr وJohn Snow). فدراسات Snow لأشكال انتقال مرض "الكوليرا" مثلاً اعتمدت طرائق علم الأوبئة التي ما تزال تقدم بعض الإسهامات في هذا المجال. وبالرغم من أعمال هؤلاء الرواد، لم تستخدم الطرائق الإحصائية على نطاق واسع في الطب السريري حتى منتصف القرن العشرين، حيث أخذت طرائق التحليل الإحصائية والتجريبية العشوائية المبنية على نظرية الاعتيان التي طورها (Fisher) وآخرون، تستخدم في الأبحاث الطبية وخاصة من قبل (Hill). وقد أفرزت الأبحاث الطبية عديداً من المسائل الجديدة في تصميم التجارب وفي تحليلها على السواء. وقد أجريت كثير من الأبحاث منذ تصدى الإحصائيون السريريون والوبائيون لحل هذه المسائل.

ومع أنه قد حصل تقدم ملموس في هذه الحقول كما في تصميم التجارب السريرية، فثمة أمور كثيرة يجب عملها لتطوير طرائق البحث في الدراسات الطبية. وهذا ما يحدث فعلاً، ففي مشاريع الأبحاث توجد دائماً أشياء لم يسبق عملها من قبل وفي هذه الحالات نرتكب أخطاء. فليس ثمة بحث يمكن أن يكون كاملاً، إذ يوجد على الدوام شيء ما يجب أن يعاد النظر فيه. وبالإضافة لذلك فإننا غالباً ما نتعلم من أخطاء الدراسة أشياء عن طرائق البحث، ولهذا السبب فقد عرضنا في هذا الكتاب أعمالاً لباحثين نوضح فيها المسائل التي قادتهم تصميماتهم ودراساتهم إليها. لا أرغب أن ألمّح أن هؤلاء الناس عرضة للخطأ أكثر من الآخرين، أو أقول أن أعمالهم ليست بذات قيمة ولا تؤخذ مأخذ الجد، وإنما أريد أن أتعلم من معاناتهم في التعامل مع الأمور الصعبة، محاولاً نشر معرفتنا ليتسنى للباحثين والمستثمرين للأبحاث أن يتجنبوا هذه الهنات الخاصة في المستقبل.

2.1 الإحصاء والرياضيات Statistics and mathematics

لعل الكثير لا يُقبل على دراسة الإحصاء، خشية أن يغرقوا في خضم الرياضيات. فمعظم العاملين في الإحصاء هم في الحقيقة من الرياضيين، ولكن ليسوا جميعاً كذلك فهناك العديد منهم لديهم المقدرة على تطبيق الإحصاء في الحقول التـي يعملون فيها. ربما كان من غير المفيد كثيراً دراسـة الجانب النظري في الإحصاء دون الاهتمام بتطبيقاته. وحسب تعبير (Huff 1954) يمكن أن يدرس الإحصاء دون استخدام أية رياضيات تذكر.

إن العلاقات الإحصائية المذكورة في هذا الكتاب يمكن أن تفهم وتطبق بالاستعانة بالجبر البسيط فقط. ويعد الجبر وحده أساسياً لتفسير معظم المفاهيم الهامة الواردة في النصوص الرئيسية فيه. وهذا يعنـي أن النتائج النظرية المختلفة المستخدمة قد سِيقت دون دراسة الأسس الرياضية لها، وإنما فعلنا هذا عندما لا يساعد استخراج هذه النتائج كثيراً في فهم التطبيقات، إذ أن إيراد التعليلات ليست بذات أهمية لكثير من القراء. أما من لا يثق بهذه النتائج فبإمكانه أن يعود إلى الملاحق التـي أثبتت فيها بعض البراهين الرياضية البسيطة. وقد صممت هذه الملاحق لمساعدة الذين يرغبون في الاستزادة من المادة الرياضية، ويمكن لأولئك الذين لا يجدون في الرياضيات إلا عاملاً للتشويش أن يتخطوها.

3.1 الإحصاء والحوسبة Statistics and computing

يحتاج الإحصاء العملي لكثير من الحسابات. فعندما طُورت طرائق الإحصاء الاستدلالي في بداية النصف الثانـي من القرن العشرين كانت الحسابات تجري بالوسائل البدائية القلم والورقة، والجداول وفي أفضل الظروف، تستخدم الآلات الحاسبة الآلية. وقد كانت الكتب القديمة في الإحصاء تستهلك صفحات كثيرة في تفصيلات الحسابات. إن تطور الحواسيب الرقمية قد أحدث تغييرات هامة في الإحصاء، كما في كثير من الحقول الأخرى. ومن الممكن الآن إجراء الحسابات بسرعة وسهولة ودقة بآلات مختلفة تبدأ بحاسبات الجيب التـي تعطينا التوابع الإحصائية (الإحصائيات) حتـى الحواسيب ذات الطاقات العالية التـي تحلل المعطيات لآلاف من الموضوعات. لذا لا حاجة بنا أن نفصِّل كثيراً في آليات الحسابات، وإنما

نقصر اهتمامنا على معرفة لماذا تجرى هذه الحسابات، وماذا تعنـــي نتائجها حقيقة. وليس المحذور في عصر الحاسوب، أن تنجز الحسابات المعقدة بصورة خاطئة، وإنما أن تطبق الطرائق الإحصائية المعقدة دون معرفة ماذا تعنـــي مُخرجات الحاسوب. لقد قابلت أكثر من مرة باحثاً يحمل رزمة من الأوراق الحاسوبية بثخن بوصتين وهو يتسائل ماذا يعنـــي كل هذا، وللأسف، يكون الجواب غالباً "شجرة أخرى ذبلت دون فائدة".

ومما لا شك فيه أن الحواسيب مفيدة جداً في الإحصاء، فالحسابات التـــي كانت تستغرق أياماً في ما مضى، يمكن أن تجرى اليوم بدقائق معدودة. وقد أجريت الحسابات في هذا الكتاب بالاستعانة بالحاسوب، كما أعدت المرسَّمات بالاستعانة به أيضاً. إن الانتشار الواسع للحواسيب، يعنـــي مزيداً من الحسابات ستجرى وتنشر أكثر من ذي قبل، كما أن فرص تطبيق طرائق إحصائية غير ملائمة ستزداد أيضاً، وسوء استخدام الحاسوب يعود جزئياً لأن الناس ينظرون إلى تحليل معطياتهم كمسائل حاسوبية وليس كمسائل إحصائية، ويلتمسون النصائح من خبراء الحاسوب أكثر من الاحصائيين، وهم يتلقون غالباً نصائح معينة حول طريقة العمل، ولكنهم يتلقون نصائح أقل حول ماذا يفعلون ولماذا يفعلون وكيف يفسرون النتائج بعد ذلك. وأهم من هذا كله أن يعرف الأطباء والمستثمرون للأبحاث شيئاً ما عن استخدام التقنيات الإحصائية، وحدود هذا الاستخدام.

4.1 أُفق هذا الكتاب The scope of this book

يُعد هذا الكتاب مدخلاً لدراسة بعض الأفكار الإحصائية الهامة في الطب، ورغم أنه لا يقدم للباحث جميع ما يحتاج إليه للقيام ببحث طبـــي. ولكنه عندما يستوعب الأفكار العامة التـــي نوقشت فيه، يصبح من السهل عليه تعلم تقنيات التحليل الإحصائي التـــي يتطلبها البحث. ثمـــة أعمـــال ممتـــازة عديـــدة تعالـــج حلولاً لمســـائل في تحليل المعطيـــات لــــ (Armitage وBerry 1987، Snedecon وCochran 1980، Altman 1991) كما توجد كتب تخصصية أخرى يمكن الرجوع إليها حيثما تطلب الأمر ذلك.

وكل ما آمله أن يقدم هذا الكتاب أفكاراً إحصائية مفهومة تستخدم في الطب لتمكّن الطبيب من قراءة الأدبيات الطبية بكفاءة وبمقدرة نقدية، كما يوفر لطلاب المرحلة الجامعية

الأولى في الطب فصلاً دراسياً وافياً في الإحصاء. وهذا الكتاب مثله مثل معظم الكتب المدرسية، يحوي في نهاية كل فصل من فصوله مجموعة من التمارين تهدف إلى تقويم فهم الطلاب للمادة العلمية التـــي يتضمنها.

وبعض هذه التمارين من نموذج الأسئلة ذات الاختيار من متعدد لرفع السأم والضجر عن الدارس، كما يوجد تمرين طويل لكل فصل، يحتاج لعمليات حسابية. وحيثما اقتضى الحساب مزيداً من الجهود، قدمت النتائج جاهزة، مما ييسِّر على الطالب حل هذه التمارين بسرعة، ولذا أنصحه أن يحاول حلها. وقد أعطيت الحلول في نهاية الكتاب، وكان الحل كاملاً فيما يخص التمارين الطويلة، أما الأسئلة ذات الاختيار من متعدد فقد ذُيِّلت، بالإضافة إلى أجوبتها، بملاحظات موجزة ترجعها إلى الفقرات الشارحة لها في الكتاب. ومن يرغب بمزيد من المسائل يُنصح بالعودة إلى (1979 Osborn).

وأخيراً فإن السؤال الذي يطرحه الكثير من طلاب الطب الذين يعانون من الإحصاء هو: هل يستحق الاحصاء كل هذا الجهد ؟ ولعلنا نجد الجواب عند (1982 Altman) الذي يقول إن العمل الإحصائي الرديء يقود إلى بحث رديء، والبحث الرديء هو عمل لا أخلاقي. ليس لأنه يعطي نتائج مضللة، يترتب عليها أن نتخلى عن المداواة الجيدة ونتبنـــى مداواة رديئة، ولكنه يعنـــي أن المرضى يمكن أن يتعرضوا لمعالجات جديدة مؤذية بدون أي مسوغ. فخلال عشر سنوات، كثير من الأفكار عن أسباب الأمراض والوقاية منها قد أهملت، وكثير من المعالجات قد استعيض عنها بمعالجات جديدة، وظهرت نظريات حديثة مدعومة ببحوث ومعطيات من النوع الموجود في هذا الكتاب. ومن المحتمل تقديم كثير من المسائل أثناء الشروح، وعلى الطبيب أن يقرر ماذا سيصف للمريض أو بماذا ينصحه معتمداً على هذه الدراسات. وهكذا فإن معرفة الإحصاء الطبـــي هو واحد من الأشياء المفيدة جداً المطلوبة من أي طبيب أثناء تدريبه.

الفصل الثانـــي

تصميم التجارب The Design of Experiments

1.2 مقارنة المعالجات Comparing Treatment

يوجد نموذجان رئيسان في دراسة الأبحاث الطبية، النموذج الرقابـــي (Observational) والنموذج التجريبـــي (Experimental). ففي الدراسات الرقابية نراقب مظاهر وضع قائم كما في حالة المسح الإحصائي أو في دراسة الحالات السريرية، ثم نحاول أن نفسر المعطيات لتقديم تعليل لكيفية تشكل الوضع المراقَب. أما في الدراسات التجريبية، فنقوم بعمل ما، كإعطاء دواء مثلاً ثم نراقب نتيجة هذا العمل. يهتم هذا الفصل بالطريقة التـــي يستخدم فيها التفكير الإحصائي في تصميم التجارب وخاصة تجارب المقارنة حيث نرغب بدراسة الفروق بين التأثيرات الناشئة عن معالجتين أو أكثر. ويمكن أن تُجرى هذه التجارب في المخبر على الحيوانات، أو على المرضى المتطوعين في المشافي أو في المجتمع، أو في تجارب المداخلات الوقائية على الناس الأصحاء بعامة. نسمي تجارب المعالجات المطبقة على الإنسان **تجارب سريرية**. ولا تختلف القواعد العامة في تصميم التجارب بالرغم من وجود بعض الاحتياطات التـــي يجب أن تؤخذ في الحسبان عندما تطبق التجارب على عينات بشرية. وبما أن هذه التجارب أكثر من تهم الأطباء السريريين لذلك ستتناول المناقشات هؤلاء الأطباء بخاصة. نفرض الآن أننا نريد أن نعرف فيما إذا كانت المعالجة الجديدة أشد تأثيراً من المعالجة المعتمدة حالياً يمكننا أن نحقق ذلك بعدد من الطرائق.

الجدول 2.2 : تحليل الفرق في البُقيا لأزواج المرضى المصابين بسكتة (Christie, 1979)

	مفرس في 1978		غير مفرس في 1978	
الأزواج في عام 1978 أفضل منها في 1974	9	(%13)	34	(%38)
الأزواج لها النتائج نفسها	18	(%62)	38	(%43)
الأزواج في عام 1978 أسوء منها في 1974	2	(%7)	17	(%19)

آ - يمكننا مقارنة نتائج المعالجة الجديدة على المرضى الجدد مع النتائج المسجلة مسبقاً باستخدام المعالجة القديمة. ولكن هذا نادراً ما يكون مقنعاً، لأنه يمكن أن توجد فروق كبيرة بين المرضى الذين يتلقون المعالجة القديمة والمرضى الذين يتلقون المعالجة الجديدة. وبمرور الزمن يمكن للمجتمع الذي جاءت منه المرضى أن يصبح صحياً، كما يمكن أن تتحسن الخدمات الطبية فيه. حتـــى أن طبيعة المريض نفسه يمكن أن تتغير. هذه العوامل يمكن أن تؤدي إلى تغير في استجابات المرضى الظاهرية للمعالجة. فقد بين Christie) (1979 ذلك بدراسة البُقيا (Survival) للمرضـــى الذين أصيبوا بســـكتة في عام 1978 بعد إدخـــال مفراس الرأس (C-T Scanner) مقارنة مع أولئك الذين عولجوا عام 1974. أخذ كريستـــي (Christie)سجلات مجموعة من المرضى عولجوا عام 1978، وأخذت لهم تفريسة C-T Scan حينها، وقارن كلاً منهم مع مريض عولج عام 1974 له العمر نفسه والتشخيص ومستوى الوعي عند القبول. وكما يبين العمود الأول من الجدول (1.2) فإن مرضى 1978 قد أظهروا بوضوح بُقيا أفضل من أمثالهم عام 1974. فالمريض المفرَّس عام 1978 أظهر تحسناً أكبر من مثيله غير المفرس عام 1974 في 31% من الأزواج، بينما تحسن مرضى 1974 غير المفرسين أكثر من المرضى الذين تفرسوا 1978 بنسبة 7% فقط من الأزواج. من جهة ثانية فقد قارن أيضاً بين البُقيا في المرضى الذين لم تؤخذ لهم تفريسة C-T عام 1978 وبين المرضى عام 1974، فقد أظهر هؤلاء المرضى تحسناً ملحوظاً في البُقيا خلال الفترة من 1974 حتـــى 1978، كما يشير الجدول (1.2). وقد أظهر مرضى 1978 تحسناً في 38% من الأزواج، بينما أظهر مرضى 1974 تحسناً في 19% فقط من الأزواج. وهذا يدل على وجود تحسن عام في النتائج خلال فترة زمنية قصيرة. وإذا لم يكن لدينا معطيات تتعلق بالمرضى غير المفرسين عام 1978 لأغرانا ذلك أن نفسر هذه المعطيات كدليل على فعالية مفراس C-T. إن مثل هذه المجموعة الشاهدة

التاريخية نادراً ما تقنع، وترجح فيها عادة المعالجة الجديدة. ونحتاج لمقارنة المعالجة القديمة والجديدة بشكل متزامن.

ب - يمكننا أن نطلب من أشخاص أن يتطوعوا للمعالجة الجديدة، وتعطى المعالجة المعتمدة لأولئك الذين يرفضون التطوع. والصعوبة تكمن هنا أنه من المحتمل أن يختلف المتطوعون عن غير المتطوعين من أوجه متعددة بصرف الظر عن المعالجة التي تعطى لهم. وسنقدم مثالاً على تأثير انحياز المتطوع في الفقرة (4.2).

الجدول 2.2 : نتائج دراسات لقاح BCG في نيويورك (Hill 1962)

مدة التجربة	عدد الأطفال	عدد الوفيات بسبب TB	معدل الوفاة	متوسط عدد الزيارات إلى العيادة خلال السنة الأولى من المتابعة	نسبة الوالدين الذين يبدون تعاوناً جيداً كما يرى الزائرون الصحيون
تم الاختيار في الفترة 1927 - 32 من قبل الأطباء					
مجموعة BCG	445	3	% 0.67	3.6	% 43
المجموعة الشاهدة	545	18	% 3 30	1 7	% 24
تم الاختيار البديل في الفترة 1933 - 44 مركزياً					
مجموعة BCG	566	8	% 1.41	2 8	% 40
المجموعة الشاهدة	528	8	% 1.52	2.4	% 34

ج - يمكننا فرز المرضى بين المعالجة الجديدة والمعالجة المعتمدة، ثم نراقب النتائج. إن الطريقة التي تفرز بها المرضى وفقاً لنوعية المعالجة يمكن أن تؤثر على النتائج بشكل كبير، كما في المثال التالي: بين (Hill 1962) أنه بين عامي 1927 و1944 أجريت سلسلة من التجارب على لقاح BCG في نيويورك (Levine وSackett 1946). فقد فرزت مجموعة من الأطفال تنتمي لأسر توجد فيها إصابات سليّة، إلىفئتين حصنت أحداهما باللقاح BCG بينما لم تحصن الأخرى. فبين عامي 1927 و1932 لقح الأطباء نصف الأطفال، وترك اختيار هذه الفئة للأطباء فأظهرت النتائج تحسناً واضحاً في البُقيا لأولئك الذين لقحوا بـــ BCG كما يبين الجدول (2.2). غير أنه لوحظ أن ثمة ميلاً واضحاً بين الأطباء لتلقيح الأطفال الذين أظهر أهلهم تعاوناً أكبر، وترك الأطفال الذين كان أهلهم أقل تعاوناً كمجموعة شاهدة. وبدءاً من عام 1933 أصبح اختيار مجموعتـــي المعالجة والشاهدة مركزياً، فكان الأطفال يفرزون للمجموعة الملقحة والشاهدة بالتناوب. وقد

ألغت هذه الطريقة في الاختيار الفروق العائدة لتعاون الأهل، وكذلك الفرق في معدل الوفيات. ويلاحظ أن هذه المجموعة الخاصة من الأطفال تنتمي لأسر توجد فيها إصابات سلية. وفي التجارب الأكثر شمولاً حيث يستخدم أطفال من المجتمع العام تبين أن للقاح BCG تأثيراً كبيراً في تقليص عدد وفيات مرضى السل (Hart و Suther land 1977).

إن اختلاف طرائق فرز الأطفال للمعالجة يمكن أن يؤدي إلى نتائج مختلفة وذلك لأن طريقة الفرز يمكن أن لاتنتج مجموعات متقارنة من الأشخاص المختَبَرين أي مجموعات متماثلة من كل الوجوه عدا المعالجة الدوائية. فنحن نحتاج إلى طريقة لتوزيع المختبرين إلى معالَج وشاهد بحيث لا تؤثر الميزات الشخصية للمختبر على فرصة اختياره لمجموعة دون أخرى، ويمكن تحقيق ذلك بالفرز العشوائي.

2.2 الفرز العشوائي Random allocation

كيف نفرز من له الأفضلية أن يتلقى لقاحاً بين اثنين بطريقة يكون لكل منهما فرص متكافئة في الاختيار، يمكننا أن نستخدم طريقة بسيطة ومقبولة على نطاق واسع وهي إلقاء قطعة من النقود. تستخدم هذه الطريقة لتسمية الفريق الذي يبدأ باللعب في مباراة مثلاً. الجميع يقرون بنـــزاهة هذه الطريقة. فإذا أردنا أن نقرر من سيتلقى اللقاح من بين اثنين من المختبرين، نلقي قطعة من النقود فإذا ظهرت الكتابة يتلقى الثانـــي اللقاح. فإذا كررنا هذا من أجل كل زوج من المختبرين تشكلت لدينا مجموعتان، لا علاقة لميزات عناصر أي من هاتين المجموعتين في طريقة اختيارها. وترجع الفروق بين هاتين المجموعتين لمجرد المصادفة. وسنرى في الفصلين الثامن والتاسع أن الطرائق الإحصائية تمكننا من قياس التأثيرات المحتملة للمصادفة. فإذا تجاوز حجم الفرق بين المجموعتين المقارنتين حجم التأثيرات هذه، أمكن عندها أن ننسب هذا الفارق للمعالجة وليس للمصادفة، لعدم وجود أية فروق أخرى بين المجموعتين. هذه الطريقة في الفرز تسمى **الفرز العشوائي أو الاختيار العشوائي** Randomization.

الجدول **3.2** : 000 1 رقم عشوائي

السطر	العمود 1–4	5–8	9–12	13–16	17–20	21–24	25–28	29–32	33–36	37–40
1	36 45	88 31	28 73	59 43	46 32	00 32	67 15	32 49	54 55	75 17
2	90 51	40 66	18 46	95 54	65 89	16 80	95 33	15 88	18 60	56 46
3	98 41	90 22	48 37	80 31	91 39	33 80	40 82	38 26	20 39	71 82
4	55 25	71 27	14 68	64 04	99 24	82 30	73 43	92 68	18 99	47 54
5	02 99	10 75	77 21	88 55	79 97	70 32	59 87	75 35	18 34	62 53
6	79 85	55 66	63 84	08 63	04 00	18 34	53 94	58 01	55 05	90 99
7	33 53	95 28	06 81	34 95	13 93	37 16	95 06	15 91	89 99	37 16
8	74 75	13 13	22 16	37 76	15 57	42 38	96 23	90 24	58 26	71 46
9	06 66	30 43	00 66	32 60	36 60	46 05	17 31	66 80	91 01	62 35
10	92 83	31 60	87 30	76 83	17 85	31 48	13 23	17 32	68 14	84 96
11	61 21	31 49	98 29	77 70	72 11	35 23	69 47	14 27	14 74	52 35
12	27 82	01 01	74 41	38 77	53 68	53 26	55 16	35 66	31 87	82 09
13	61 05	50 10	94 85	86 32	10 72	95 67	88 21	72 09	48 73	03 97
14	11 57	85 67	94 91	49 48	35 49	39 41	80 17	54 45	23 66	82 60
15	15 16	08 90	92 86	13 32	26 01	20 02	72 45	94 74	97 19	99 46
16	22 09	29 66	15 44	76 74	94 92	48 13	75 85	81 28	95 41	36 30
17	69 13	53 55	35 87	43 23	83 32	79 40	92 20	83 76	82 61	24 20
18	08 29	79 37	00 33	35 34	86 55	10 91	18 86	43 50	67 79	33 58
19	37 29	99 85	55 63	32 66	71 98	85 20	31 93	63 91	77 21	99 62
20	65 11	14 04	88 86	28 92	04 03	42 99	87 08	20 55	30 53	82 24
21	66 22	81 58	30 80	21 10	15 53	26 90	33 77	51 19	17 49	27 14
22	37 21	77 13	69 31	20 22	67 13	46 29	75 32	69 79	39 23	32 43
23	51 43	09 72	68 38	05 77	14 62	89 07	37 89	25 30	92 09	06 92
24	31 59	37 83	92 55	15 31	21 24	03 93	35 97	84 61	96 85	45 51
25	79 05	43 69	52 93	00 77	44 82	91 65	11 71	25 37	89 13	63 87

لقد استخدمت على مر العصور طرائق متعددة للاختيار العشوائي مثل قذف قطعة من النقود أو رمي حجر النرد، أو سحب ورقة من ورق اللعب أو استخدام دواليب الحظ. إن نظرية الاحتمال التي سنستخدمها لاحقاً لمقارنة المجموعات المختارة عشوائياً، كانت تتطور في البداية لمساعدة المقامرين. في الاختيارات العشوائية الكبيرة تستخدم عادة طرائق مختلفة مثل جداول الأعداد العشوائية. ويقدم لنا الجدول (3.2) مثالاً على ذلك. يتكون هذا الجدول من 1000 رقم عشوائي، ندعو هذه الأرقام بتعبير أدق **جداول الأعداد شبه العشوائية**، إذ أنها مولّدة بطريقة رياضية، ونجدها في جداول (Kendall وBabington Smith 1971) أو يمكن تشكيلها بالحاسوب أو ببعض الآلات الحاسبة. يمكننا استخدام جداول الأعداد العشوائية بطرائق مختلفة للحصول على فرز عشوائي. لنوزع مثلاً 20 مختبراً إلى مجموعتين نرمز لهما بـــ A وB. نختار نقطة بدء عشوائية في الجدول، باستخدام إحدى الطرائق الفيزيائية الموصوفة سابقاً. (لقد استخدمتُ حجر نرد عشري، أي حجراً له عشرة أوجه مرقمة من 0 إلى 9،

وهذا يلائم المجموعة العددية في تجربتنا أكثر من حجر النرد المكعب التقليدي. واستخدام حجرين من هذا النوع يعطينا أعداداً عشـوائية من 1 إلى 100). كانت نقطة البدء العشـوائية في السـطر 22 والعمـود 20، وبـذا تكون الأرقام العشـرون الأولى هي : 3، 4، 6، 2، 9، 7، 5، 3، 2، 6، 9، 7، 9، 3، 9، 2، 3، 3، 2، 4. سنضع الآن الأفراد ذوي الأرقام الفردية في المجموعة A، وتلك الموافقة للأرقام الزوجية في B. فالرقم الأول 3 هو رقم فردي، وهذا يعنـي أن الفرد الأول سيذهب إلـى المجموعة A، أما الرقم الثانـي 4 فهو زوجي، وسيذهب الفرد الثانـي إلى المجموعة B وهكذا. وتحصل على التوزيع المبين في الجدول (4.2). كما يمكننا أن نفرز الأفراد إلى ثلاث مجموعات، وذلك بإلحاق الأرقام 1، 2، 3 بالمجموعة A و4، 5، 6 المجموعة B و7، 8، 9 المجموعة C متجاهلين الصفر. وعلى هذا توجد إمكانات كثيرة.

الجدول **4.2** : فرز 20 مختبراً لمجموعتين

المختبر	الرقم	المجموعة	المختبر	الرقم	المجموعة
1	3	A	11	9	A
2	4	B	12	7	A
3	6	B	13	9	A
4	2	B	14	3	A
5	9	A	15	9	A
6	7	A	16	2	B
7	5	A	17	3	A
8	3	A	18	3	A
9	2	B	19	2	B
10	6	B	20	4	B

إن نظام التوزيع الموصوف أعلاه أعطانا مجموعتين غير متساويتين في عدد العناصر، 12 عنصراً في المجموعة A و8 عناصر في المجموعة B، ونرغب أحياناً أن تكون الفئات ذات حجوم متساوية. وإحدى الطرائق لفعل هذا أن نستمر في الطريقة السابقة حتـى تبلغ المجموعة A أو B عشر عناصر، أما باقي العناصر فتوضع في المجموعة الأخرى. وهذا يجعل لكل فرد الفرصة ذاتها لوجوده في A أو B، ولكن لهذه الطريقة مساوئ، فقد ينـزع الأفراد الأواخر للحصول على المعالجة ذاتها، وهذا ما يقلق الباحثين أحياناً إذ يشعرون أن هذا الاختيار ليس عشوائياً تماماً، وبالتعبير الإحصائي نقول: إن التوزيعات الممكنة ليست متساوية احتمالياً. فلو استخدمنا هذه الطريقة من أجل المثال السابق، فالفرد العاشر في المجموعة A

يمكن أن يصل إلى الرقم 15، وتؤول الأفراد الخمسة الأخيرة جميعاً إلى المجموعة B. يمكننا أن نؤكد أن جميع الاختيارات العشوائية تكون متساوية احتمالياً وذلك باستخدام جدول الأعداد العشوائية بطريقة مختلفة. فمثلاً يمكن أن نسحب من هذا الجدول عينة عشوائية من عشرة أفراد من أصل 20 كما هو مذكور في الفقرة (4.3) وهذه العناصر تشكل المجموعة A، أما العشرة الباقية فتشكل المجموعة B. وطريقة أخرى هي أن نضع الأفراد في مجموعات صغيرة متساوية الحجم ندعوها **Blocks** وفي كل واحدة منها نفرز أعداداً متساوية لكل من A وB، وهذا يعطينا أعداداً متساوية تقريباً في كلتا المعالجتين.

إن استخدام الأعداد العشوائية وتوليد الأعداد العشوائية نفسها هي عمليات رياضية تناسب تماماً الحواسيب التـــي أصبحت متاحة للباحثين. ومن السهل برمجة الحاسوب لتنفيذ الفرز العشوائي. وعندما يتيسر هذا البرنامج يمكن أن يستخدم مرة بعد مرة في التجارب اللاحقة.

الجدول 5.2 : أوضاع المرضى المقبولين في تجربة الستربيتومايسين (MRC 1948)

		المجموعة	
		S	C
الأوصاع العامة	جيد	8	8
	حسس	17	20
	رديء	30	24
درحة الحرارة المسائية العطمة في الأسبوع الأول (°F)	98.9 - 98	4	4
	99.9 - 99	13	12
	100.9 - 100	15	17
	101+	24	19
سرعة التثفيل	10 - 0	0	0
	20 - 10	3	2
	50 - 21	16	20
	51+	36	29

إن التجربة التـــي أجريت من قبل مجلس البحث الطبـــي (MRC 1948) لاختبار فعالية الستريبتومايسين (Streptomycin) لمعالجة السل الرئوي، اعتبرت بشكل عام على أنها التجربة الأولى للاختيار العشوائي في الطب. وكان الهدف منها دراسة مجتمع المرضى المصابين بتدرن متقدم في الرئتين وأعمارهم بين 15 و 30 سنة، وجميع هذه الحالات ثبتت جرثومياً واعتبرت غير قابلة للمعالجات التـــي كانت متاحة. لقد أجريت التجربة في ثلاثة مراكز، وتم الفرز

وفق متتالية من الأعداد العشوائية سحبت من أجل كل جنس وكل مركز. وقد حوت مجموعة المعالجة بالستريبتومايسين (المجموعة S) 55 مريضاً في حين كانت المجموعة (C) مكونـــة من 52 حالة، وأحوال المرضى عند القبول مبينة في الجدول (5.2)، وكان التوزيع التكراري لدرجات الحرارة وسرعة التثفل متماثلة في المجموعتين، وإذا كان ثمة فرق فالمجموعة المعالجة (S) أسوء قليلاً لكن هذا الفرق لا يتجاوز ما يمكن أن يظهر بالمصادفة. وتختلف المجموعتان بمقدار طفيف في بعض الخصائص وبخاصة عندما تكون العينة صغيرة جداً، ويمكننا أن نأخذ هذا في الحسبان أثناء التحليل (الفصل 17).

وبعد ستة أشهر بقي على قيد الحياة 93% من المجموعة (S)، بالمقارنة مع 73% من المجموعة الشاهدة وهذا يشير إلى تحسن واضح في المجموعة المعالجة بالستريبتومايسين، والجدول (6.2) يبين العلاقة بين البقاء على قيد الحياة والشروط الابتدائية. ويلاحظ أن البقاء على قيد الحياة هو أكثر احتمالاً في المرضى الذين حرارتهم أخفض، ولكن الفرق في البُقيا بين المجموعتين (S) و(C) تجلى بوضوح في كل فئة من درجات الحرارة تحدث فيها وفيات.

الجدول 6.2 : البُقيا خلال الأشهر الستة في تجربة الستريبتوماسين مصنفة وفق الشروط الابتدائية (MRC 1948)

الحرارة المسائية العظمى أثناء الأسبوع الأول	المُخرجات	المجموعة: المجموعة المعالجة بالستريبتومايسين	المجموعة الشاهدة
98 - 98.9 °F	حي	3	4
	ميت	0	0
99 - 99 9 °F	حي	13	11
	ميت	0	1
100 - 100.9 °F	حي	15	12
	ميت	0	5
101 °F وأعلى	حي	20	11
	ميت	4	8

3.2 طرائق الفرز بدون استخدام أعداد عشوائية

Methods of allocation without random numbers

في المرحلة الثانية لدراسة لقاح BCG في نيويورك، فُرز الأطفال على التناوب بين مجموعة المعالجة و المجموعة الشاهدة. ويتساءل الباحثون غالباً لماذا لا نستطيع استخدام هذه الطريقة

عوضاً عن طريقة الاختيار العشوائي، مادام ترتيب وصول المرضى عشوائياً، وهكذا تكون المجموعتان المشكلتان بهذه الطريقة قابلتين للمقارنة، والجواب: **أولاً**: بالرغم من أن ترتيب المرضى يبدو عشوائياً، فلا توجد ضمانة أن هذا يحدث فعلاً، ولا يمكننا أن نؤكد أن المجموعتين متقارنتان. **ثانياً**: إن هذه الطريقة عرضة للأخطاء أو حتـــى الخداع لصالح مريض دون آخر. فالمجرب يعرف مقدماً المعالجة التـــي يتلقاها المريض، وهده المعرفة يمكن أن تؤثر على قبول الشخص في التجربة، وهذا يقودنا إلى مجموعتين متميزتين. فمثلاً يمكن للمجرب أن يكون مهيأ أن يَقبل المريض الضعيف إذا كان هذا المريض في المجموعة الشاهدة أكثر مما إذا كان سيتعرَّض إلى مخاطرة المعالجة الجديدة، ويثار هذا الاعتراض أيضاً لدى استخدام الخانة الأخيرة في رقم المريض في المشفى عند الفرز.

الجدول 7.2 : مُخرجات التجربة السريرية باستخدام الفرز التصنيفي مع أخطاء الفرز (Holten 1951)

	الأيام الروجية		الأيام العردية	
المُخرجات	المعالجة	الشاهدة	المعالجة	الشاهدة
الأحياء	125	39	10	125
الموتى	39 (25%)	11 (22%)	0 (0%)	81 (36%)
المجموع	164	50	10	206

توجد أمثلة متعددة وردت في الأدبيات الطبية عن التعاقبات في الفرز العلاجي. كتب (Holten 1951) تقريراً حول تجربة علاج مضاد للتخثر للمرضى الذين يعانون من تكوّن الخثرات الإكليلية، حيث كان يعالج المريض الذي يحضر بتاريخ زوجي، أما المريض الذي يحضر بتاريخ فردي فيوضع في المجموعة الشاهدة. ويفيد الكاتب أن بعض الأطباء السريريين استخدموا هذه الطريقة في الفرز رغم أنهم وجدوها صعبة التذكر. وعلاوة على ذلك فقد تحسن المرضى المعالجون أكثر من الذين كانوا في المجموعة الشاهدة كما يبين ذلك الجدول (7.2). واللافت للنظر أن المجموعة الشاهدة التـــي حضرت في التواريخ الزوجية (التـــي فُرزت خطأ) أظهرت تحسناً إلى حد كبير أكثر من المجموعة الشاهدة التـــي حضرت في التواريخ الفردية (التـــي فُرزت بشكل صحيح)، وحتـــى أظهروا تحسناً هامشياً أكبر من أولئك الذين تلقوا المعالجة. وأفضل النتائج كانت لأولئك الذين فُرزوا بشكل خاطئ (سواء عولجوا أم لا) والفرز في هذه التجربة يبدو إلى حد بعيد انتقائياً وليس عشوائياً.

ثمة طرائق أخرى في الفرز تبدو عشوائية ولكن يمكن أن تؤدي إلى هذا اللون من الصعوبة، فمثلاً يمكننا استخدام الخلط الفيزيائي لإجراء الاختيار العشوائي، وهذا من الصعب القيام به. وكتجربة على ذلك، لنأخذ ورق اللعب ونرتبه وفق متتالية بدءاً من (الآس الاسباتـــي) إلى (الملك البستونـــي)، نخلطها بالطريقة المألوفة ثم نستعرضها فمن الممكن أن نجد عدة متتاليات من الأوراق ما تزال على ما كانت عليه من الترتيب فعلينا أن نخلط الأوراق جيداً وبصورة شاملة قبل أن يختفي الترتيب. يمكننا تطبيق طريقة الاختيار العشوائي على تجربة ما، وذلك بكتابة أعداد متساوية على قصاصات داخل مغلفات ونخلطها، وتقرر معالجة أي مريض مختبر بسحب مغلف من هذه المغلفات. وقد استخدمت هذه الطريقة في دراسة أخرى (لــ Carleton ورفاقه 1960) في معالجة منع التخثر. وقد أفاد هؤلاء الكتاب أنه في المراحل التالية من التجربة، حاول بعض الأطباء المتابعين قراءة محتويات المغلفات بعرضها على الضوء من أجل وضع كل مريض وفق المعالجة الأفضل له.

في حالة التدخل في الاختيار العشوائي يمكننا إجراء الفرز بنتائج متساوية من حيث الآثار السيئة. ففي تجربة لانار كشير (Lanar Kshire) التـــي درست من قبل (Student 1931) حيث كان 10.000 طفل يتناولون ثلاثة أرباع (البنت)[1] من الحليب يومياً. بينما أخذ 10.000 طفل آخر كمجموعة شاهدة. قيست أوزان الأطفال في بداية التجربة وفي نهايتها بعد ستة أشهر، وكان الهدف من ذلك معرفة تأثير الحليب على نمو الأطفال والفرز حسب المجموعتين كان كما يلي:

> اختار الأساتذة مجموعتين من الطلاب مجموعة الذين يتناولون الحليب، والمجموعة الشاهد، بطريقتين مختلفتين: في حالات معينة جرى الاختبار بالقرعة، وفي حالات أخرى باستخدام الأحرف الهجائية. وفي حالة الحصول على نسبة غير ملائمة من الأطفال جيدي التغذية أو ضعيفي التغذية في المدرسة نتيجة لهذه الطرائق يستبدل هؤلاء الطلبة غيرهم للحصول على مستوى اختيار أفضل.

ونتيجة لذلك فقد سجلت المجموعة الشاهدة زيادة في معدل الطول والوزن عن مجموعة الحليب. وقد فسر (Student) هذا كما يلي:

---

[1] البنت (Pint) الرطل الإنكليزي للسوائل ويساوي 1/2 كغ تقريباً.

لنسلم أن هذا التمييز في الطول والوزن لم يقدر بتأن، ولكن من المحتمل أن المعلمين الذين يميلون بطبيعتهم الإنسانية إلى الاعتقاد أن الأطفال الأفقر يحتاجون إلى تناول الحليب أكثر نسبياً من الأغنى، سيعملون دون وعي على وضع الأطفال ضعيفي التغذية بين مجموعة الحليب بشكل كبير، وقليل جداً منهم في المجموعة الشاهدة، وأن هذا الاختيار اللاواعي يؤثر بصورة ثانوية على كلا القياسين.

وسواء كان هذا التحيز عن وعي أو لا، إلا أنه أفسد التجربة بالرغم من دوافعه الإنسانية.

توجد طريقة واحدة غير عشوائية تستخدم بنجاح في التجارب السريرية هي: تقليل الفروق. في هذه الطريقة يُفرز المختبرون للعلاج بصورة تكون فيها مجموعات المعالجة متماثلة قدر الإمكان بالنسبة للعوامل الهامة المتكهن بها وهذا الموضوع خارج مجال هذا الكتاب، ويمكنك مراجعة بوكوك (Pocock 1983) للاستزادة في هذا الموضوع.

4.2 تحيز المتطوع Volunteer bias

لعل واحدة من أكثر التجارب أهمية على الإطلاق التجربة الميدانية للقاح شلل الأطفال سولك (Salk Poliomyelitis) التي أجريت عام 1954 في الولايات المتحدة (Meir 1977) وقد استخدم فيها تصحيحان مختلفان بآن معاً، رداً على المناقشات حول الطريقة الصحيحة لتصميم التجارب. ففي بعض المناطق دعي طلاب السنة الثانية من المدارس الابتدائية للمشاركة في هذه التجربة، وفرزوا عشوائياً بين من تلقى اللقاح ومن حُقن بمحلول ملحي خامل. وفي مقاطعات أخرى تلقى جميع طلاب السنة الثانية لقاحاً، أما طلاب السنتين الأولى والثالثة فقد تركوا دون لقاح كمجموعة شاهدة. والانتقاد الموجه لهذه الطريقة "أي طريقة ملاحظة المجموعة الشاهدة" هو احتمال ألا تكون المجموعات قابلة للمقارنة، بينما الانتقاد الموجه لطريقة الاختيار العشوائي للمجموعة الشاهدة هو أن حقن المصل الملحي قد يحدث شللاً عند الأطفال الخموجين، وهذه النتائج مبينة في الجدول (8.2)، وفي المناطق التي تم فيها اختيار المجموعة الشاهدة عشوائياً، أظهرت المجموعة الملحقة انخفاضاً في نسبة الشلل بالقياس للمجموعة الشاهدة. وبما أن هؤلاء قد فُرزوا عشوائياً فالفرق بينهم يجب أن يرد للمعالجة. أي أن اللقاح يُفضَّل بوضوح على المصل الملحي. من جهة أخرى تحوي المجموعة

الشاهدة أيضاً إصابات بالشلل أكثر من أولئك الذين رفضوا الاشتراك في التجربة، وتختلف المجموعة الشاهدة عن المجموعة غير الملحقة في المعالجة (زرق المحلول الملحي) وفي الاختيار. إذ أن اختيار الأفراد كان عن طريق التطوع أو رفض الاشتراك في التجربة. وتمكّننا مناطق المجموعات الشاهدة المدروسة من التمييز بين هذين العاملين. ومعدل الإصابة بالشلل في مجموعة الأطفال الملقّحين متماثلة في جزئي الدراسة، كما هو الحال في معدل الإصابة بين غير الملقحين من أطفال السنة الثانية، إلا أن المجموعتين الشاهدتين كانتا مختلفتين. إذ اختير هؤلاء بطرائق مختلفة. ففي مناطق الاختيار العشوائي للمجموعة، كان المختبرون متطوعين، بينما في مناطق المجموعات الشاهدة الملاحظة كان كل شخص مؤهلاً للاختيار أكان متطوعاً أو رافضاً. نفرض الآن أن اللقاح كان محلولاً ملحياً، وأن الأطفال الملقّحين المختارين عشوائياً أظهروا النتائج نفسها، "مثل أولئك الذين أخذوا"، المحلول ففيما يتعلق بالشلل، نتوقع 114 = 57/100.000 × 200745 حالة، وأن العدد الكلي للحالات في مناطق الاختيار العشوائي يساوي 350 = 121 + 115 + 114 حالة وأن المعدل لكل 100.000 هو 47 وهو قريب جداً من 46 في المجموعة الشاهدة الملاحظة لطلاب السنتين الأولى والثالثة، وهكذا يبدو الفرق الأساسي بين المجموعة الشاهدة المتطوعين الذين حقنوا بالمحلول، والمجموعة غير الملحقة من الرافضين، هو في طريقة الاختيار وليس في طريقة المعالجة.

الجدول 8.2 : نتائج تجربة لقاح شلل الأطفال سولك (Salk poliomyelitis) الميدانـــي (Meier 1977)

المجموعة المدروسة	عدد كل مجموعة	شلل الأطفال: عدد الحالات	شلل الأطفال: المعدل بـ 100 000
الشاهدة المختارة عشوائياً			
الملقح	200 745	33	16
الشاهد	201 229	115	57
غير الملقح	338 778	121	36
الشاهدة الملاحظة			
الملقحون من السنة الثانية	221 998	38	17
الشاهدة من السنة الأولى والثالثة	725 173	330	46
غير الملقحين من السنة الثانية	123 605	43	35

يوجد تفسير بسيط لهذا، فالشلل مرض حموي (Viral) ينتقل بالطريق الفموي البرازي، فقبل انتشار اللقاح، كان كل شخص تقريباً معرضاً للإصابة به في عمر ما، وعادة في

الطفولة. وفي معظم الحالات لا يحدث الشلل بسبب وجود المناعة عند الإنسان،ولا يكون الطفل مدركاً أنه يتعرض للشلل، وفي حالات قليلة حوالي 1/200 يحدث الشلل، وأحياناً الوفاة ويكون التشخيص هو الشلل. وكلما كان الشخص المعرض للمرض أكبر كلما كانت فرصة تنامي المرض عنده أكبر. لذا فالأطفال الذين حصنوا من الخمج نتيجة رعاية صحية عالية من المحتمل أن يتعرضوا للمرض وهم كبار أكثر من أولئك الذين نشأوا في بيوت تنخفض فيها شروط الرعاية الصحية وبالتالي فهم أكثر احتمالاً لتطوير المرض السريري. ثمة عوامل كثيرة تؤثر على قرار الأهل فيما إذا كان سيتطوع أولادهم للاشتراك في تجربة أخذ اللقاح أم سيرفضون، وهذا يتوقف على الثقافة والخبرة الشخصية، والمرض المتكرر، وأسباب أخرى. ولكنه يتوقف بالتأكيد على الاهتمام بالصحة، والصحة العامة، وهكذا ففي هذه التجربة يميل الأطفال الأكثر مخاطرة للتطوع، بينما يميل الأقل مخاطرة للرفض. وقد سجل المتطوعون من المجموعة الشاهدة من الأطفال 57 حالة من الشلل من أصل 000 100 بالمقارنة مع 36/100 000 بين الرافضين ممن هم أقل مخاطرة.

في معظم الأمراض يكون تحيز المتطوع بعكس هذا، فأوضاع الفقر ترتبط من جهة برفض الاشتراك بالتجربة، ومن جهة ثانية بشدة المخاطرة. بينما يميل المتطوعون لأن يكونوا أقل مخاطرة. وهكذا يؤدي تحيز المتطوع إلى وجود فرق ظاهري لصالح المعالجة. ويمكننا أن نرى أن المقارنات بين المتطوعين والمجموعات الأخرى لا يمكن أن تكون مؤشرات لتأثير المعالجة.

5.2 هدف المعالجة Intention to treat

في مناطق المجموعات الشاهد المراقبة في تجربة Salk حسب الجدول (8.2) وبصرف النظر تماماً عن فروق العمر غير العشوائية، فإن المجموعات الملقحة والشاهد غير قابلة للمقارنة. من جهة أخرى، من الممكن أن نقوم في هذه الدراسة بمقارنة معقولة لجميع أطفال السنة الثانية الذين تلقوا اللقاح والذين رفضوا ذلك، مع المجموعة الشاهد. إن معدل الأطفال المصابين في السنة الثانية هو 23 من أصل 000 100 وهي أصغر من المعدل المقابل في المجموعة الشاهد وهو 46، مما يثبت فعالية اللقاح، إن التقويم في هذه التجربة ليس للقاح ذاته وإنما لسياسة

تقديم اللقاح، ومعالجة أولئك الذين يقبلونه. ثمة مسألة مماثلة يمكن أن تطرح في تجربة الاختيار العشوائي. فمثلاً في تقويم فعالية المتابعة الصحية (في دراسة بمجموعة منتقاة في جنوب شرقي لندن 1977) فقد فرز المُختبرون عشوائياً إما إلى المجموعة المنتقاة أو إلى المجموعة الشاهد، ثم دعيت المجموعة المنتقاة للخضوع لامتحان، فقبل بعضها وانتقي، ورفض بعضها الآخر. وعند مقارنة النتائج حسبما تشير الوفيات اللاحقة من الضروري مقارنة الشاهد مع المنتقاة بما فيها الرافضون والمنتقون. فمثلاً من الممكن أن يكون بين الرافضين من هم مثقلون بالمرض. بحيث لم يستطيعوا أن يأتوا للمشاركة في الانتقاء. والنقطة الهامة هي أن إجراءات الفرز العشوائي تؤدي إلى مجموعات متقارنة وأن تكون المقارنة بين هذه المجموعات مهما كان الاختيار الذي نقوم به داخلها. ولهذا فإن تحليل المعطيات طبقاً للطريقة التـــي ننوي معالجة المرض بها، وليست الطريقة التـــي عولج المرض بها فعلاً، هو التحليل بقصد المعالجة، والبديل عنه التحليل بالمعالجة التـــي يتلقونها فعلاً ويدعي التحليل وفق المعالجة.

6.2 تصميمات العبور التقاطعي Cross-over designer

من الممكن أحياناً استخدام الشخص المختبر ذكراً كان أم أنثى كشاهد على نفسه فمثلاً عند مقارنة عدة مسكنات في معالجة التهاب المفاصل، يمكن أن يتلقى المرضى على التوالي عقاراً جديداً أو معالجة شاهد، وهكذا نستطيع مقارنة الاستجابة في المعالجتين من أجل كل مريض، إن ميزة هذا التصميم هي استبعاد الاختلافات بين الأفراد المختبرين، ونستطيع إجراء التجربة بعدد أقل مما نحتاج إليه في حالة تجربة مجموعتين.

ورغم أن الأفراد المختبرين يتلقون جميع المعالجات تبقى هذه التجارب عشوائية. وفي أبسط الحالات، يمكن أن يطبق على المرضى نظامين مختلفين، فنبدأ بمرحلة المعالجة ثم نتبعها بالشاهد، أو نبدأ بالشاهد ونتبعها بالمعالجة. وهذا قد لا يؤدي إلى النتيجة نفسها، إذ يمكن مثلاً أن يؤدي تأجيل مرحلة المعالجة (العامل الزمنـــي) إلى ما بعد الشاهد إلى فرق أقل مما لو كانت المرحلة الشاهد بعد المعالجة. فالمختبرون يختارون بترتيب معين عشوائياً. من الممكن في تحليل دراسة العبور التقاطعي تقدير حجم أية تأثيرات يمكن أن توجد نتيجة تأجيل المعالجة.

الجدول 9.2 : نتائج تجربة معالجة الذبحة الصدرية (بالبروتينالول) (Pritchard ورفاقه 1963)

رقم المريض	عدد الهجمات وفق العمل	عدد الهجمات وفق البروتينالول	الفرق بين الغفل والبروتينالول
1	71	29	42
2	323	348	-25
3	8	1	7
4	14	7	7
5	23	16	7
6	34	25	9
7	79	65	14
8	60	41	19
9	2	0	2
10	3	0	3
11	17	15	2
12	7	2	5

وكمثال على حسنات تجربة العبور التقاطعي، نأخذ تجربة معالجة الذبحة الصدرية باستخدام البرونيتالول (Pronethalol)، (Pritchard ورفاقه 1963). من المعلوم أن الذبحة الصدرية مرض مزمن يتميز بهجمة ألم حادة، في هذه التجربة يتلقى المريض إما دواء الـ (Pronethalol) أو معالجة شاهد غير فعالة (أو غفل انظر الفقرة 8.2) على مدى أسبوعين وخلال أربع فترات، فترتان يتلقى الدواء، واثنتان المعالجة الشاهد، وقد كانت هذه الفترات بترتيب عشوائي. أما المتغير المقيس فقد كان عدد الهجمات التي يعاني منها المريض. وهذه يسجلها المريض في مفكرته، لقد شارك عشرون مريضاً في هذه التجربة، ونتائج هذه التجربة مبينة في الجدول (9.2). ويلاحظ أن 11 مريضاً من أصل 12 ممن عولجوا بالبرونيتال أفادوا بتضاءل هجمات الألم مقارنة مع المجموعة الشاهدة. ولو أننا حصلنا على المعطيات ذاتها بين مجموعتين مختلفتين من المرضى عوضاً عن المجموعة نفسها وتحت الشرطين المذكورين، فلن يكون من الواضح أن البرونيتالول هو الأفضل وذلك لأن الاختلافات بين الأفراد المختبرين كبيرة. كما أن استخدام تصميم يعتمد على مجموعتين يحتاج عينة أكبر من المرضى لإثبات جدوى المعالجة.

إن تصاميم العبور التقاطعي يمكن أن تكون مفيدة في التجارب المخبرية على الحيوانات أو الأشخاص المتطوعين. ويجب أن تستعمل فقط في التجارب السريرية، حيث لا تؤثر المعالجة على سير المرض، وحيث لا تتغير شروط المرضى خلال مسيرة التجربة بشكل يمكن

ملاحظته. كما يمكن استخدام تجربة العبور التقاطعي لمقارنة معالجات مختلفة من أجل دراسة التهاب المفاصل أو الربو مثلاً، وليس لمقارنة أنظمة مختلفة في التعامل مع احتشاء العضلة القلبية، من جهة ثانية لا يمكن استخدام تجربة العبور التقاطعي لإثبات التأثير الطويل الأمد للمعالجة، تقتضي طبيعة هذا التصميم أن تكون مدة المعالجة محدودة. ولما كانت معظم المعالجات في الأمراض المزمنة تستمر لمدة طويلة، فإن تجربة العينتين لمدة طويلة، تتطلب عادة الاستقصاء التام لتأثير المعالجة. وقد تبين أخيراً، على سبيل المثال أن للـــ (Pronethalol) فعالية جانبية غير مقبولة لدى الاستخدام على المدى الطويل.

7.2 اختيار المختَبرَين للتجارب السريرية

Selection of subjects for clinical trials

لقد ناقشنا فرز المختبرين للمعالجة بشيء من الإسهاب، ولكننا لم نبحث في مصدر هذه المعطيات. فالطريقة التـــي نختار بها المختَبرَين لتجربة ما يمكن أن تؤثر على مُخرجات التجربة. من الناحية العملية نقتصر عادة على الأفراد المتيسر الحصول عليهم. فمثلاً في تجربة الحيوانات علينا أن نأخذ الدفعة الأخيرة من حظيرة الحيوانات، أما في التجارب السريرية لمعالجة احتشاء العضلة القلبية، علينا أن نَقنع بالمرضى الذين يحضرون إلى المشافي. أما في التجارب على الأشخاص المتطوعين، فنستخدم أحياناً الباحثين أنفسهم لنجرب عليهم.

وكما سنرى بشكل مفصل في الفصل الثالث، فإن لهذا قيمة هامة في تفسير النتائج. ففي تجارب إحتشاء العضلة القلبية مثلاً، لا نرغب أن نستنتج أن معدل البُقيا في المعالجة الجديدة في التجارب التـــي أجريت في (لندن) ستكون نفسها كما في تجارب (إيدنبرغ). فمن الممكن ألا يكون للمرضى السيرة ذاتها للحمية مثلاً، ويمكن أن يكون لهذا تأثير كبير على أوضاع الشرايين وبالتالي على التشخيص. في الحقيقة من التسرع كثيراً أن نفرض أننا سنحصل على المعدل نفسه للبُقيا في مشفى على بعد ميل واحد من موقعنا. و ما نعول عليه هو المقارنة بين المجموعات المختارة عشوائياً من المجتمع نفسه. ونأمل أنه إذا كانت المعالجة تخفض معدل الوفيات في (لندن)، فإنها ستفعل الشيء ذاته في (ايدنبورغ)، ورغم أن هذا افتراض معقول، وأنه من المحتمل أن تظهر التأثيرات نفسها في المجتمع الآخر، إلا أنه ليس من

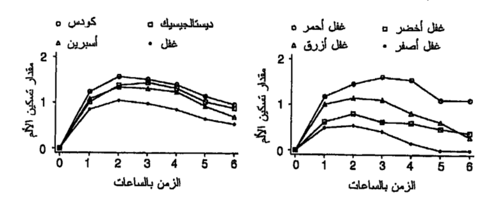
الممكن البرهان على ذلك بالحساب الإحصائي فقط. وفي الحالات القصوى قد يصبح هذا الافتراض غير صحيح. فلقاح BCG قد أدى إلى وقوع إصابات السل بين الأطفال في المملكة المتحدة، بينما أظهر في الهند تأثيراً أضعف بكثير (Lancet 1980) وذلك لأن مقدار التعرض للمرض مختلف في المجتمعين.

وبافتراض ذلك يمكننا أن نستخدم فقط الأفراد المختبرة المتاحة لنا. ثمة بعض القواعد التـــي نستخدمها في ترشيد اختيارنا منهم. وكما سنرى لاحقاً، فكلما تضاءلت الاختلافات بين المختَبَرين في تجربة ما، كلما تحسنت الفرص لاكتشاف فروق المعالجة إن وجدت. وهذا يعنـــي أن المماثلة بين المختبرين مرغوبة. وفي حالة التجارب على الحيوانات يمكن أن تجرى باستخدام حيوانات من السلالة نفسها، وتؤخذ تحت شروط يمكن التحكم بها. أما في التجارب السريرية فتقصر اهتمامنا عادة على مجموعة من المرضى ذات أعمار محددة، ودرجة خطورة معينة للمرض. وفي دراسة لقاح (Salk) الفقرة (4.2)، استخدم فقط أطفال في سنة دراسية واحدة. أما في تجربة الستريبتومايسين الفقرة (2.2) فاقتصرت التجربة على المصابين بالسل الحاد بكلتا الرئتين، وكانت أعمارهم بين 15 و30 سنة. ولم تنفع معهم الأدوية المعروفة. وبالرغم من هذه الشروط الضيقة، فقد كان ثمة اختلافات مهمة بين المرضى كما يبين الجدولان (5.2) و(6.2). ويجب أن نتثبت من المرض (السل) بالاختبار الجرثومي، لأن من المهم التأكد من أن جميع المرضى مصابون بالمرض الذي نرغب في معالجته. إذ أن وجود مصابين بمرض آخر في المجموعة المعالجة، لا يؤدي فقط إلى معالجتهم بصورة خاطئة، وإنما ستصبح النتائج صعبة التفسير. إن قصر اهتمامنا على مجموعة جزئية خاصة من المرضى، بالرغم من فائدته، لكنه يمكن أن يقودنا إلى بعض الصعوبات. فمثلاً، المعالجة التـــي تبدو فعالة وسليمة بالنسبة للصغار، يمكن ألا تكون بالضرورة كذلك بالنسبة للكبار، لذلك يجب أن تجرى التجارب على أنواع من المرضى نقصد أصلاً معالجتهم.

8.2 تحيز الاستجابة والغفل Response bias and placebos

إن معرفة المريض بأنه قيد المعالجة يمكن أن يغير استجابته لهذه المعالجة. يدعى هذا **تأثير الغفل**. **فالغفل** هو معالجة صيدلانية غير فاعلة تعطى للمريض وكأنها معالجة حقيقية. ويمكن

لهذا التأثير أن يأخذ أشكالاً متعددة بدءاً من الرغبة في شكر الطبيب وحتـــى حدوث تغيير حيوي-كيميائي قابل للقياس في الدماغ. فالعقل والجسم مرتبطان بشكل جوهري، وما لم يشكل التأثير النفسي جزءاً من المعالجة، فإننا نحاول عادة حذف مثل هذه العوامل لدى مقارنة المعالجات. وهذا مهم بشكل خاص عندما نتعامل مع التقويم الذاتـــي للمريض مثل الإحساس بالألم أو الشعور بالسعادة.



الشكل 1.2 : علاقة تسكين الألم بالدواء ولون الغفل

والمثال الرائع الذي يبين قوة تأثير الغفل قد قُدم من قبل (Huskisson 1974) فقد قارن بين ثلاثة مسكنات فعالة وهي الاسبرين (Aspirin) والكودس (Codis) والديستالجيسيك (Distalgesic) مع غفل خامل. فقد قدم لعينة من اثنين وعشرين مريضاً المسكنات الأربعة وفق نظام العبور التقاطعي، فكانت إفادات المرضى فيما يتعلق بجدوى هذه المسكنات تتراوح بين الصفر (ويقابل عدم وجود تسكين) و3 (تسكين تام) وفق ما تبينه الخطوط البيانيه الأربعة. ويلاحظ أن جميع المعالجات قد أدت إلى بعض التخفيف للألم، وقد حصل التخفيف الأعظمي بعد ساعتين تقريباً كما هو مبين في الشكل (1.2). وكان تأثير المسكنات الثلاثة أكبر منها في الغفل ولكن ليس بالقدر الكبير. وقد أعطيت المعالجات الدوائية الأربع على شكل حبوب متطابقة بالشكل والحجم، ولكن أعطي كل عقار بأربعة ألوان مختلفة، وذلك كيما يستطيع المريض أن يميز الدواء الذي يتلقاه فيقول أي دواء يفضل. فكل مريض تلقى أربعة ألوان مختلفة، واحد لكل دواء. والتوافيق المختلفة لهذه الألوان وزعت عشوائياً. فبعض المرضى تلقوا غفلاً أحمر، وبعضهم تلقى غفلاً أزرق وهكذا... وكما يبين الشكل (1.2) فإن

الغفل الأحمر سجل فعالية أكبر من الألوان الأخرى. وكانت فعاليته تضاهي فعالية الأدوية. ونلاحظ في هذه الدراسة أننا لم نثبت تأثير الغفل الصيدلانـــي الخامل فقط وإنما الاختلافات الواسعة وغير المتوقعة لهذه الاستجابات. وعلينا أن نأخذ هذا في الحسبان في تصميم التجارب. كما يجب ألا نستنتج أن الغفل الأحمر يحقق تأثيراً على الدوام. فتوجد مثلاً بعض الدلالة أن المرضى الذين عولجوا من القلق يفضلون الحبوب المسكنة الخضراء، أما أعراض الكآبة فتستجيب بشكل أفضل للدواء الأصفر الفاقع (Schapira ورفاقه 1970).

في أية تجربة تُستخدم فيها أفراد من البشر، من المرغوب فيه ألا يكون الشخص المختبر قادراً على معرفة المعالجة التـــي يتلقاها. ففي حالة المقارنة بين معالجتين أو أكثر يمكن أن نحقق هذا بجعل المعالجات متماثلة قدر الإمكان. فعندما لا يتلقى المختبرون أية معالجة علينا استخدام غفل إذا كان ذلك ممكناً، وعندما نقارن أحياناً **معالجتين فعاليتن مختلفتين**، يمكن استخدام غفلين. فعندما نقارن مثلاً دواء يعطى جرعة واحدة بالمشاركة مع دواء يؤخذ يومياً لسبعة أيام، فيمكن أن نعطي أصحاب الجرعة الواحدة غفلاً يومياً، بينما نعطي أصحاب الجرعات اليومية الغفل مرة واحدة في البداية. وقد لا تكون المعالجة بالغفل ممكنة دوماً أو أنها غير أخلاقية. ففي تجربة MRC للستريبتومايسين، عندما تستخدم زرقات متعددة يومياً لعدة أشهر، لا يحسن أخلاقياً أن نفعل الشيء ذاته من أجل المحلول الملحي الخامل، وبالتالي لا يعطي الغفل. وفي تجربة لقاح Salk كانت زرقات المحلول الخامل هي الغفل. من المعقول أن نقبل أن شلل الأطفال لا يمكن أن يستجيب للتأثيرات النفسية ولكن كيف يمكن أن نؤكد هذا؟ إن معرفة الأهل أن الطفل قد لقح ضد الشلل يمكن أن تغير تقديرهم لمدى المجازفة في تعريضه للخمج، وبالتالي السماح له أن يذهب للسباحة مثلاً. وأخيراً فإن استخدام الغفل يمكن أن يقلل مقدار المجازفة في تقدير التحيز كما سنرى في الفقرة (9.2).

9.2 تحيز التقويم والدراسات ذات التعمية المضاعفة
Assessment bias and double blind studies

ليست استجابة الأفراد هي الشيء الوحيد الذي يتأثر بمعرفة المعالجة، فإن تقويم الباحث للاستجابة للمعالجة، يمكن أن يتأثر أيضاً بمعرفة المعالجة.

إن بعض قياسات المخُرجات لا تسمح بتحيز كبير في الجانب المتعلق بالمقوِّم. فمثلاً إذا كانت المُخرجات هي البُقيا أو الموت، فثمة إمكان ضعيف أن يؤثر التحيز العفوي على المشاهدات، بينما إذا كنا نهتم، علاوة على ذلك، بالانطباع السريري لتحسن المريض أو بالتغير الذي يطرأ على الصورة الشعاعية، فيمكن أن يتأثر القياس برغبتنا في نجاح المعالجة أم أو عدم نجاحها. ولا يكفي أن نكون واعين لهذا الخطر ونسمح به. حتـــى قياس ضغط الدم الذي يبدو موضوعياً فإنه يتأثر بتوقعات المجرِّب. وقد صممت معدات قياس خاصة لتحاشي هذا العامل (Rose ورفاقه 1964).

يمكننا تجنب إمكان مثل هذا التحيز باستخدام **التقويم الأعمى Blind assessment** ويعنـــي هذا أن المقوِّم لا يعرف أية معالجة تُقدم للشخص المختبر. وإذا كانت التجربة السريرية لا يمكن إجراؤها بمثل هذه الطريقة بمعنـــى أن الطبيب السريري المكلف لا يعلم المعالجة، فالتقويم الأعمى يمكن إنجازه بمقوِّم خارجي وعندما يجهل الفرد المعالج نوع المعالجة، وتستخدم طريقة التقويم الأعمى، يقال أن التجربة ذات **تعمية مضاعفة**.

يمكن أن يكون الغفل مفيداً في تحاشي تحيز التقويم تماماً، كما في تحيز الاستجابة. فالشخص المختبر غير قادر أن يزود المقوِّم فيما يتعلق بالمعالجة، ومن المحتمل وجود دلالة مادية أقل توحي إلى المقوِّم عن ماهية المعالجة. في دراسة (Carelton ورفاقه 1960) لمانع التخثر الموصوفة أعلاه، كانت المعالجة إعطاء المريض تستيل وريدي. في حين كان يُشد على ذراع المريض في المجموعة الشاهدة بمحقنة وهمية دون أن ندخل فيها إبرة لتجنب تحيز المقوِّم. ففي تجربة Salk، وُضع نظام للزرقات، ولا يعطِّل هذا النظام إلا في الحالة التـــي يُتخذ قرار فيما إذا كان الطفل مصاباً بالشلل. وما هي درجة خطورة الإصابة.

في تجربة الستريبتومايسين كان أحد قياسات المُخرجات، التغير الذي يطرأ على في الصورة الشعاعية، حيث رُقمت اللوحات ثم قُومت من قبل طبيبين أحدهما شعاعي والآخر سريري، ولا يعلم أي منهما أي مريض تخصه هذه اللوحة أو أية معالجة يتلقى. وقد أجري التقويم بشكل مستقل، وكان يجرى نقاش حول اللوحة فقط إذا لم يتوصلا معاً إلى النتائج نفسها، وعندما يتم الوصول إلى قرار نهائي تكون العلاقة بين المريض واللوحة قد حددت

والنتائج مبينة في الجدول (10.2)، والتأثير الواضح للستريبتومايسين يمكن أن يلاحظ في التحسن الواضح لأكثر من نصف المجموعة (S) مقارنة مع 8% فقط من المجموعة الشاهدة.

الجدول 10.2 : تقويم مظهر الصورة الشعاعية بعد ستة أشهر بالمقارنة مع مظهرها عند القبول (MRC 1948)

تقويم الصورة الشعاعية	المجموعة S		المجموعة C	
تحسن واضح	28	% 51	4	% 8
تحسن وسط أو طفيف	10	% 18	13	% 25
لا تغير يذكر	2	% 4	3	% 6
تدهور وسط أو طفيف	5	% 9	12	% 23
تدهور واضح	6	% 11	6	% 11
وفاة	4	% 7	14	% 27
المجموع	55	% 100	52	% 100

10.2 التجارب المخبرية Laboratory experiments

لقد تعاملنا حتـــى الآن مع التجارب السريرية، ولكن القواعد نفسها تطبق في الأبحاث المخبرية على الحيوانات، ويمكن أن تكون مبادئ الاختيار العشوائي في هذا المجال غير مفهومة بشكل جيد، وحتـــى أنها تحتاج إلى براعة نقدية من قارئ تقرير البحث. ولعل أحد الأسباب في هذا يمكن أن يكون في الجهد الكبير الذي يبذل في إنتاج حيوانات متماثلة السلالة تبدو في شروط قريبة من الطبيعية، كما هي في الوقت نفسه عملية. والباحث الذي يستخدم مثل هذه الحيوانات كوحدات للتجريب يمكن أن يشعر أن هذه الحيوانات المنتجة تُظهر تغيراً بيولوجياً ضئيلاً جداً بحيث تُعزى أية فروق طبيعية بينها إلى تأثيرات المعالجة، وهذا ليس صحيحاً بالضرورة كما توضح ذلك الأمثلة التالية:

أجريت دراسة على تأثير نمو الورم الخبيث على عدد البلاعم[1] (Macrophage) في الفئران فكان الفرق الذي يعتد به هو فقط بين القيمتين الأوليتين في الفئران المحرضة وغير المحرضة وذلك قبل أن تجري تجربة الورم التحريضي ويمكن ببساطة تعليل هذه النتيجة المدهشة. لقد

[1] بلاعم جمع بَلْعَم.

كان التصحيح الأصلي إعطاء معالجة تحريض ورمي لكل فأر من المجموعة فبعضها ستطور المرض وبعضها الآخر لا تفعل وعندها يمكن مقارنة أعداد البلاعم في المجموعتين المعرفتين بهذا الشكل، وفي هذه الحادثة جميع الفئران طورت المرض. وفي محاولة لإنقاذ التجربة حصل المجرب على دفعة ثانية من الحيوانات التـــي لم تعالج ليستخدمها كمجموعة شاهد، والفروق في هذه الحالة بين الحيوانات المعالجة وغير المعالجة تعزى إلى الفروق في الأصل أو المحيط وليس للمعالجة.

وتبرز المشكلة نفسها بتغيير التصميم أثناء التجربة. كما يمكن أن تبرز مشاكل أخرى إذا كنا نجهل الاختيار العشوائي في تصميم التجربة المقارنة. أراد مجرب آخر أن يعرف فيما إذا كانت التجربة تؤثر على الوزن الذي تكتسبه الفئران. فقد أخذت الفئران من القفص واحداً واحداً وأخضعت للمعالجة إلى أن تمت معالجة نصفها ثم وضعت الفئران المعالجة في أقفاص صغيرة كل خمسة فئران في قفص. وقد وضعت معاً في حجرة تتمتع بشروط محيطية ثابتة، وكذلك وضعت الفئران الشاهد أيضاً في أقفاص في حجرة مماثلة. وعندما جرى تحليل المعطيات، اكتشف أن متوسط الأوزان الابتدائية كان أكبر في الحيوانات المعالجة منه في المجموعة الشاهد. وسيكون هذا مهماً تماماً في تجربة زيادة الوزن. ومن الممكن عند إجراء التجربة على الحيوانات أن نجد من الأسهل التقاط الحيوانات الأكبر، وما على المجرب أن يعمله هو وضع الفئران في الصناديق، ثم تحديد وضع كل صندوق في الغرفة المشار إليها ثم فرز الصناديق بين المعالجة والشاهد عشوائياً وعندها نحصل على مجموعتين قابلتين للمقارنة، سواء في الشروط الابتدائية أو في أية فروق بيئية يمكن أن توجد في حجرة التجربة.

تعطى هذه الأمثلة لتبين أنه حتـــى عندما تكون المادة التجريبية طبيعية كحيوانات المختَبر فإن الفروق الحيوية تبقى قائمة. والطريقة الوحيدة الفعالة التـــي ينصح بها في التعامل مع مثل هذه التجارب هي الاختيار العشوائي.

11.2 الوحدات التجريبية Experimental units

في تجربة زيادة الوزن الموصوفة أعلاه، يحوي كل صندوق خمسة فئران، هذه الحيوانات ليست مستقلة بعضها عن بعض وإنما يوجد تفاعل فيما بينها. ففي كل صندوق تشكل

الفئران الأربعة جزءاً من محيط الفأر الخامس، وهكذا يمكن أن تؤثر على نموه. نسمي الصندوق ذا الفئران الخمس **وحدة تجريبية** فالوحدة التجريبية هي أصغر مجموعة من المختَبرين في تجربة ما يرجع إلى المخطوطة زيادة الوزن يجب أن نحسب متوسط زيادة الوزن في كل صندوق، وأن نقدر متوسط الفروق باستخدام اختبار ستيودنت في حالة عينتين حسب الفقرة (3.10).

وتبرز قضية الوحدة التجريبية عندما تطبق المعالجة على المشرف الصحي عوضاً عن المريض نفسه. فمثلاً قارن (White ورفاقه 1989) ثلاث مجموعات موزعة عشوائياً لأطباء عامين (GPs). أعطيت الأولى برنامجاً مكثفاً من مجموعة صغيرة من التعليمات لتحسين معالجتها للربو، وجرى التدخل في المجموعة الثانية بشكل أقل، أما الثالثة فلم يُتدخَّل بعملها مطلقاً. وقد اختيرت عينة من مرضى الربو من الرجال والنساء خاصة بكل طبيب، وطلب منهم معلومات عن الأعراض التـــي يعانون منها. وقد كانت فرضية البحث هنا هي أن البرنامج المكثف يؤدي إلى تقليل أعراض المرض بين مرضاهم. وكانت الوحدة التجريبية هنا هي الطبيب (GP) وليس المريض. وقد استخدم مرضى الربو الذين عولجوا إفرادياً لمراقبة تأثير التدخل في ممارسة الطبيب لعمله على هذه المجموعة. ونسبة المرضى الذين أفادوا بوجود أعراض لديهم قد استخدموا كمقياس لتأثير التدخل في عمل الطبيب، وقد قورن متوسط هذه النسب بين الفئات باســـتخدام تحليل التفاوت باتجاه واحد الفقرة (10.9). ومثال آخر هو تجربة التقصي عن المرضى بين أفراد المجتمع الفقرة (3.15) حيث تقام مراكز للتقصي في بعض المناطق الصحية دون المناطق الأخرى، وعلينا أن نحسب معدل الوفيات في كل مقاطعة بشكل منفصل ثم نقارن المعدل الوسطي لمجموعة المقاطعات التـــي تم التقصي فيها عن المرض مع مجموعات المقاطعات الشاهدة.

على أن الصعوبة الكبرى التـــي نقابلها في تجاربنا عندما يكون لدينا وحدة تجريبية واحدة فقط في كل معالجة. فمثلاً نتخذ تجربة التوعية الصحية في مدرستين، ففي المدرسة الأولى يهدف برنامج التوعية الصحية تكريه الطلاب بالتدخين، وقد قدمت استبانات للطلاب في كلتا المدرستين تتعلق بالتدخين قبل التجربة وبعدها. وفي هذا المثال كانت المدرسة تمثل الوحدة التجريبية، ولا يوجد أي سبب يجعلنا نفرض تساوي نسبتـــي المدخنين بين الطلاب

في المدرستين، أو أن النسبتين ستبقيان كذلك إذا كانتا متساويتين في الأصل. وستكون هذه التجربة أكثر إقناعاً إذا كان لدينا عدة مدارس فرزت عشوائياً بين تلك التـــي تتلقى برامج التوعية الصحية أو التـــي ستكون شاهد. ثم نبحث بعدئذٍ عن الفرق الكائن بين المدارس المعالجة والشاهد، باستخدام نسبة المدخنين في المدرسة كمتغير.

12.2 نقاط أخرى في تصميم التجارب
Further Points about trial design

توجد أشكال كثيرة لتصميم التجارب لم نناقشها حتـــى الآن، وهذه تتضمن تجارب تُقارن فيها عدة عوامل في وقت واحد. فقد نرغب مثلاً في دراسة تأثير عقار يؤخذ وفق جرعات مختلفة بوجود عقار آخر أو بعدم وجوده، وفي حال كون الشخص المختبر قائماً أو مستلقياً. وتصمم هذه كتجربة متعددة العوامل حيث يمكن استخدام أي تأليف ممكن من العلاجات، وهذه التصميمات غير مألوفة في الأبحاث السريرية، ولكنها تستخدم أحياناً في العمل المخبري، ويمكن الرجوع إليها في كتب أعلى مستوى (Armitage و Berry 1987) و (Cochran 1980).

إن التجارب الموصوفة أعلاه تستخدم عينات ذات حجم ثابت ومقرر في بدء التجربة وبما أن من المرغوب فيه في التجارب الطبية تعريض أقل ما يمكن من المرضى إلى معالجات يمكن أن تؤذيهم فقد طورت تصميمات متتابعة يتم فيها تحليل المعطيات فور جمعها، وعندما يبلغ الفرق بين المعالجات المدروسة حداً مقنعاً نوقف التجربة (Armitage 1975).

ويجب أن أذكِّر أخيراً بأخلاقيات التجارب الطبية. قيمة اعتراض على التجريب العشوائي يقوم على أن الفائدة المرجوة للمعالجة تمنع عن مجموعة من المرضى. والرد على ذلك هو أن أية معالجة حيوية فعالة من الممكن أن تكون مؤذية، وليس لدينا الحق في تقديم معالجات قد تكون ضارة للمرضى، قبل التأكد من فوائدها بشكل قطعي، وبدون إجراء تجارب سريرية مُحكمه كما ينبغي لدعم فائدة هذه المعالجات، ويصبح أي علاج يقدم للمرضى تجربة لا تخلو من المخاطرة، وذلك لأنه لا يمكن التنبؤ بنتيجتها جيدة كانت أم سيئة.

من أجل اختيار حجـــم العينة انظـــر الفصل الثامن عشر، أما للإطلاع على أهمية النظرية والتطبيق في التجارب الســـريرية يمكن الرجوع إلى (Pocock و Johnson 1983) و (Johnson 1977).

M 2 أسئلة الاختيار من متعدد من 1 إلى 6

يجاب على كل سؤال إما بصح أو خطأ.

1. عندما نختبر معالجة طبية جديدة، المجموعة الشاهد الملائمة تتضمن مرضى:

آ – يعالجون من قبل أطباء مختلفين في الوقت ذاته

ب – يعالجون في مشافي مختلفة

ج – غير مستعدين لتلقي المعالجة الجديدة

د – عولجوا من قبل الطبيب نفسه في الماضي

هـ – غير مهيئين للمعالجة الجديدة

2. في اختبار مقارنة معالجتين، توزع الوحدات المختبرة باستخدام أعداداً عشوائية حيث:

آ – يمكن للعينة أن تشير إلى مجتمع معروف

ب – عندما نقرر قبول الشخص المختبر في التجربة، لا نعلم أية معالجة سيتلقاها

ج – الأشخاص المختبرون يتلقون المعالجة الأكثر ملائمة لهم

د – المجموعتان ستكونان متماثلتين بصرف النظر عن المعالجة

هـ – يمكن أن توصف المعالجات طبقاً لمميزات الشخص المختبر

3. في التجربة السريرية ثنائية التعمية:

آ – المرضى يجهلون أية معالجة يتلقون

ب – كل مريض يتلقى غفلاً

ج – المرضى يجهلون أنهم يخضعون لتجربة

د – كل مريض يتلقى كلا المعالجتين

هـ – الأطباء المقوّمون لا يعلمون أية معالجة يتلقاها المريض

4. في تجربة لقاح جديد، يُسمى الأطفال الذين سيتلقون اللقاح، والمجموعة الشاهد عشوائياً. وقد يَقبل اللقاح ثلثا المجموعة التـــي قدم لها:

آ - المجموعة التـــي يجب أن تقارن مع الشاهد، تمثل جميع الأطفال الذين قبلوا اللقاح

ب - أولئك الذين رفضوا اللقاح يجب أن يكونوا في المجموعة الشاهد

ج - التجربة ثنائية التعمية

د - يجب استبعاد الذين يرفضون التلقيح

هـــ - لا فائدة من التجربة لأنه لم يجر تلقيح كافة عناصر المجموعة المعالجة

5. تصاميم العبور التقاطعي للتجارب الطبية:

آ - يمكن أن تستخدم لمقارنة معالجات مختلفة

ب - لا تقتضي اختياراً عشوائياً

ج - تتطلب مرضى أقل مما تتطلبه التصاميم التـــي تقارن فيها مجموعات مستقلة

د - مفيدة لمقارنة معالجات بقصد تخفيف الأعراض المزمنة

هـــ - تستخدم المريض كشاهد على نفسه

6. الغفل مفيد في التجارب الطبية:

آ - عندما تقارن معالجتان متماثلتان ظاهراً

ب - لضمان إمكان المقارنة في التجارب التـــي لا يوجد فيها اختيار عشوائي

ج - إن مجرد وجود معالجة يمكن أن يُحدث استجابة

د - لأنه يمكن أن يساعد على إخفاء معالجة الشخص المختبر عن المقوِّم

هـــ - عندما تقارن معالجة فعالة مع عدم وجود معالجة

E2 تمرين: تجربة (اعرفي قابلتك)

إن تجربة اعرفي قابلتك Know your Midwife (KYM) هي طريقة لرعاية الأمومة للنساء ذوات الخطورة المنخفضة. ثمة فريق من القابلات يعملن في العيادة، وتقوم القابلة نفسها برعاية الأم قبل الولاة، وتوليد الطفل، ثم تقوم بالعناية بعد الولادة. لقد قورنت خطة (KYM) مع الرعاية المعيارية قبل الولادة في تجربة اختيار عشوائي Poulengeris and 1986)

(Flint. وكان من المعتقد أن الخطة ستكون جذابة للنساء وإذا عرفن أنها متاحة لهن، فمن الممكن أن يعارضن أن يفرزن للرعاية المعيارية. اختيرت مجموعة من النساء عشوائياً دون علمهن أنهن يفرزن للتجربة (KYM) أو إلى المجموعة الشاهدة، التي تتلقى رعاية معيارية قبل الولادة في مشفى (st.George). وقد أرسلت للنساء اللاتي اختيرت لـ (KYM) رسائل تشرح خطة (KYM) وتدعوهن للحضور. بعض النساء فضلن الرعاية المعيارية في العيادة عوضاً عنها. إن طريقة الولادة مبينة في الجدول (11.2). إن المعلومات النظامية المطلوبة في دار التوليد مسجلة لجميع النساء وقد طلب من هؤلاء أن يُتممن استماراتهن (ومن الممكن أن يرفضن ذلك) كجزء من دراسة الرعاية قبل الولادة، رغم أنهن لم يبلغن عن التجربة.

1. لقد عرفت النساء نوع الرعاية التي يتلقينها. ما هو تأثير ذلك على مخرجات التجربة؟
2. ما هي المقارنة التي يمكن القيام بها لاختبار ما إذا كان لـ (KYM) أي تأثير على طريقة الولادة.
3. هل تعتقد أن اختيار النساء دون علمهن مقبول أخلاقياً؟

الجدول 11.2 : طريقة الولادة في دراسة (KYM)

طريقة الولادة	قبول KYM		رفض KYM		المجموعة الشاهدة	
	%	n	%`	n	%	n
طبيعية	80.7	352	69.9	30	74.8	354
أدويّة[1]	12.4	54	14.0	6	17.8	84
قيصرية	6.9	30	16.3	7	7.4	35

[1] أدويّة: نسبة إلى أداة أي الولادة بالاستعانة بالأدوات (المترجم).

الفصل الثالـــث

الاعتيان والدراسات الرقابية

Sampling and observational studies

1.3 الدراسات الرقابية Observational studies

سنهتم في هذا الفصل بالدراسات الرقابية، فعوضاً عن إجراء تغييرات في شيء ما وملاحظة ما ينتج، كما في التجارب الفيزيائية أو السريرية، نراقب وضعاً قائماً ونحاول أن نفهم ماذا يحدث. إن دراسة الناس على الطبيعة كما هم، يمكن أن تكون صعبة للغاية، ويستحيل غالباً استخلاص نتائج حاسمة منها. وسنبدأ بالحصول على معلومات وصفية للمجتمعات الإحصائية التـــي نهتم بها، ثم ننتقل إلى مسألة استخدام مثل هذه المعلومات لدراسة الحالات المرضية والأسباب الممكنة للمرض.

2.3 المسح الإحصائي Censuses

لعل أبسط سؤال يمكن أن نطرحه فيما يتعلق بالمجموعة التـــي نهتم بدراستها: ما هو حجم هذه المجموعة. فنحتاج على سبيل المثال أن نعرف كم شخصاً يعيش في بلد ما، وكم منهم في كل فئة من فئات العمر، أو فئات الجنس، وذلك لمراقبة تغيرات المرض، والتخطيط للخدمات الطبية اللازمة. ونستطيع الحصول على هذا بما يسمى المسح الإحصائي. في هذا المسح، نجري تعداداً للمجتمع الإحصائي بأكمله. ففي المملكة المتحدة كما في كثير من

البلدان الأخرى يُجرى تعداد سكانـــي كل عشر سنوات، وينجز هذا التعداد بتقسيم البلد إلى مساحات صغيرة تدعى مقاطعات تعدادية، تحوي عادة ما بين 100 إلى 200 أسرة. وعلى العداد أن يتحرى كل أسرة في المقاطعة ويتأكد من ملء الاستمارة الإحصائية الخاصة بها وذلك بتسجيل جميع أفراد الأسرة مع بعض المعلومات البسيطة عنهم. وبالرغم من أن هذه الاستمارة مطلوبة قانونياً وتحفظ لكل أسرة، فإن بعضها قد يُفقد. والمعطيات الناتجة رغم فائدتها الكبيرة ليست موثوقة كلياً.

ويشترك القطاع الطبـــي بشكل واسع في المسح المستمر للوفيات، ولا يقتصر التسجيل على اسم المتوفي وسبب الوفاة وإنما تدون أيضاً معلومات حول عمر المتوفي وجنسه ومكان إقامته والعمل الذي كان يشغله. وطرائق المسح يمكن أن تستخدم لأهداف إدارية محددة أخرى. فقد نرغب مثلاً في معرفة عدد المرضى في مشفى خاص في فترة معينة، وكم يوجد منهم في كل من المجموعات التشخيصية المختلفة أو في مجموعات العمر أو الجنس وهكذا. ويمكننا عندئذ استخدام هذه المعلومات مع عدد الوفيات ومعدل المخرَّجين من المشفى لتقدير عدد الأسرَّة التـــي ستشغل في فترات مختلفة في المســـتقبل (Bewley 1975, 1981 ورفاقه).

3.3 الاعتيان Sampling

إن المسح الإحصائي لمشفى ما يعطينا معلومات موثوقة عن هذا المشفى فقط ولا يمكننا تعميم هذه النتائج بسهولة على المشافي عامة. فإذا أردنا الحصول على معلومات عن مشافي المملكة المتحدة أمامنا طريقتان: إما أن ندرس كل مشفى لوحده، أو نأخذ عينة ممثلة لهذه المشافي ونستخدمها لاستخلاص نتائج تتعلق بهذه المشافي.

تهتم معظم الأعمال الإحصائية باستخدام عينات صغيرة نستخلص منها نتائج تتعلق بالمجتمع الإحصائي. ففي التجارب السريرية الموصوفة في الفصل الثانـــي، يمثل المرضى الخاضعون للتجربة عينة من المجتمع المكون من جميع المرضى المتماثلين، والغاية من التجربة معرفة ما يمكن أن يحدث لجميع المرضى عندما نقدم لهم المعالجة الجديدة.

إن كلمة "مجتمع" تستخدم في الكلام الدارج لتعنـــي جميع الأشخاص الذين يعيشون في بقعة ما، أو في بلد ما غالباً، أما في الإحصاء فنعطي لهذا اللفظ معنـــى أوسع. **فالمجتمع**

الإحصائي هو مجموعة العناصر التـــي نهتم بدراستها، ويمكن لهذه العناصر أن تكون من أشياء شتـــى، كما أن عددها يمكن أن يكون محدوداً أو غير محدود. فإذا كنا نهتم مثلاً ببعض خصائص الشعب البريطانـــي، فالمجتمع الإحصائي يمثل جميع البريطانيين. وإذا كنا نهتم بمعالجة داء السكري فالمجتمع الإحصائي هو جميع السكريين. وإن كنا نهتم بضغط الدم لدى مريض معين، فالمجتمع الإحصائي هو جميع قياسات ضغط الدم لهذا المريض. وإذا كنا نهتم برمي قطعتـــي نقود فالمجتمع الإحصائي هو جميع النتائج الممكنة لرمي قطعتـــي النقود. فالمجتمعان في المثالين الأولين محدودان ويمكن استقصاؤهما بالكلية من الوجهة النظرية على الأقل، بينما المجتمعان في المثالين الآخرين غير محدودين. ونقصر اهتمامنا دائماً على العينة، ونعرف **العينة** بأنها مجموعة من المفردات مأخوذة من مجتمع إحصائي ما وتُستخدم لمعرفة بعض الأشياء عن هذا المجتمع.

والآن كيف نختار العينة من المجتمع الإحصائي؟ إن مسألة الحصول على عينة ممثلة للمجتمع مماثلة لمسألة الحصول على مجموعات متقارنة من المرضى التـــي ناقشناها في الفقرة (2.1-3) ونرغب أن تكون العينة المختارة ممثلة بمعنـــى ما للمجتمع الإحصائي أي أن تتصف بجميع الخصائص التـــي تهمنا في هذا المجتمع وفق النسب التـــي تتوزع بها هذه الخصائص. فمثلاً في عينة مأخوذة من مجتمع بشري نريد أن تشمل العينة النسبة ذاتها للرجال والنساء كما هي في المجتمع، والفئات ذاتها لمختلف الأعمار، وفئات الوظائف، والأمراض المختلفة وهكذا. وبالإضافة لهذا إذا استخدمنا العينة لتقدير نسبة المرضى في المجتمع، نريد أن نعرف مدى الثقة بهذا التقدير، وما هو احتمال اختلاف النسبة المقدرة في العينة عن النسبة الموجودة في المجتمع.

ولا يكفي أن نختار مجموعات قريبة المتناول، فإذا رغبنا مثلاً بالتنبؤ بنتائج اقتراع ما، فعلينا ألا نأخذ عينتنا من الأشخاص الذين ينتظرون الباص، فهؤلاء من السهل مقابلتهم على الأقل حتـــى يأتـــي الباص. ولكن هذه العينة منحازة كثيراً نحو أولئك الذين لا يستطيعون اقتناء السيارات وبالتالي نحو القطاعات ذات الدخل المنخفض. وبالطريقة ذاتها إذا أردنا أخذ عينة من طلاب كلية الطب فعلينا ألا نختار الصفين الأولين في قاعة المحاضرات، إذ يمكن أن يكونوا من الصنف التواق للمعرفة أو ممن يتصف بضعف البصر.

كيف يمكن إذن أن نختار عينة ليست متحيزة داخلياً؟ يمكننا تقسيم المجتمع إلى مجموعات وفق الخصائص المختلفة لهذا المجتمع التـــي يمكن أن تؤثر على نتائج الدراسة حسب تقديرنا. ففي حالة السؤال عن الاقتراع مثلاً، يمكن تقسيم المجتمع وفقاً للعمر والجنس والطبقة الاجتماعية، ثم نختار عدداً من الأشخاص من كل مجموعة بالذهاب إلى البيوت وطرق الأبواب حتـــى نحصل على العدد المطلوب، ثم نجري المقابلات معهم. وبعد ذلك نتعرف على توزيع الفئات في المجتمع (من معطيات المسح السكانـــي... الخ) وبذا يمكننا الحصول على صورة أفضل لأراء المجتمع وتسمى هذه الطريقة **الاعتيان بالتّحاص (Quota sampling)** وبالطريقة ذاتها يمكننا أن نحاول اختيار عينة من الفئران وذلك باختيار عدد معلوم من كل وزن وجنس... الخ. ولهذه الطريقة بعض الصعوبات: أولاً من النادر إمكان معرفة جميع التصنيفات التـــي لها صلة بالموضوع. ثانياً من الصعب تجنب التحيز داخل التصنيفات، وذلك لأننا سننتقي غالباً الأفراد الذين يُبدون لنا الترحيب، أو الفئران التـــي يسهل اقتناصها. ثالثاً لا يمكننا الحصول على فكرة عن النواتج التـــي لها صلة بالموضوع إلا بتكرار العمل بنفس النموذج من المسح عدة مرات، ولا نستطيع معرفة مدى تمثيل العينة للمجتمع إلا بمعرفة القيم الحقيقية للمجتمع (وهو ما يمكن عمله في الاقتراعات) أو بمقارنة النتائج مع العينات التـــي ليست لها هذه النواقص. هذه الطريقة يمكن أن تستخدم في استطلاعات الرأي أو استطلاعات السوق، لكنها أقل فائدة في المسائل الطبية، حيث نطرح باستمرار أسئلة جديدة على المرضى. ونحتاج إلى طريقة نتجنب فيها التحيز تمكننا من تقدير موثوقية العينة من العينة نفسها. وكما في الفقرة (2.2) نستخدم طريقة عشوائية ندعوها الاعتيان العشوائي.

4.3 الاعتيان العشوائي Random sampling

إن مسألة الحصول على عينة تمثل المجتمع الإحصائي مماثلة كثيراً لمسألة فرز عدد من المرضى إلى مجموعتين متقارنتين، والمطلوب الآن طريقة لاختيار عناصر العينة لا تعتمد على خصائصها الذاتية. إن الطريقة الوحيدة للقيام بهذا هو الاختيار العشوائي، بحيث يتم اختيار العنصر من المجتمع للعينة بمحض المصادفة.

وعلى سبيل المثال لأخذ عينة عشوائية مكونة من خمسة طلاب من صف يحوي ثمانين طالباً، يمكن أن نكتب جميع الأسماء على قصاصات من الورق ونخلطها جيداً في قبعة أو أي حاوية أخرى، ثم نسحب خمسة أسماء. وبذا يكون لجميع الطلاب الاحتمال نفسه في فرص الاختبار وهو 5/80 وهكذا نكون قد حصلنا على عينة عشوائية. إذ أن جميع العينات المكونة من خمسة طلاب متساوية الاحتمال أيضاً لأن كل طالب قد اختير بشكل مستقل تماماً عن الآخرين. تدعى هذه الطريقة **الاعتيان العشوائي البسيط**.

إن الطرائق الفيزيائية للاختيار العشوائي ليست غالياً ملائمة للعمل الإحصائي كما رأينا في الفقرة (2.2) وتستخدم عادة جداول الأرقام العشوائية كالجدول (3.2) أو الأعداد العشوائية المولدة ببرامج حاسوبية. فمثلاً نكتب الأسماء ونرقمها من 1 إلى 80، تسمى هذه القائمة التـــي نأخذ منها العينة إطار الاعتيان. نختار نقطة البدء في جدول الأعداد العشوائية الجدول (3.2) ولتكن هذه النقطة في السطر 20 والعمود 5 وهذا يعطينا الأزواج التالية:

14 04 88 86 28 92 04 03 42 99 87 08

يمكننا استخدام هذه الأزواج من الأرقام مباشرة كأرقام للأشخاص المختبرين، فنختار الشخصين ذوي الرقمين 14 و04 وبما أنه لا يوجد شخص رقمه 88 أو 86 فيكون الاختيار التالي 28، ولا يوجد أحد بينهم رقمه 92 فيكون الاختيار التالي هو 04 وبما أننا اخترنا مسبقاً هذا الشخص في العينة، فننتقل إلى الزوج التالي وهو 03 أما العدد الأخير من العينة فهو 42 وهكذا تحمل العينة الأعداد 3، 4، 14، 28، 42.

ويلاحظ وجود نظام ما في هذه العينة، ففيها عددان متتالين 3 و4 وثلاثة أعداد تقبل القسمة على 14 وهي 14 و28 و42 وقد تبدو لنا الأعداد العشوائية وكأنها خاضعة لنظام ما، ربما لأن العقل البشري يبحث دائماً عن هذا. من جهة أخرى إذا جربنا أن نجعل العينة أكثر عشوائية وذلك بأن نستبدل بأحد الرقمين 3 أو 4 رقماً قريباً من نهاية الجدول، نكون قد فرضنا شكلاً ما من الانتظام في العينة يهدم عشوائيتها. إن جميع المجموعات ذات العناصر الخمسة متساوية الاحتمال وقابلة للحدوث بما في ذلك المجموعة 1، 2، 3، 4، 5.

هذه الطريقة في استخدام الجدول تصلح لسحب عينة صغيرة ولكنها قد تكون طويلة ومملة في حالة العينات الكبيرة، لأن علينا أن نتحقق من عدم وجود نسختين لنفس الزمرة. توجد طرائق أخرى للقيام بهذا الاختيار، فيمكننا مثلاً التخلي عن شرط كون العينة ذات حجم ثابت، والإبقاء على الشرط القاضي بأن يكون لكل عنصر من المجتمع احتمال ثابت كي يوجد في العينة. فيمكننا أن نسحب عينة من الصف ذات احتمال 1/16 = 5/80 وذلك باستخدام طريقة الأرقام المجمعة التـــي تعطي مثل هذه الأعداد العشرية.

.1404 .8886 .2892 .0403 .4299 .8708

ثم نختار العنصر الأول من المجتمع إذا كان 0.1404 أقل من 1/16. وبما أن هذا العدد أكبر من 1/16 فلا نأخذ هذا العنصر، وللسبب ذاته نهمل العنصر الثانـــي الموافق لـــ 0.8886 وكذلك الثالـــث الموافق لـــ 0.2892 أما العنصر الرابـــع فيوافق 0.0403 وهو أقـــل من 1/16 (0.0625) وهكذا نختار الرابع كعنصر في العينة وهكذا... تصلح هذه الطريقة في العينات الكبيرة فقط، لأن حجم العينة التـــي نحصل عليها بهذه الطريقة، يمكن أن يتغير كثيراً في حالة العينات الصغيرة. وفي مثالنا ثمة فرصة أكبر من 1/10 للحصول على عينة مكونة من عنصرين أو أقل.

إن الطريقة الوحيدة التـــي تضمن لنا أن أي اختلاف بين العينة والمجتمع مرده للمصادفة فقط هو الاعتيان العشوائي. وثمة ميزة إضافية، إذ يمكننا تطبيق طرائق نظرية الاحتمالات على المعطيات التـــي حصلنا عليها لأن العينة عشوائية. وكما سنرى في الفصل الثامن، يمكننا هذا من تقدير الفرق المرجح أن يكون بين وسيط المجتمع وإحصائية العينة.

إن المشكلة في الاعتيان العشوائي هي أن علينا تحضير لائحة بأفراد المجتمع الإحصائي الذي نسحب منه العينة، ويمكن أن يكون هذا شاقاً أو مرهقاً، فلاختيار عينة من مجتمع البالغين في المملكة المتحدة مثلاً، يمكننا استخدام الجداول الانتخابية، ولكن تصنيف حوالي 000 000 40 اسم من الصعب القيام به. ومن الوجهة العملية يمكننا أن نأخذ عينة عشوائية من المناطق الانتخابية أولاً ثم نأخذ عينة عشوائية من الناخبين في هذه المناطق. وهذا ما يسمى **عينة عشوائية متعددة المراحل (Multi-Stage random sample)** وهذه الطريقة تتصف

بالخاصية العشوائية وهذا يعنـــي أن العينات تمثل المجتمعات التـــي سحبت منها، ومع ذلك ليس لجميع العينات فرص متساوية في الاختيار وبالتالي تختلف عن الاعتيان العشوائي البسيط.

ويمكننا أيضاً تنفيذ الاعتيان بدون تحضير لائحة أفراد المجتمع نفسه، بشرط أن يكون لدينا قائمة مكونة من وحدات واسعة تحتوي على جميع عناصر المجتمع فمثلاً يمكننا الحصول على عينة عشوائية من طلاب المدارس في منطقة ما، وذلك بأن نأخذ في البدء لائحة من المدارس التـــي من السهل زيارتها، ثم نسحب عينة عشوائية بسيطة من هذه المدارس، التـــي يشكل طلابها جميعاً عينة من الأطفال، نطلق عليها اسم **العينة العنقودية (Cluster Sampling)**، لأننا نأخذ عينة مكونة من عناقيد من الوحدات الإحصائية.

من المرغوب فيه أحياناً تقسيم المجتمع إلى شرائح مختلفة، حسب مجموعات العمر أو الجنس مثلاً، ثم أخذ عينة عشوائية منها، وهذا يماثل على وجه التقريب الاعتيان بالتحاص، إلا أن داخل الشرائح يتم الاختيار عشوائياً. إذا كانت للشرائح المختلفة قيماً مختلفة للكميات المقيسة، فالاعتيان العشوائي الشرائحي يمكن أن يزيد من دقتنا إلى حد كبير. كما توجد خطط كثيرة ومعقدة للاعتيان تستخدم في الأوضاع المختلفة.

لقد نظرنا في الفقرة (3.2) في الصعوبات التـــي يمكن أن تواجهنا لدى استخدام طرائق الفرز، والتـــي تبدو عشوائية، ولكنها لا تستخدم أعداداً عشوائية. وثمة طريقان مقترحان للاعتيان من قبل الباحثين في الأولى، نأخذ كل عاشر فرد من القائمة أو أي ترتيب آخر. أما في الأخرى فنستخدم آخر رقم في عدد مرجعي ما كرقم المريض في المشفى مثلاً ونشكل العينة من أولئك الذين آخر رقم في العدد الدال على ترتيبهم مثل 3 أو 4 . هذه الطرق **الاعتيانية منهجية أو شبه عشوائية**. وليس من الواضح عادة لماذا لا تعطي هذه الطريقة عينات عشوائية مع أنها يمكن أن تضاهي في حالات كثيرة الاعتيان العشوائي وهي بالتأكيد أبسط. وعلينا في حالة استخدامها أن نكون متأكدين تماماً أنه لا توجد نمطية في القوائم يمكن أن تعطي مجموعة لا تمثل المجتمع. فإذا كان هذا الإمكان موجوداً فالاعتيان العشوائي يبدو أسلم.

إن تحيز المتطوع يمكن أن يكون مسألة هامة في الدراسات الاعتيانية، كما في تجارب الفقرة (4.2). فإذا أمكننا الحصول على معطيات من مجموعة جزئية فقط من عناصر العينة

المسحوبة، فهذه المجموعة الجزئية لن تكون عينة عشوائية من المجتمع، وستكون عناصرها ذاتية الاختيار. ومن الصعب جداً في الغالب الحصول على معطيات من كل عنصر في العينة. إن نسبة الأفراد التـــي نحصل على معطيات عنها تدعى **معدل الاستجابة**، وفي الحالة التـــي تمسح العينة المجتمع يمكن أن تكون هذه النسبة ما بين 70% و80%. إن إمكان اختلاف العناصر المتسربة من العينة بشكل أو بآخر يجب أن يؤخذ في الحسبان. فمثلاً يمكن أن يكونوا مرضى وهذا يشكل مشكلة هامة في دراسة انتشار المرض. وفي دراسة العلاقة بين التدخين وأمراض الجهاز التنفسي لطلاب مدارس (Derbyshire)، أخذت عينة عشوائية من المدارس وكانت العينة المختارة هي طلاب السنة الأولى من المدرسة الثانوية (Banks ورفاقه 1978). وهكذا نكون قد حصنا على عينة عنقودية. إن معدل الاستجابة في هذا المسح كان 80% ومعظم المتسربين كانوا من الغائبين عن المدرسة في ذلك اليوم، بعض هؤلاء الغائبين كانوا مرضى أو مهملين. وهكذا يمكن أن تقودنا العينة إلى تقدير أقل من الواقع لانتشار الأعراض التنفسية، باستبعاد الذين يعانون من مرض حاد حديث، وكذلك فيما يتعلق بانتشار التدخين باستبعاد أولئك الذين اختفوا وراء أكواخ الدراجات ليدخنوا السجائر.

ومن أكبر أخطاء الاعتيان الاستطلاع الذي قامت به مجلة "*الملخص الأدبـــي*" عام 1936 الذي يوضح مخاطر الاعتيان هذه (Bryson 1976) فقد كان اقتراعاً لنوايا الناخبين في الانتخابات الرئاسية لعام 1936 في الولايات المتحدة، التـــي خاضها الرئيس Rvosevelt ومنافسه Landon وكانت العينة مركبة. ففي بعض المدن أخذت العينة كل ناخب مسجل، وفي بعضها الآخر أخذوا واحد من اثنين، وفي ولاية شيكاغو أخذوا واحد من كل ثلاثة. وقد أرسلت بالبريد عينة مكونة من عشرة ملايين بطاقة للمتوقع اشتراكهم بالتصويت، فأجاب منهم 2.3 مليون فقط أي أقل من الربع، ومع ذلك فمليونان هو عدد لا يستهان به من الأمريكيين، وقد تنبأ هؤلاء بأن 60% منهم سيصوتون لـــ (Landon). ولكن Rvosevelt قد فاز بـــ 62% من الأصوات، وكانت الاستجابة في الحقيقة ضعيفة جداً بحيث أن العينة لم تكن ممثلة للمجتمع بصرف النظر عن مدى العناية الذي بذلت في تشكيلها. والنتيجة أن مليونين من الأمريكيين يمكن أن يخطئوا فليس العبرة في حجم العينة، وإنما في تمثيلها للمجتمع. ولدى كون العينة تمثل حقيقة المجتمع فإن 2000 ناخب هو كل ما نحتاج

إليه لتقدير نوايا المقرعين بنسبة 2% وهي كافية للتنبؤ بنتيجة التصويت إذا صدق الناخبون بالإفصاح عن نواياهم، و لم يغيروا آراءهم بعد الاستبيان انظر الفقرة (E18).

5.3 الاعتيان في الدراسات السريرية
Sampling in clinical studies

بعد امتداح الاعتيان العشوائي والتشكيك في جميع طرائق الاعتيان الأخرى. يجب أن نعترف أن معظم المعطيات الطبية لا نحصل عليها بهذه الطريقة. ونعزو ذلك جزئياً للصعوبات العملية الكبيرة. فللحصول على عينة معقولة من مجتمع المملكة المتحدة، يمكن لأي شخص أن يحصل على قائمة للمناطق الانتخابية، ويأخذ عينة عشوائية منها، وذلك بشراء نسخ من الجداول الانتخابية لاختيار المناطق ثم أخذ عينة عشوائية من الأسماء. ولكن لنفرض أننا نريد الحصول على عينة عشوائية من مرضى السرطان القصبـــي لمعرفة عدد المدخنين منهم. يمكن فعل هذا بالحصول على قائمة لهؤلاء المرضى من المشافي بسهولة، ثم أخذ عينة عشوائية منها. ولكن بعد ذلك تصبح الأمور صعبة، إذ أن أسماء المرضى لا يؤذن بمعرفتهم إلا من قبل المستشار المسؤول وحسب رغبته، ونحتاج إلى إذن قبل الوصول إليهم أي أن أية دراسة تقام على المرضى تتطلب موافقة من اللجان المهنية للمشافي المختارة. فالحصول على عدد كبير من المرضى ليس بالأمر السهل، كما أن الحصول على موافقة من اللجنة المهنية تأخذ وحدها أكثر من سنة.

نتيجة لذلك فإن الدراسات السريرية تجرى على مرضى بين أيدينا. ولقد نوهت لهذه القضية في سياق التجارب السريرية في الفقرة (7.2). والشيء ذاته يطبق على نماذج أخرى من الدراسات السريرية، في التجارب السريرية تهتم بالمقارنة بين معالجتين، ونأمل أن تكون المعالجة الأفضل في مدينة Stockport ستكون أيضاً المعالجة الأفضل في مدينة Sauthampton، وعند دراسة القياسات السريرية، نأمل أن تكون طريقة القياس القابلة للتكرار في مدينة Maidenhead ستكون قابلة للتكرار في مدينة Middlesbrough، كما نأمل أنه إذا أعطت طريقتان مختلفتان نتائج متماثلة في مكان ما، ستعطي نتائج متماثلة في مكان آخر. كما أن الدراسات غير المتقارنة أدعى للقلق. كما أن المسار الطبيعي لمرض موصوف في مكان ما يمكن

أن يختلف بأوجه غير متوقعة عما هو في مكان آخر، وذلك بسبب الفروق في البيئة والوراثة الموجودة في المجتمع المحلي. إن مجالات الدلالة للإحصائيات المهمة سريرياً، أي الحدود التـي تقع داخلها القيم المأخوذة من الناس الأصحاء، يمكن أن تختلف من مكان لآخر، ومع ذلك فهي غالباً ما تكون مبنية على مجموعات من المختَبَرين لا تمثل حتـى المجتمع المحلي.

إن الدراسات المبنية على مجموعات محلية ليست عديمة القيمة وبخاصة عندما نهتم بالمقارنة بين المجموعات كما في التجارب السريرية أو العلاقات بين المتغيرات المختلفة، ومع ذلك علينا أن نفكر دائماً في قصور الطريقة الاعتيانية المبنيّة على مجموعات محلية عندما نفسر نتائج مثل هذه الدراسات.

في الحالة العامة تُجرى معظم الأبحاث الطبية باستخدام عينات مأخوذة من مجتمعات تخضع لقيود تفوق تلك التـي نرغب في استخلاص نتائج منها. فقد نضطر مثلاً لاستخدام المرضى في مشفى واحد عوضاً عن جميع المرضى، أو نتعامل مع المجتمع في بقعة صغيرة عوضاً عن مجتمع القطر كله أو العالم. كما نضطر أحياناً للاعتماد على المتطوعين في دراسة المختَبَرين الطبيعيين بسبب عدم رغبة معظم الناس في أخذ الحقن ونفورهم من صرف الساعات وهم مُقيدون بالدارات الكهربائية للأجهزة. وتتضمن مجموعات المختَبَرين الطبيعيين طلاباً من كلية الطب وممرضات وتقنيين في المخابر أكثر بكثير مما نتوقع بالمصادفة، أما في الأبحاث على الحيوانات فالمسألة أسوء، إذ ليس لدفعة واحدة فقط من سلالة من الفئران أن تمثل الأنواع كلها، في حين يجب أن تمثل عناصر من أنواع مختلفة وأعنـي هنا الجنس البشري.

إن نتائج هذه الدراسات يمكن أن تطبق فقط على المجتمع الذي سحبت منه العينة، وأية نتيجة نصل إليها تتعلق بالمجتمعات الإحصائية، مثل مجتمع من المرضى، تتوقف على دليل غير إحصائي وغالباً غير محدد كخبرتنا العامة بقابلية التغير الطبيعية وخبرتنا المكتسبة في دراسات مماثلة. وهذا أيضاً يمكن أن يخذلنا، إذ أن النتائج التـي نجدها في مجتمع ما يمكن ألا تطبق على مجتمع آخر. وقد لاحظنا هذا عند استخدام لقاح BCG في الهند الفقرة (7.2). من المهم جداً حيثما كان ممكناً أن تعاد الدراسات من قبل باحثين آخرين على مجتمعات أخرى، وبذلك نستطيع أن نوسع حجم المجتمع المدروس إلى حد ما.

6.3 الاعتيان في الدراسات الوبائية

Sampling in epidemiological studies

لعل أحد أهم الأعمال، وأكثرها صعوبة في الطب هو تحديد أسباب المرض، كيما نتمكن من استحداث طرائق للوقاية. خاصة ونحن نعمل في منطقة حيث التجارب غالباً ما تكون غير ممكنة وغير مقبولة أخلاقياً. فمثلاً لإثبات أن التدخين يسبب السرطان يمكننا أن نتصور دراسة يفرز فيها المختبرون عشوائياً إلى مجموعتين مجموعة المدخنين لفترة 50 سنة بمعدل 20 دخينة في اليوم، ومجموعة الذين لم يدخنوا أبداً في حياتهم. إن كل ما علينا عمله عندئذ هو النظر في شهادات الوفاة، من جهة ثانية لا يمكننا إقناع الأشخاص المختبرين أن يثابروا على عادتهم في التدخين، إذ أن تعمد التسبب بالسرطان غير مشروع أخلاقياً، لذلك علينا ملاحظة سيرورة المرض بقدر ما نستطيع بمراقبة الناس في الحالة الطبيعية عوضاً عن مراقبتهم في الشروط المخبرية.

عندما نفعل هذا يجب أن نواجه الحقيقة في أن تأثير المرض والسبب المفترض لا يوجدان بصورة منعزلة وإنما في تركيب معقد تتفاعل فيه عوامل متعددة، ويجب علينا أن نعمل قصارانا للتأكد من أن العلاقة التي نلاحظها ليست نتيجة لعامل آخر يؤثر في "السبب" و "المفعول" فمثلاً ثمة من يقول أن شجرة الحمى الإفريقية، أو لحاء الأكاسيا الأصفر، تسبب الملاريا، لأن أولئك الحمقى الذين خيموا تحت تلك الشجرة لعلهم أصيبوا بالمرض، إذ أن هذه الشجرة تنمو في الماء حيث يفقس البعوض، فهي بيئة مثالية لهذه الحشرات، حيث تنقل لدغتها طفيلي الملاريا الذي يسبب المرض. فالعاملان الهامان في إحداث المرض هما الماء والبعوض وليس الشجرة. إن اسم المرض "ملاريا" جاء في الحقيقة من ملاحظة غير علمية مماثلة، فهو يعني "هواء فاسد" وقد جاء من الاعتقاد أن المرض يتسبب من الهواء في الأماكن التي تكثر فيها المستنقعات حيث يكثر البعوض. في تصميم الدراسات الوبائية، يجب أن نتعامل مع العلاقات المركبة المتبادلة بين مختلف العوامل كي نستخلص منها الآلية الحقيقية للتسبب بالمرض. كما نستخدم أيضاً عدداً من الطرائق المختلفة لدراسة هذه المسائل. ولنر ما إذا كانت جميعها تعطينا الجواب نفسه.

ولعل إحدى الطرائق هي استخدام الفروق في معدل الوفيات بين الدول المختلفة أو تغيرات هذا المعدل مع الزمن. والمعطيات هنا مأخوذة من المسح السكانـــي. لذا لا توجد مسألة اعتيانية، فالمسألة تنجز في الواقع بأشكال مختلفة من التشخيصات وبتدخل متغيرات أخرى. فيلاحظ أن البلدان التـــي تستهلك الدسم الحيوانية بكثرة ترتفع فيها وفيات مرضى الشرايين الإكليلية. بالإضافة لهذا فإن مثل هذه الأقطار تميل إلى الإقلال من استهلك المواد الليفية أيضاً، لذا علينا أن نحاول عزل تأثيرات أحد هذه العوامل عن تأثيرات العوامل الأخرى وقد يكون هذا غير ممكن.

ثمة طريقة أخرى هي **الدراسة المقطعية العرضانية (Cross-sectional)** نأخذ عينة ما من المجتمع أو المجتمع بكامله، وننظر فيما إذا كان الأفراد مصابين بالمرض أو يملكون سبباً ممكناً للإصابة أو لا. فمثلاً أراد (Bank ورفاقه 1978) أن يعرفوا ما إذا كان التدخين يسبب أعراضاً تنفسية لطلاب المدارس. فأعطيت استمارات لجميع صبيان السنة الأولى في إحدى المدارس الثانوية المختارة من عينة عشوائية من المدارس في مدينة Derlyshine. فبين الصبيان الذين لم يسبق لهم أن دخنوا، صرح 3% أنهم يسعلون أولاً في الصباح بالمقارنة مع 20% من الذين ادعوا أنهم يدخنون دخينة[1] واحدة أو أكثر في الأسبوع. المشكلة هنا أن هذه العينة تمثل فئة من الصبيان في هذا العمر وفي مدينة Derlyshine والذين ملؤوا الاستمارات، ولكن ما نريده، أن تطبق هذه النتائج على الأقل في المملكة المتحدة إن لم يكن في العالم كله. ويمكن القول أنه بالرغم من أن انتشار الأعراض، وقوة العلاقة يمكن أن تتغير من مجتمع لآخر فإن وجود هذه العلاقة لا يحتمل أن يكون مقصوراً فقط على المجتمعات المدروسة، وثمة مسألة أخرى وهي أن التدخين والأعراض التنفسية يمكن ألا ترتبط بصورة مباشرة، بل يمكن أن ترتبط عن طريق عامل آخر. فمثلاً أولاد المدخنين يمكن أن يكونوا أكثر من غيرهم عرضة للإصابة بأعراض تنفسية بسبب ما يستنشقونه من دخان الأهل، كما يمكن أن يكونوا أكثر ميلاً لممارسة التدخين. ويمكننا حل هذه المسألة إذا نظرنا بشكل منفصل إلى العلاقة بين أطفال المدخنين والأعراض التنفسية لديهم بالمقارنة مع أطفال غير المدخنين والأعراض التنفسية لديهم. وكما يبن الشكل (1.3) فهذه العلاقة قائمة حسب الفقرة (8.17)، ولا

---

[1] دخينة: سيجارة (المترجم)

يوجد مسوغ لافتراض عامل سببـــي ثالث فاعل. أما المسألة الثالثة فهي أن المجيب يمكن ألا يقول الحقيقة وهذا ما سنعالجه في الفقرة (3.9).



الشكل 1.3 : إفادات طلاب مدرسة Derley shire عن انتشار السعال الصباحي بسبب ممارستهم التدخين أو ممارسة الأهل له (Bland ورفاقه 1978)

إن الطريقة المقطعية العرضانية البسيطة لا تلائم معظم الأمراض، لأن هذه تعد حوادث نادرة، فمثلاً نسبة الوفيات بسبب سرطان الرئة في الرجال تبلغ 9% في المملكة المتحدة (OPSC, DH2 No.7) ولذا فهو مرض هام جداً. لكن نسبة المرضى في وقت ما، أي **مقدار انتشار المرض**، منخفضة جداً. فمعظم الوفيات في سرطان الرئة تحدث بعد سن الخامسة والأربعين، لذلك سنأخذ عينة من الرجال أعمارهم 45 فأكثر. إن معدل من يبقى منهم على قيد الحياة، في الفترة التـــي يكتسبون المرض خلالها، سيكون حوالي 30 سنة. كما أن متوسط الزمن بين تشخيص المرض وموت المريض هو حوالي 1/2 سنة وهكذا فمن بين الذين اكتسبوا المرض يوجد فقط نسبة $1/2 \times 1/30$ قد شخص لديهم المرض عندما سحبت العينة، ولما كان 9% فقط من العينة قد ظهر لديهم المرض بطريقة ما فإن نسبة المرض في وقت ما هي $0.2\% = 0.09 \times 1/2 \times 1/30$ أو 2 من ألف، وهذا يعنـــي أننا نحتاج إلى عينة كبيرة جداً للحصول على عدد جدير بالاهتمام لمرضى السرطان الرئوي.

7.3 الدراسة الاترابية Cohort Studies

هي تصميم تطلعي حيث نبدأ بافتراض سبب ممكن ونرى فيما إذا كان هذا السبب يؤدي إلى المرض في المستقبل. نأخذ مجموعة من الناس، **الأتراب**، ونراقب فيما إذا كانوا يملكون العامل المسبب المشتبه به، ثم نتابعهم ونراقب فيما إذا تطور لديهم المرض. تستغرق الدراسة الاترابية عادة زمناً طويلاً، إذ يجب أن ننتظر حدثاً سيحصل في المستقبل، ويقتضي هذا أن نتتبع آثار مجموعة كبيرة من الناس، ربما لعدد كبير من السنوات. وغالباً فإن حجم العينة يجب أن يكون كبيراً للتأكد من أن عدداً كافياً سيظهر عندهم المرض كيما نتمكن من المقارنة بين الذين يملكون العامل المسبب للمرض والذين لا يملكونه.

الجدول 1.3 : معدلات الوفيات المعيَّرة في السنة لكل 1000 رجل أعمارهم 35 سنة فما فوق فيما يتعلق المدخنين الحديثين، بعد متابعة 53 شهراً (Doll وHill, 1956)

سبب الوفاة	معدل الوفيات بين				
	غير المدخنين	المدخنون	الرجال الذين يدخنون يوميا متوسط وزن التنباك الذي يستهلكه		
			1–14 g	15–24 g	25+ g
سرطان الرئة	0.07	0.90	0.47	0.86	1.66
سرطانات أخرى	2.04	2.02	2.01	1.56	2.63
أمراض تنفسية أخرى	0.81	1.13	1.00	1.11	1.41
الخثرات الاكليلية	4.22	4.87	4.64	4.60	5.99
أسباب أخرى	6.11	6.89	6.82	6.38	7.19
جميع الأسباب	13.25	15.78	14.92	14.49	18.84

إن الدراسة الاترابية المنوه عنها للوفيات التـــي لها علاقة بالتدخين قد أجريت من قبل (Doll وHill 1956) فقد أرسلت استمارات لجميع العاملين في القطاع الطبـــي في المملكة المتحدة، وقد طلب منهم أن يسجلوا الاسم والعنوان والعمر وتفصيلات عن ممارستهم للتدخين حالياً وفي السابق. وقد سُجلت الوفيات في هذه المجموعة، وقد أبدى 60% فقط من الأطباء تعاوناً، لذا فالفصيلة لا تمثل في الحقيقة جميع الأطباء. ونتائج الدراسة للأشهر الثلاثة والخمسين الأولى مبينة في الجدول (1.3).

فالفصيلة هنا تمثل الأطباء المستعدين لملء الاستمارة وإعادتها وليس المجتمع بكامله. ولا نستطيع استخدام معدل الوفاة كتقدير للمجتمع أو حتـــى لجميع الأطباء. وكل ما نستطيع قوله هو أنه في هذه المجموعة من المحتمل أن يموت المدخنون من سرطان الرئة أكثر من غير

المدخنين، وستكون هذه العلاقة مثيرة للدهشة إذا كانت صحيحة فقط عند الأطباء. ولكنا لا نستطيع أن ندعي بالتحديد أن هذه الحالة تشمل المجتمع بأكمله، وذلك بسبب الطريقة التـــي اختيرت بها العينة.

ولدينا أيضاً مشكلة أخرى لتداخل المتغيرات، فالأطباء لم يصنفوا كمدخنين وغير مدخنين كما في التجارب السريرية، فقد اختاروا تصنيفهم بأنفسهم، وإن إقرار بدء التدخين يمكن أن يرتبط بعوامل كثيرة (عوامل اجتماعية، وعوامل شخصية وعوامل وراثية). يمكن أن ترتبط هي نفسها بسرطان الرئة، وعلينا أن نأخذ في الحسبان هذه الإيضاحات المختلفة بعناية كبيرة قبل أن نستخلص أية نتيجة تتعلق بأسباب السرطان. في هذه الدراسة لا توجد معطيات لاختبار مثل هذه الفرضية وهي المشكلة العامة في الدراسة الاترابية، لأن العينة كبيرة جداً و لم نجمع سوى معلومات ضئيلة عن كل عنصر فيها.

8.3 دراسات الحالة والشاهد Case-control Studies

حل آخر لمشكلة قلة عدد المصابين بالمرض الذي ندرسه، هذا الحل هو **دراسة الحالة والشاهد**. في هذه الطريقة نأخذ مجموعة من الأشخاص مصابين بالمرض ندعوها "الحالات" ومجموعة أخرى غير مصابة بالمرض ندعوها "الشاهد" ثم نوجد تعرض كل مختَبر للعامل المسبب المحتمل، ونرى فيما إذا كان هذا يختلف في المجموعتين. لقد نفّذ (Doll وHill 1950) دراسة من هذا الشكل "حالة وشاهد" في aetiology لسرطان الرئة قبل دراستهم الاترابية، ففي عشرين مشفى في لندن، اعتبر جميع المرضى المقبولين في هذه المشافي على أنهم مصابون بسرطان الرئة "الحالات" وقد زار المشفى أحد الدارسين لمقابلة الشخص المختبر "الحالة" وفي الوقت ذاته اختار مريضاً دل التشخيص أنه غير مصاب بالسرطان من الجنس نفسه وفي حدود خمس سنوات من عمر أقرانه في المشفى ذاته واعتبره "الشاهد". عندما يتاح لنا اختيار أكثر من مريض ملائم، فنختار الأول من قائمة الجناح المعتبر مع الجناح التوأم الملائم للمقابلة. يبين الجدول (2.3) العلاقة بين التدخين وسرطان الرئة لهؤلاء المرضى، حيث يعد مدخناً كل من يدخن بمعدل دخينة واحدة يومياً لمدة لا تقل عن سنة. ويلاحظ أن "الحالات"

هم أكثر احتمالاً أن يمارسوا التدخين من "الشواهد" وقد استنتج (Doll وHill) أن التدخين عامل هام في حدوث سرطان الرئة.

الجدول 2.3 : عدد المدخنين وغير المدخنين بين مرضى سرطان الرئة نوعاً وعمراً بالمقارنة مع الشواهد المرضى بغير السرطان (Doll وHill ,1950).

	غير مدخنين	مدخنون	المجموع
الرجال			
مرضى سرطان الرئة	2 (0.3%)	647 (99.7%)	649
مرضى الشواهد	27 (4.2%)	622 (95.8%)	649
النساء			
مرضى سرطان الرئة	19 (31.7%)	41 (68.3%)	60
مرضى الشواهد	32 (53.3%)	28 (46.7%)	60

إن دراسة الحالات والشواهد هي طريقة جذابة في البحث بسبب سرعتها النسبية وكلفتها الضئيلة بالمقارنة مع الطرائق الأخرى، ولكن من جهة ثانية هناك صعوبات في اختيار "الحالات" و"الشواهد" وفي الحصول على المعطيات مما يؤدي أحياناً إلى نتائج متناقضة ومتعارضة.

والصعوبة الأولى هي اختيار "الحالات" وهذه المسألة تلقى اهتماماً ضئيلاً لا يتعدى التعريف الشائع للمرض، وبيان إثبات التشخيص، وهذا مفهوم نوعاً ما لأنه يوجد عادة شيء قليل آخر يمكن للباحثين أن يفعلوه. فهم يبدؤون بالمجموعة المتاحة من المرضى، ومع ذلك فهؤلاء المرضى لا يوجدون منعزلين. وقد شخّص لديهم المرض نتيجة لعملية ما، فأصبحوا لذلك متاحين للدراسة. نفرض مثلاً أننا اشتبهنا أن موانع الحمل الفموية يمكن أن تسبب سرطان الثدي. ولدينا مجموعة من المرضى شخّص لديهم هذا المرض، فعلينا أن نسأل أنفسنا فيما إذا كانت أي منهن قد اكتُشف مرضها بفحص طبي أجري لها بعد مراجعة الطبيب. فإذا كان الأمر كذلك، فالحبوب يمكن أن تكون ترافقت مع كشف المرض أكثر من كونها سبباً له.

ثمة صعوبة أكبر نصادفها في اختيار المجموعة الشاهدة، فالمطلوب هنا مجموعة من الناس غير مصابين بالمرض، ولكنها من جهة أخرى قابلة للمقارنة مع "الحالات" المدروسة. فيجب أن نحدد في البدء المجتمع الذي نسحب منه المجموعة الشاهد، هناك مصدران لهذه المجموعة. المجتمع العام، والمصابون بأمراض أخرى. والمصدر الثانـــي مفضل لإمكان التوصل إليه

بسهولة، ومن الواضح أن هذين المجتمعين غير متطابقين. وعلى سبيل المثال بين (Doll وHill) الوضع التدخيني الحالي لـ 1014 رجلاً وامرأة مصابين بأمراض غير السرطان. فكان 14% منهم لا يدخنون حالياً. وقد لاحظا أنه لا يوجد فرق بين المدخنين وغير المدخنين، في مجموعات المرضى، فيما يتعلق بالأمراض التنفسية، والأمراض القلبية الوعائية، والأمراض المعدية المعوية. من جهة ثانية تبلغ النسبة المئوية لغير المدخنين في المجتمع العام حالياً 18% من الرجال و59% من النساء (Todd 1972). ويلاحظ أن معدل المدخنين في مجموعات المرضى مرتفع إجمالاً. وكان تقريرهما، طبعاً، أن التدخين مترافق مع الأمراض في كل مجموعة، وأن المدخنين. أكثر إصابة بالمرض وأكثر احتمالاً أن يكونوا في المشافي من غير المدخنين.

من البديهي أن المقارنة التـي نريد إجراءها هي بين المرضى والأصحاء وليس بين المرضى قيد الدراسة والمرضى المصابين بأمراض أخرى. ونريد أن نعرف كيف نتقي المرض، وليس كيف نختار مرضاً دون آخر. من جهة أخرى من الأسهل كثيراً استخدام المرضى في المشافي كمجموعات شاهد، ولكن هذا يمكن أن يُوجد تحيزاً في الاختيار لأن العامل المؤثر يمكن أن يترافق بأمراض أخرى. نفرض الآن أننا نريد اكتشاف العلاقة بين المرض والتدخين باستخدام المجموعة الشاهد من المشفى. ولكن هل يجب علينا استبعاد مرضى سرطان الرئة من المجموعة الشاهد؟ إذا أدخلنا هؤلاء المرضى، فإن المجموعة الشاهد يمكن أن تحوي نسبة مدخنين أكبر مما هي عليه في المجتمع العام، بينما إذا استبعدناهم فيمكن أن يحصل العكس. وتحل هذه المشكلة باختيار مجموعة محددة من المرضى كما في حالات مرضى الكسور، حيث يعتقد أن مرضهم غير مرتبط بالعامل المبحوث عنه. في دراسة "الحالة" و"الشاهد" باستخدام سجلات المرضى، يمكن أن تكون المجموعة الشاهد أحياناً، أشخاصاً مصابين بأنواع أخرى من السرطان، وأحياناً تستخدم أكثر من مجموعة شاهد واحدة.

بعد أن حددنا المجتمع علينا أن نختار العينة، توجد عوامل كثيرة تؤثر على التعرض لعوامل المخاطرة مثل العمر والجنس. إن الطريقة الأكثر مباشرة هي أخذ عينة عشوائية كبيرة من المجتمع الشاهد، والتحقق من جميع الصفات وثيقة الصلة بالموضوع، وبعد ذلك إجراء التعديل عليها أثناء الدراسة لتفادي الفروق بين الأفراد، باستخدام الطرائق الموصوفة في الفصل 17. أما الطريقة البديلة فهي أن نأخذ لكل "حالة" "شاهد" ويكون هذا "الشاهد" من العمر

والجنس نفسه. وبعد إنجاز ذلك، يمكننا مقارنة "الحالات" و"الشواهد" بعد معرفة أن تأثيرات هذه المتغيرات الطارئة تعدل آلياً. إذا رغبنا باستبعاد "حالة" ما فعلينا استبعاد "الشاهد" الموافق لها أيضاً، وإلا أصبحت المجموعات غير قابلة للمقارنة. ويمكننا أن نحصل على أكثر من "شاهد" واحد لكل "حالة" ولكن الدراسة تصبح معقدة.

إن التوافق في بعض المتغيرات لا يؤكد قابلية المقارنة على الكل، ولو صح هذا حقيقة، فلا قيمة لهذه الدراسة. ماثل (Doll وHill) بين "الحالات" و"الشواهد" في العمر والجنس والمشفى وسجلا أيضاً مكان الإقامة فوجدا أن 25% من "الحالات" كانت من خارج لندن، بالمقارنة مع 14% من "الشواهد". إذا أردنا أن ننظر فيما إذا كان هذا ذا تأثير على علاقة السرطان بالتدخين فعلينا أن نقوم بتعديل إحصائي على أية حال. (لقد كان الحل الذي قدمه Doll و Hill ورفاقهما هو تركيز الانتباه على 98 زوجاً من المختبرين من مشافي لندن). وهنا تعرض لنا مشكلة التماثل، فنحن نعلم أنه كلما كان التماثل أكبر، كلما كانت المتغيرات المتداخلة التـي تزعجنا أقل. ولكن هذا يجعل المماثلة أكثر فأكثر صعوبة، وحتـى التماثل في العمر والجنس فإن (Doll وHill) لم يستطيعا أن يجدا دائماً مجموعة شاهدة في المشفى نفسه، فكان عليهما أن يبحثا في مكان آخر. وعلى هذا فالتماثل في متغيرات أخرى غير العمر والجنس صعب جداً.

بعد أن نقرر المتغيرات المتماثلة، نوجد في المجتمع الشاهد جميع التماثلات الممكنة. وإذا كانت ثمة تماثلات أكثر مما نحتاج، علينا أن نختار العدد المطلوب عشوائياً. ثمة طرائق أخرى كالتـي استخدمت من قبل (Doll وHill) سمحا للراهبة المشرفة على جناح المرضى باختيار العينة، مما يمكن أن يسبب تحيزاً واضحاً. وإذا لم نستطع إيجاد "شاهد" ملائم، يمكننا أن نجرب أحد أمرين: إما أن نوسع مقياس التماثل، العمر مثلاً ليصبح على مدى عشرة سنوات عوضاً عن خمس، أو نستبعد هذه "الحالة".

توجد بعض الصعوبات في تفسير نتائج دراسة "الحالة" و"الشاهد" إحدى هذه الصعوبات هي أن تصميم "الحالة" و"الشاهد" يتطلب عادة **دراسة راجعة**، أي أننا نبدأ بالوضع الحالي للمرضى، سرطان الرئة، مثلاً، ونربطه بالماضي أي بتاريخ ابتداء التدخين وتعتمد عادة نعتمد على ذاكرات المختَبرين المشكوك فيها. ونصادف مشكلة تقويم التحيز في مثل هذه

الدراسات، كما في التجارب السريرية الفقرة (9.2)، فالقائمون بالمقابلات يعرفون غالباً فيما إذا كان من يقبلونه هو "الحالة" أم "الشاهد" وهذا يمكن أن يؤثر كثيراً على طريقة طرح الأسئلة. وتبرز المسألة ذاتها لدى استدعاء الحوادث الماضية من قبل "الحالة" فعلى سبيل المثال من المحتمل أن تتذكر الأم ما يخص ابنها المعاق من حوادث أكثر مما تتذكر عن ولدها الطبيعي في أيام الحمل التـــي يمكن أن تكون سبب هذا الأذى. هذه الاعتبارات وسواها تجعل دراسة "الحالة" و"الشاهد" صعبة التفسير للغاية. والدلالة المستخلصة من مثل هذه الدراسات يمكن أن تكون مفيدة. ولكن يجب الرجوع إلى المعطيات التـــي نحصل عليها من طرائق أخرى في البحث قبل أن نخلص إلى أية نتيجة نهائية.

الجدول 3.3 : الأجوبة على السؤالين المتماثلين حول المرض والصحة بحسب العمر (1979 Hedges)

	المجموع	العمر بالسنوات		
		55+	35–54	16–34
(آ) هل سطتيع عمل شيء	65%	56%	64%	75%
(ب) هل نستطيع عمل شيء	49%	50%	49%	45%

توجد مشكلات كثيرة لدى استخدام هذه التصميمات الرقابية، والمستثمر الطبـــي لهذه الأبحاث يجب أن يكون واعياً لها. وليس لدينا طريقة أفضل لمعالجة هذه الأسئلة، لذا علينا أن نعمل ما بوسعنا من أجلهم ونبحث عن علاقات متماسكة تقف أمام أي اختبار. يمكننا أيضاً أن نبحث عن إثباتات لنتائجنا بصورة غير مباشرة، في نماذج حيوانية أو من تقصي العلاقة بين الدواء والاستجابة له في المجتمع الإنسانـــي. ومع ذلك، علينا أن نقبل أن البرهان الكامل على هذه القضايا مستحيل، ومن غير المعقول أن يطلب منا ذلك. وفي بعض الأحيان، كما في، التدخين والصحة، علينا أن نعمل على التوازن الدلالي.

9.3 تحيز الاستبانة في الدراسات الرقابية

Questionnaire bias in obsrvational studies

لقد نظرنا في الفقرة (8.2) في تحيز الاستجابة في التجارب السريرية، وتبرز المشكلة نفسها في الدراسات الرقابية. وغالباً ما يكون الأمر هنا أكثر تعقيداً لكثرة المعطيات التـــي يمدنا بها

المختبرون أنفسهم. إن الطريقة التـــي يطرح بها السؤال يمكن أن تؤثر على الجواب. وفي بعض الأحيان يكون التحيز واضحاً في السؤال، كما في السؤال التالي:

آ – هل تعتقد أن الناس يجب أن يكونوا أحراراً في اتخاذ الإجراءات الطبية الوقائية المثلى للعناية الممكنة لأنفسهم ولأسرهم، بعيداً عن التدخل من قبل بيروقراطية الدولة.

ب – هل ينبغي أن يكون الثري قادراً على شراء مكان لنفسه في مقدمة طابور العناية الطبية متجاوزاً أولئك الذين هم بحاجة أكبر، أم أن العناية الطبية يجب أن تخصَّص على أساس الحاجة فقط؟

في المقطع (آ) يتوقع الجواب عليه: نعم بينما يتوقع في المقطع (ب) الجواب: لا. نأمل ألا نضلل بمثل هذه التلاعبات المفضوحة، ولكن تأثير الصياغة اللفظية للأسئلة يمكن أن تكون أكثر خبثاً من هذا. لقد أورد (Hedges 1978) عدة أمثلة على تأثير الصياغة اللفظية للأسئلة. فقد طرح على مجموعتين تعدان 800 من المختبرين واحداً من الأسئلة التالية:

آ – هل تشعر أنك تعتنـــي بشكل كافٍ بصحتك، أم لا؟

ب – هل تشعر أنك تعتنـــي بشكل كافٍ بصحتك أو هل تعتقد أنه يمكنك الاعتناء بشكل أكثر؟

في الإجابة على السؤال (آ) ادعى 82% أنهم يعتنون بشكلٍ كاف، بينما 68% فقط قالوا هذا في الاجابة على السؤال (ب). وكان الفرق بين الاجابتين في الزوج التالي من الأسئلة أكثر إثارة.

آ – هل تعتقد أن شخصاً في عمرك يستطيع أن يفعل أي شيء، يمنع المرض في المستقبل أم لا؟

ب – هل تعتقد أن شخصاً في عمرك يستطيع أن يعمل أي شيء لمنع المرض في المستقبل أو أن ذلك بوجه عام يحدث بالمصادفة؟

ليس ثمة فرق في النسبة المئوية فقط للذين أجابوا أنهم يستطيعون فعل شيء ما، ولكن يبين الجدول (3.3) أن هذا الجواب مرتبط بالعمر من أجل الصيغة (آ) ولكنه غير مرتبط بالعمر من أجل الصيغة (ب). وهنا الصيغة (ب) غامضة، لأنه من الممكن تماماً أن نفكر أن الصحة هي بشكل عام من الأمور التصادفية، ولكن لا يزال ثمة شيء يمكن للإنسان أن يعمله من أجلها.

في بعض الأحيان يمكن للمجيب أن يفسر السؤال بطرائق مختلفة، فمثلاً عندما يُسأل فيما إذا كان فبـــي العادة يسعل بداية في الصباح، أجاب 3.7% من طلاب المدارس في (Derlyshine) أنهم يسعلون، وعندما سُئل أهلهم عن هذا أجاب 2.4% منهم بالإيجاب، والفرق بين النسبتين ليس كبيراً، ومع ذلك عندما سئلوا عن السعال في أوقات أخرى في اليوم أو في المساء أجاب 24.8 % من الأطفال بنعم بالمقارنة مع 4.5 % فقط من الأهل (Bland ورفاقه 1979). كل هذه الأعراض، تبين وجود علاقات بين الأولاد المدخنين والمتغيرات الممكنة الأخرى، وفيما بينها أيضاً. وعلينا أن نسلم أننا نقيس شيئاً ما، لسنا متأكدين ما هو!

ثمة شيء آخر هو أن المجيب يمكن ألا يفهم الأسئلة، وبخاصة عندما تتضمن عبارات طبية. في الدراسات المبكرة للمدخنين من الأولاد وجدنا أن 85 % من العينة وافقوا أن التدخين يسبب السرطان، ولكن 41 % أفادوا أن التدخين غير مؤذ (Bewley ورفاقه 1974) يوجد تعليلان ممكنان على الأقل لهذه النتيجة إن طلب الموافقة على العبارة السلبية "التدخين ليس مؤذياً" قد يشوش الأطفال، أو ربما لا يرون السرطان مؤذياً، وكلا الإمكانين واردان وضوحاً. وفي دراسة أخرى لدخائن "Kent" سألنا عينة أخرى من الأطفال فيما إذا كانوا يوافقون على أن التدخين يسبب السرطـــان وأن التدخين مضر بالصحـــة (Bewley و Bland 1976). في هذه الدراسة وافق 90% منهم على أن التدخين يسبب السرطان و 91% وافقوا على أن التدخين مضر بالصحة. وفي دراسة أخرى لـ (Bland ورفاقه 1975) سألنا الأولاد ماذا نعنـــي بالعبارة "سرطان الرئة"، وجدنا 13% فقط بدا لنا أنهم فهموا ماذا تعنـــي هذه العبارة بينما 32% لم يفهموا، وكانوا يقولون غالباً "لا أعلم" وجميعهم تقريباً عرفوا مع ذلك أن التدخين يسبب سرطان الرئة.

إن الوضع الذي يطرح فيه السؤال يمكن أن يؤثر على الإجابة. لقد قامت الشركة العالمية للاتصالات واستطلاعات الرأي والبحث التسويقي باقتراع، سئل فيه نصف المختبرين عن مرشحهم المفضل في مقابلات حية معهم، بينما أعطي نصفهم الآخر أوراق انتخابية سرية (Mekie 1992) فاختار 33% العمال في الطريقتين و 28% اختاروا المحافظين في المقابلة، واستنكف 7% منهم عن التصويت. في حين اختار 35% المحافظين بالاقتراع السري

واستنكف 1% منهم فقط. وهكذا أظهرت الطريقة السرية أغلبية للمحافظين، كما أظهرت المقابلة الحية أغلبية للعمال وكمثال آخر قارن (Sibbad ورفاقه 1994) بين عينتين عشوائيتين للأطباء الممارسين (GPS) أخذت أجوبة الأولى بالبريد ثم بالهاتف إذا لم يصل الجواب بعد التذكير مرتين، وأخذت أجوبة الأخرى بالهاتف مباشرة. وقد أفاد 19% من العينة البريدية أنهم أجابوا دون استشارة أحد بالمقارنة مع 36% من عينة الهاتف، بينما أفاد 14% أن المساعد الصحي قدم لهم المشورة بالمقارنة مع 30% من زمرة الهاتف. ونستخلص من ذلك أن طريقة طرح السؤال قد أثرت على الجواب. لذا يجب أن كون حذرين جداً عندما نفسر أجوبة الاستبيان.

إن أفضل طريقة وأسلسها، إذا لم تكن الطريقة الوحيدة، للحصول على المعطيات هي أن نسأل الناس، وعندما نفعل ذلك علينا أن نكون حريصين جداً أن تكون الأسئلة مباشرة، وغير غامضة، وبلغة يفهمها المجيب. وإذا لم نفعل ذلك فمن المحتمل أن تقع كارثة.

M 3 أسئلة الاختيار من متعدد من 7 إلى 13

يجاب على كل سؤال إما بصح أو خطأ.

7. المجتمع الإحصائي:

آ - يتكون من أشخاص فقط

ب - يمكن أن يكون محدوداً

ج - يمكن أن يكون غير محدود

د - يمكن أن يتكون من أية مجموعة من الأشياء التـــي نهتم بها

هـــ - يمكن أن يتكون من أشياء لا توجد حقيقة

8. المسح الإحصائي للمرضى في يوم واحد داخل مشفى الأمراض النفسية - العقلية يمكن:

آ - أن يعطي معلومات جيدة عن المرضى في ذلك المشفى في تلك الفترة

ب - أن يعطي تقديراً موثوقاً للعوامل الفصلية عند القبول

ج - يمكّننا أن نستخلص نتائج عن المشافي العقلية - النفسية في بريطانيا

د - يمكّننا من تقدير توزيع مختلف التشخيصات في المرض العقلي محلياً

هـ – تخبرنا عن عدد المرضى الذين كانوا في المشفى

9. في الاعتيان العشوائي البسيط:

آ – كل عنصر من المجتمع الإحصائي له الفرصة ذاتها في الاختيار

ب – يجب ألا نختار العناصر المتجاورة في المجتمع

ج – لا نستطيع تقدير الأخطاء المحتملة

د – كل عينة ممكنة الاختيار لها الفرصة ذاتها في الاختيار

هـ – يتوقف قرار قبول المختبر في العينة على خصائص هذا المختبر فقط

10. يتضمن الاعتيان العشوائي الفوائد التالية:

آ – يطبق على أي مجتمع

ب – يمكن تقدير الأخطاء المحتملة

ج – لا يوجد تحيز

د – من السهل القيام به

هـ – يمكن ان يستدل بالعينة على مجتمع معلوم

11. في دراسة مرضى المشافي. اختير 20 مشفى عشوائياً من قائمة المشافي، ثم اختير 10% من المرضى عشوائياً من كل مشفى:

آ – عينة المرضى، هي عينة عشوائية

ب – جميع المشافي، لها الفرصة ذاتها في الاختيار

ج – جميع المرضى لها الفرصة ذاتها في الاختيار

د – يمكن أن تستخدم العينة للاستدلال بها على جميع مرضى المشافي في ذلك الوقت

هـ – جميع العينات الممكنة للمرضى لها الفرصة ذاتها في الاختيار

12. لتفحص العلاقة بين تعاطي الكحول وسرطان المري، تتضمن الدراسة الملائمة:

آ – أخذ الاستبانة المسحية للعينة العشوائية من جداول المقترعين

ب – مقارنة سير تعاطي الكحول بين مجموعة المرضى المصابين بسرطان المري وبين المجموعة الشاهد من الأصحاء، متماثلة في العمر والجنس

ج – مقارنة بين معدل سرطان المري الحالي بين مجموعة الكحوليين ومجموعة غير الكحوليين

د – مقارنة لسيرة مدمنـــي الكحول بين مجموعة مرضى سرطان المري، وبين عينة عشوائية من المنطقة المحيطة مأخوذة من جداول المقترعين وذلك باستخدام بطاقات الاستبيان.

هـــ – مقارنة بين معدل الوفيات بسرطان المري في عينة كبيرة من المختبرين بعد معرفة استهلاكهم للكحول في الماضي

13. في دراسة الحالة – الشاهد لمعرفة ما إذا كانت الأكزيما في الأولاد مرتبطة بتدخين الأهل:

آ – يسأل الأهل عن ممارستهم التدخين حين مولد الطفل، ثم يراقب تطور الأكزيما الذي يلي ذلك عند الطفل

ب – نقارن أولاد مجموعة الأهل المدخنين مع مجموعة الأهل غير المدخنين

ج – يطلب من الأهل التوقف عن التدخين، لمعرفة ما إذا كانت الأكزيما تتراجع عند أطفالهم

د – تقارن أولاد المدخنين المصابون بالأكزيما مع أولاد المدخنين غير المصابين بالأكزيما

هـــ – يفرز الأهل عشوائياً إلى مجموعة المدخنين ومجموعة غير المدخنين

E 3 تمرين الخمج بمرض Campylobacter jejuni

Canpulobacter jeju هو جرثوم يسبب مرض معدي معوي، ينتشر بالطريق الفموي البرازي. ويصيب أنواعاً مختلفة من الأحياء. وينتقل المرض إلى الإنسان من مداعبة الكلاب والقطط، ومعالجة الدواجن وأكل لحومها، واللحوم الأخرى، وعن طريق الحليب مصادر المياه. يعالج هذا المرض بالمضادات الحيوية.

في حزيران 1990 ارتفع معدل العزل لمرضى C.J إلى أربعة أضعاف في مقاطعة Ogwr في وسط Glamorgan. وقد أفادت أم الطفل الذي أدخل المشـــفى نتيجة إصابته باختلاطات حموية ناشـــئة عن أن زجاجات الحليب الخاصة بالطفل قد هوجمت من قبل الطيور أثناء الأسبوع الذي سبق مرضه،وقد رافقت هذه الحادثة، حادثة عدوى بالمرض في بقعة أخرى.

هذه المشاهدة، مع ارتفاع معدل المرض C.j، عجلت في دراسة الحالة – الشاهد. (ساوثرن ورفاقه 1990).

الجدول 4.3 : تسلم زجاجات الحليب عند درجة الباب وتعرض الحليب لهجمات الطيور

	النسبة المئوية			
	الحالات		الشواهد	
تسلم الحليب عند درجة الباب	29	% 91	47	% 73
زجاجات الحليب التي هاجمتها الطيور سابقاً	26	% 81	25	% 25
زجاجات الحليب المهاجمة قبل أسبوع من المرض	26	% 81	5	% 5
القياسات الوقائية	6	% 19	14	% 14
معالجة الزجاجات المهاجمة في الأسبوع السابق للمرض	17	% 53	5	% 5
شرب الحليب من الزجاجات المهاجمة في الأسبوع السابق للمرض		% 80	5	% 5

المريض المختبر "الحالة" هو شخص أكد الفحص المخبري عدواه بالمرض C.j وقد تعرض لهجمة ما بين 1 أيار و1 حزيران 1990، وكانت إقامته في بقعة في مركز Bridgend. وقد أبعدت من الدراسة الحالات التي قضى أصحابها ليلة أو أكثر بعيداً عن هذه المنطقة في الأسبوع ما قبل الهجمة، إذا أصابتهم الهجمة في مكان آخر أو كانوا في أسرة يوجد فيها حالة إسهال في الأسابيع الأربعة السابقة.

أما المجموعة الشاهدة فقد اختيرت من السجلات العامة للمرضى أو من أمثلة قليلة من الذين يزاولون الخدمة في نفس المنطقة. وقد اختير لكل "حالة" شاهدان مماثلان لها في العمر والجنس (بتقريب خمس سنوات) ومكان الإقامة.

الجدول 5.3 : تكرار هجمات الطيور على زجاجات الحليب

عدد الأيام الأسبوع عندما حدثت الهجمات	الحالات	الشواهد
0	3	42
3 - 1	11	3
5 - 4	5	1
7 - 6	10	1

وقد جرت المقابلات "للحالات" والشواهد وفق استمارات قياسية في المنزل أو بالهاتف. وقد سئلت "الحالات" عن العوامل المختلفة التي تعرضت لها في الأسبوع السابق

لبداية المرض. كما سئلت "الشواهد الأسئلة ذاتها عن الأسبوع الموافق للحالات المماثلة. وقبل أن نجري مقابلة مع الشاهد، كتبنا إيضاحاً حول هدف البحث. إذا كان الشاهد أو أحد أعضاء أسرته قد أصيب بالإسهال أكثر من ثلاثة أيام في الأسبوع قبل أو أثناء مرض الحالة المقابلة، أو أنه قضى أية ليال أثناء ذلك الأسبوع بعيداً.

الفصل الرابع

تلخيص المعطيات Summarizing data

1.4 أنواع المعطيات Types of data

نظرنا في الفصلين الثانـــي والثالث في طرائق تجميع المعطيات، وسنرى في هذا الفصل كيف يمكن تلخيص المعطيات للمساعدة على إظهار المعلومات التـــي تحتويها. ويمكن أن نتوصل إلى ذلك بحساب بعض القيم التـــي نستخلص منها أشياء ذات أهمية في هذه المعطيات، ندعو هذه القيم "**الإحصائيات**" والإحصائية هي أية قيمة يمكن حساها من المعطيات فقط.

من المفيد أن نميز بين ثلاثة أنواع من المعطيات: المعطيات الكيفية، المعطيات الكمية المنقطعة، والمعطيات الكمية المستمرة. نصادف المعطيات **الكيفية** عندما يمكن تصنيف الأفراد في صفوف منفصلة، وقد لا يربط بين صف وآخر أية علاقة عددية، مثل الجنس: مذكر، مؤنث، أو أنواع الدور: منـــزل، بيت صغير، شقة، دار. أو لون العيون: بنـــي، رمادي، أزرق، أخضر. أما المعطيات **الكمية** فهي عددية ونلاحظها في التعداد أو القياس. فإذا كانت القياسات أعداداً صحيحة مثل عدد أفراد أسرة أو عدد الأسنان المحشوة. يقال أها **منقطعة**، أما إذا كانت القياسات تأخذ أية قيمة في مجال ما مثل الطول أو الوزن فيقال إها **مستمرة**. من الوجهة العملية ثمة تداخل بين هذه الفئات. إذ أن معظم المعطيات المستمرة محددة بالدقة التـــي نقيس ها هذه المعطيات. فمثلاً من الصعب قياس طول إنسان بدقة تقل عن 1 مم، وعادة يقاس بدقة 1 سم، لذا فالمجموعات التـــي نلاحظها فعلياً هي فقط المجموعات المنتهية

من القياسات. ومع أن الطول يمكن أن يأخذ عدداً غير منته من القيم فإن قياس الطول في الحقيقة هو متغير منقطع. من جهة ثانية، سننظر إلى الطرائق الموصوفة لاحقاً والتـــي تعالج المتغيرات المستمرة على أنها الطرائق الملائمة لتحليل هذه المعطيات.

سنطلق على هذه الكميات أو الكيفيات: الجنس، الطول، العمر... اسم **المتغيرات**، لأنها تتغير من عنصر لآخر في العينة، كما يسمى المتغير الكيفي أيضاً **المتغير المصنَّف** أو **الموصَّف**. وسنستخدم هذه التسميات بالتبادل.

الجدول 1.4 : التشخيص الأساسي للمرضى في مشفى Tooting Bec

التشخيص	عدد المرضى
الفصام	474
اضطرابات عاطفية	277
متلازمة دماغية عضوية	405
معوّق	58
الكحولية	57
أمراض أخرى غير معروفة	196
المجموع	**1467**

2.4 التوزيـــع التكـــراري Frequency distributions

عندما تكون المعطيات كيفية تماماً، فأبسط طريقة للتعامل معها هو تعداد الحالات في كل صف. فمثلاً في تحليل مجتمع المرضى في مشافي الأمراض النفسية الفقرة (2.3) فإن أحد المتغيرات التـــي نهتم بها هو التشخيص الرئيسي للمريض (Bewley ورفاقه 1975). لتلخيص هذه المعطيات نسجل عدد المرضى الموافق لكل تشخيص، ويبين الجدول (1.4) هذه النتائج. نسمي عدد المرضى التـــي لها التشخيص نفسه **تكرار** هذا المرض، فمثلاً التكرار الموافق لمرضى الفصام هو 474، نسمي أيضاً نسبة المرضى التـــي لها هذا المرض **التكرار النسبـــي**، فالتكرار النسبـــي لمرضى الفصام مثلاً هو 0.32 = 474/1467. أما جدول التكرارات لجميع الفئات الممكنة، فنطلق عليه اسم **التوزيع التكراري للمتغير**.

نصنف المرضى في هذا المسح حسب توقع تخريجهم من المشفى: مرضى من المرجح تخريجهم، أو مرضى من الممكن تخريجهم، أو من غير المرجح تخريجهم، ويبين الجدول (2.4)

تكرارات هذه الفئات. إن إمكان التخريج يمثل متغيراً كيفياً، مثل التشخيص، ولكن الفئات هنا مرتبة. وهذا يمكّننا من استخدام مجموعة أخرى من الإحصائيات الملخصة مثل التكرارات التراكمية. يعرف **التكرار التراكمي** لقيمة ما للمتغير بأنه عدد المفردات للقيم الأصغر أو المساوية لهذه القيمة. فإذا رتبنا أرجحية التخريج بدءاً من "غير مرجح" أو "ممكن" ثم "مرجح" تكون التكرارات التراكمية هي 871, 1210 (= 871 + 339) ثم 1467. ويكون **التكرار التراكمي النسبـــي** لقيمة ما هو نسبة المفردات في العينة الأصغر أو المساوي لهذه القيمة. ففي مثالنا التكرارات التراكمية النسبية هي 0.59 (= 871/1467) و0.82 و1.00. وهكذا يمكننا أن نرى أن نسبة المرضى الذين هم من غير المرجح تخريجهم هو 0.82 أو 82%.

الجدول **2.4** : أرجحية خروج المرضى في مستشفى Tooting Bec

خروج	التكرار	التكرار النسبـــي	التكرار التراكمي	التكرار التراكمي النسبـــي
غير مرجح	871	0.59	871	0.59
ممكن	339	0.23	1210	0 82
مرجح	257	0 18	1467	1 00
الإجمالي	**1467**	**1.00**	**1467**	**1.00**

إن وصف "الترجيح" في التخريج هو متغير كيفي، قابل للترتيب كما بينا. وفي بعض الأحيان هذا الترتيب يؤخذ بالحساب في الدراسة، وفي أحيان أخرى لا يؤخذ. ومع أن الفئات هنا قابلة للترتيب فالمعطيات ليست كمية. فلا معنـــى لقولنا أن الفرق بين الوضعين: "يُرجح" و"ممكن" هو الفرق نفسه بين : "ممكن" و"غير مرجح".

الجدول **3.4** : رقم الولادة لـــ 125 امرأة يراقبن قبل الولادة في عيادات مستشفى St.George

الولادة	التكرار	التكرار النسبـــي (بالمائة)	التكرار التراكمي	التكرار التراكمي النسبـــي (بالمائة)
0	59	47.2	59	47.2
1	44	35.2	103	82.4
2	14	11.2	117	93.6
3	3	2.4	120	96.0
4	4	3.2	124	99.2
5	1	0.8	125	100.0
الإجمالي	**125**	**100.0**	**125**	**100.0**

يبين الجدول (3.4) التوزيع التكراري لمتغير كمي مماثل. وفيه عدد حالات الحمل السابقة لعينة من النساء اللاتـــي ينتظرن الولادة في مستشفى سانت جورج (St.George)، وبما أن عدد حالات الحمل يجب أن يكون عدداً صحيحاً، فالمتغير هنا منقطع. والجدول (3.4) يعطينا تكرار كل قيمة.

الجدول 4.4 : يمثل كميات FEVI (بالليترات) لـــ 57 طالباً من كلية الطب

2.85	3.19	3.50	3.69	3.90	4.14	4.32	4.50	4.80	5.20
2.85	3.20	3.54	3.70	3.96	4.16	4.44	4.56	4.80	5.30
2.98	3.30	3.54	3.70	4.05	4.20	4.47	4.68	4.90	5.43
3.04	3.39	3.57	3.75	4.08	4.20	4.47	4.70	5.00	
3.10	3.42	3.60	3.78	4.10	4.30	4.47	4.71	5.10	
3.10	3.48	3.60	3.83	4.14	4.30	4.50	4.78	5.10	

يبين الجدول (4.4) قيم المتغير المستمر الدال على حجم الزفير القسري بالثانية في عينة من الطلاب الذكور في كلية الطب. وبما أن معظم القيم غير مكررة، فللحصول على توزيع تكراري ذي فائدة، نحتاج إلى تجزئة مجال (FEVI) إلى فئات، مثلاً من 3.0 إلى 3.5، ومن 3.5 إلى 4.0، وهكذا ثم نعد قيم (FEVI) في كل فئة. ونحرص ألا تكون الفئات متداخلة، أي علينا أن نحدد المجالات التـــي تنتمي إليها النقط الحدية لتجنب تضاعف هذه النقط. وقد جرت العادة أن يتضمن مجال الفئة حده الأدنـــى، أما حده الأعلى فنضيفه إلى المجال التالي. وهكذا فالمجال الذي يبدأ بـــ 3.0 وينتهي بـــ 3.5 يحتوي 3.0 ولا يحتوي 3.5 ونكتب هذا بالشكل "–3.0" أو "–3.5 – 3.0" أو "3.499 – 3.0".

الجدول 5.4 : التوزيع التكراري لكميات FEV1 لـــ 57 طالباً من كلية الطب

التكرار النسبي (بالمئة)	التكرار	FEV1
0.0	0	2.0
5.3	3	2.5
15.8	9	3.0
24.6	14	3.5
26.3	15	4.0
17.5	10	4.5
10.5	6	5.0
0.0	0	5.5
100.0	57	Total

إذا أخذنا نقطة البدء 2.5 وطول المجال 0.5 نحصل على التوزيع التكراري المبين في الجدول (5.4). ومن الملاحظ أن هذا التوزيع ليس وحيداً. فلو اتخذنا نقطة البدء 2.4 وطول المجال 0.2 لحصلنا على مجموعة مختلفة من التكرارات.

الجدول 6.4 : نظام العلامات لإيجاد التوزيع التكراري لـــ FEVI

FEV1		التكرار
2.0		0
2.5	///	3
3.0	///// ////	9
3.5	///// ///// ////	14
4.0	///// ///// /////	15
4.5	///// /////	10
5.0	///// /	6
5.5		0
Total		57

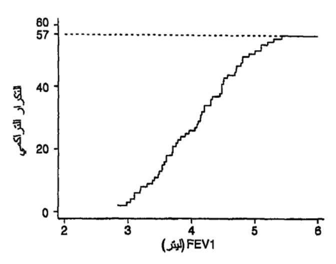
من الممكن إيجاد التوزيع التكراري بسهولة ودقة باستخدام الحاسوب، أما الحساب اليدوي فليس سهلاً، ولكن يجب أن ينجز بعناية وبصورة منظمة. إحدى الطرائق التـــي ينصح بها كثير من الكتب المدرسية مثل (Hill, 1977) هي وضع نظام من العلامات كما في الجدول (6.4) فنقرأ المعطيات ومن أجل كل مفردة نضع علامة تمثلها في الفئة الملائمة ثم نعد هذه العلامات في كل فئة. من الناحية العملية، توجد صعوبة كبيرة لإنجاز هذا العمل بدقة، فنحتاج إلى مراجعة هذا العمل، ومراجعة المراجعة. لذا ينصح (Hill) بكتابة كل عدد على بطاقة، ثم تجميع هذه البطاقات وفق رزم توافق الفئات. ومن السهل عندها أن نتأكد أن كل رزمة تحتوي الحالات الموافقة لتلك الفئة ثم نعدها. وهذه الطريقة بدون شك أفضل من نظام العلامات. وطريقتـــي المفضلة، هي ترتيب المشاهدات تصاعدياً من أصغر قيمة لأكبر قيمة، قبل تحديد الفئات وعد القيم أو استخدام مخطط الساق والورقة الذي سنشرحه فيما بعد.

3.4 المُنسجات (Histograms) وأشكال تكرارية أخرى

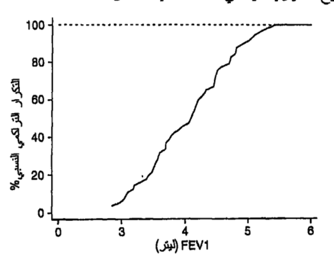
Histograms and other frequency graphs

تعد الطرائق البيانية مفيدة جداً في توصيف التوزيعات التكرارية ويبين الشكل (1.4) مخططاً للتوزيع التكراري التراكمي لمعطيات (FEVI) نسمي هذا التابع: تابع الخطوة. ويمكننا

تمليس هذا المخطط بوصل النقط المتتالية، حيث يتغير التكرار التراكمي، بقطع مستقيمة لإيجاد المضلع التكراري التراكمي النسبـــي ويبين الشكل (2.4) هذا في حالة التكرار التراكمي النسبـــي لـــ (FEVI). هذا الاختطاط مفيد جداً لحساب بعض الإحصائيات الملخصة التـــي نوهنا عنها في الفقرة (5.4).



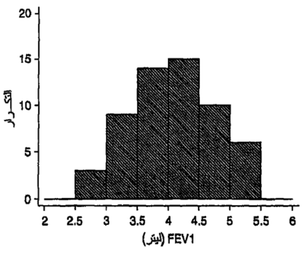
الشكل 1.4 : التوزع التكراري التراكمي لـــ FEVI في عينة من طلاب كلية الطب



الشكل 2.4 : المضلع التكراري التراكمي لـــ FEVI

إن الطريقة العامة في تمثيل التوزيعات التكرارية هي طريقة المُنسج وهو يتكون من مجموعة من المستطيلات تنطبق قواعدها "وهي أطوال الفئات" على المحور 0x وارتفاعاتها أو مساحاتها

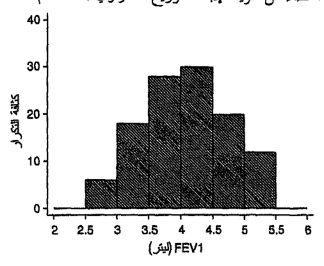
تتناسب مع التكرارات الموافقة لهذه الفئات. ويبين الشكل (3.4) مُنسج توزيع (FEVI) الوارد في الجدول (5.4). يبين التدريج الشاقولي التكرار، وهو عدد المشاهدات في كل فئة. ويبين الشكل (4.4) مُنسج التوزيع نفسه،حيث يشير التدريج الشاقولي للتكرار الموافق لكل وحدة من FEVI (ويسمى كثافة التكرار). ويبدو التوزيعان متطابقين ويمكن أن نتساءل ما إذا كان من المهم أن نحدد الطريقة التـــي نختارها. وتبرز أهمية هذا عندما يكون التوزيع التكراري ذا فئات غير متساوية كما في الجدول (7.4). إذا أنشأنا المُنسج مستخدمين التكرارات النسبية في الفئة كأطول للمستطيلات حصلنا على الشكل (5.4). بينما إذا استخدمنا التكرار النسبـــي في السنة نحصل على الشكل (6.4). هذه المنسجات لها دلالات مختلفة. فالشكل (5.4) يشير إلى أن العمر الغالب لضحايا الحوادث هو بين 15 سنة و44. بينما يشير الشكل (6.4) إلى أن هذا العمر بين الصفر و4 فالشكل (6.4) صحيح بينما الشكل (5.4) مشوه بسبب عدم تساوي الفئات. لذلك من المفضل في الحالة العامة اتخاذ التكرار في (الوحدة) عوضاً عن اتخاذه في الفئة عند رسم المنسج. في هذه الحالة يُمثل تكرار فئة ما بمساحة المستطيل المنشأ على هذه الفئة. وعندما تكون الفئات متساوية يُمثل تكرار الفئة بطول المستطيل.



الشكل 3.4: منسج قيم FEV1

وقد أعد (Tukey, 1977) منسجاً مختلفاً وهو **مخطط الساق والورقة** الشكل (7.4). فاستبدل بالمستطيلات الأعداد نفسها. (فالساق) هو القسم الصحيح من العدد. و(الورقة)

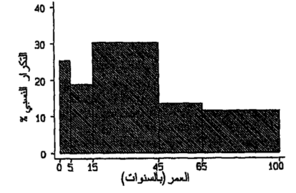
القسم العشري، فالسطر الأول من الشكل (7.4) يمثل الأعداد 2.8، 2.8 و2.9 وهي في العينة 2.82 و2.85 و2.98. ويعطي الرسم تلخيصاً جيداً لبنية المعطيات، ونستطيع في الوقت نفسه ملاحظة خصائص أخرى مثل تفضيل تنظيم على آخر للأرقام، ونسمي مثل هذا التفصيل "الخيار الرقمي" الفقرة (2.15). ومن السهل أيضاً القيام بعملية الترتيب في هذه الطريقة بشكل أفضل وأقل أخطاءً من طريقة إيجاد التوزيع التكراري باستخدام العلامات.



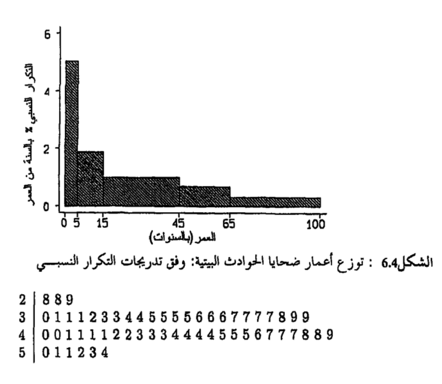
الشكل 4.4 : منسج FEVI: التكرار في وحدة (FEVI) أو كثافة التكرار

الجدول 7.4 : توزع أعمار الأشخاص الذين يتعرضون للحوادث في البيت

فئة العمر	التكرار النسبي (بالمائة)	التكرار النسبي في السنة (بالمائة)
4 - 0	25.3	5.06
5 −14	18.9	1.89
15 −44	30.3	1.01
45 −64	13.6	0.68
+65	11.7	0.33



الشكل 5.4 : توزع أعمار ضحايا الحوادث البيتية. وفق تدريجات التكرار النسبـي



الشكل6.4 : توزع أعمار ضحايا الحوادث البيتية: وفق تدريجات التكرار النسبـــي

2	8 8 9
3	0 1 1 1 2 3 3 4 4 5 5 5 5 6 6 6 7 7 7 7 8 9 9
4	0 0 1 1 1 1 2 2 3 3 3 4 4 4 4 5 5 5 6 7 7 7 8 8 9
5	0 1 1 2 3 4

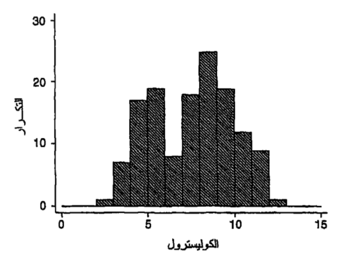
الشكل 7.4 : مخطط الساق والورقة لمعطيات FEVI ومدورة لرقم عشري واحد

4.4 أشكال التوزيعات التكرارية

Shapes of frequency distribution

يبين الشكل (3.4) التوزع التكراري الذي يشاهد غالباً في المعطيات الطبية. وهذا التوزع ليس متناظراً تماماً حول قيمته المركزية، وله تكرار أعظمي في نقطة مركزية واحدة. نسمي القيمة الأكثر شيوعاً **دارج (mode)** التوزيع، فالشكل (3.4) له دارج واحد، ونسميه **وحيد الدارج (Unimodal)** أما الشكل (8.4) فيمثل نموذجاً مختلفاً فيوجد هنا دارجان متمايزان أحدهما بجوار العدد 5 والآخر بجوار العدد 8.5، نسمي هذا التوزيع **ثنائي الدارج (bimodal)** ويجب أن نميز بدقة بين عدم الانتظام في المنسج الناشئ عن استخدام عينة صغيرة لتمثيل المجتمع الإحصائي، وبين ما ينشئ من ازدواج الدارج في المعطيات. ويلاحظ جيداً وجود وهدة بين 6 و7 حسب الشكل (8.4) ويمكن أن تمثل ازدواجاً حقيقياً في الدارج. في هذه الحالة ثمة أطفال لهم أسباب خاصة رفعت لديهم مستوى الكوليسترول، بينما الآخرون

لم تكن لديهم هذه الأسباب. فلدينا في الحقيقة مجتمعان إحصائيان مختلفان ممثلان في الشكل مع بعض التداخل بينهما. مع أن جميع التوزيعات التـــي نصادفها في الإحصاء الطبـــي هي في الغالب أحادية الدارج.

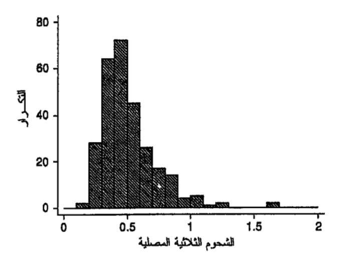


الشكل 8.4 : الكوليسترول المصلي لدى أطفال عندهم ارتفاع وراثي في الكوليسترول (Leonard ورفاقة، 1977)

نلاحظ أن الشكل (9.4) يختلف عن (3.4) ولكن بكيفية أخرى. فقد لاحظنا سابقاً أن توزيع (FEVI) متناظر، وتوزيع الشحوم الثلاثية المصلي (Triglyceride) **متجانف**. أي أن المسافة بين القيمة المركزية والقيمة المتطرفة هي في أحد الجانبين أكبر منها في الجانب الآخر. نسمي جزئي المُنسج بجوار القيم المتطرفة: ذيلي التوزيع. فإذا كان الذيل الأيمن أطول من الذيل الأيسر كما في الشكل (9.4)، نقول إن التوزيع **متجانف نحو اليمين** أو ذو **تجانف إيجابـــي**. أما إذا كان الذيل الأيسر هو الأطول، كان التوزيع **متجانفاً نحو اليسار** أو ذا **تجانف سلبـــي**. أما إذا كان الذيلان متساويين فالتوزيع متناظر. إن معظم التوزيعات التـــي نصادفها في الدراسات الطبية هي متناظرة أو ذات تجانف يمينـــي، لأسباب سنناقشها فيما بعد الفقرة (4.7).

5.4 النواصف والكُميمات Medians and quantiles

نرغب غالباً أن نلخص التوزيع التكراري ببعض الأعداد، لتسهيل التعبير عن التوزيع أو بهدف المقارنة. والطريقة المفضلة تكون باستخدام الكُميمات. ويُعرَّف **الكُميم** بأنه القيمة التـــي تقسم التوزيع بحيث توجد نسبة معلومة من المشاهدات دون هذا الكُميم. فالناصف مثلاً هو كُميم، ويعرف **الناصف** بأنه القيمة المركزية للتوزيع بحيث تكون نصف النقط أقل منه أو تساويه، والنصف الآخر أكبر منه أو تساويه. ويمكننا تقدير أي كُميم بسهولة من التوزيع التكراري التراكمي أو من مخطط الساق والأوراق. فمن أجل معطيات (FEVI) يكون الناصف 4.1، وهو القيمة التاسعة والعشرون في الجدول (4.4). أما إذا كان لدينا عدد زوجي، نختار القيمة الوسطى بين القيمتين المركزيتين.



الشكل 9.4 : الشحوم الثلاثية المصلية في دم 282 طفلاً

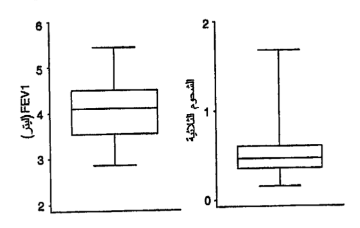
في الحالة العامة، نقدر الكُميم q، وهو القيمة التـــي يوجد أقل منها نسبة قدرها q، كما يلي. لدينا n مشاهدة مرتبة تقسم المجال إلى $n+1$ جزءاً. تقدر نسبة قيم التوزيع التـــي تقع دون المشاهدة ذات الرتبة i: بـــ $i/(n+1)$. نضع هذه الكمية تساوي q فنجد: $i = q\,(n+1)$ إذا كان i عدداً صحيحاً، فالمشاهدة ذات الرتبة i هي تقدير للكُميم المطلوب. أما إذا لم يكن

عدداً صحيحاً، نفرض j الجزء الصحيح من i. وهو الجزء ما قبل العشري، ويقع عندها الكُميم بين المشاهدة ذات الرتبة j والمشاهدة ذات الرتبة $j + 1$. ويقدر من الصيغة :

$$x_j + (x_{j+1} - x_j) \times (i - j)$$

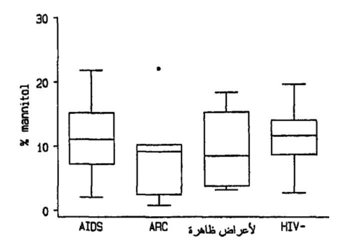
فمن أجل الناصف مثلاً يكون $q = 1/2$ ومنه: $i = q\ (n + 1) = 0.5 \times (57 + 1) = 29$، وهي المشاهدة التاسعة والعشرون كما رأينا من قبل.

ومن الكُميمات المفيدة الأخرى، **رُبيعات التوزيع**. والربيعات تقسم التوزيع إلى أربعة أقسام متساوية تسمى **الأرباع**. والربيع الثاني هو الناصف. في حالة معطيات الـ (FEVI) يكون الرُبيع الأول والثالث هما 3.54 و4.53، ويُحسبان كما يلي. من أجل الرُبيع الأول $i = 0.25 \times 58 = 14.5$، إذن يقع هذا الرُبيع بين المشاهدة الرابعة عشرة والخامسة عشرة وكلاهما تساويان 3.54. أما من أجل الرُبيع الثالث: $i = 0.75 \times 58 = 43.5$ إذن يقع هذا الرُبيع بين المشاهدتين الثانية والأربعين والثالثة والأربعين وهما 4.50 و4.56 ويعطي هذا الكُميم بـ $4.53 = (43 - 43.5) \times (4.50 - 4.56) + 4.50$. ونقسم غالباً التوزيع إلى مئة جزء نسمي الواحد منها مئين. فالناصف إذن هو المئين خمسون. ولحساب المئين العشرين لـ (FEVI) نجد $i = 0.2 \times 58 = 11.6$، يقع هذا الكُميم بين المشاهدتين الحادية عشرة والثانية عشرة: 3.42 و3.48 ويمكننا تقديرهما بسهولة من الشكل (2.4) بإيجاد موضع الكُميم على المحور الشاقولي فهو مثلاً 0.2 للمئين العشرين، و0.5 للناصف، ننشئ الآن مستقيماً أفقياً فيقطع المضلع التكراري التراكمي، ثم نقرأ قيمة الكُميم على المحور الأفقي.



الشكل 10.4 : مخطط الصندوق والقرنان لـ FEVI وللشحوم الثلاثية المصلية

لقد استخدم (Tukey 1977) الناصف والكميمات والنهايات العظمى والصغرى كخمسة أشكال ملائمة لتلخيص التوزيع. كما اقترح رسماً بارعاً، وهو **مخطط الصندوق والقرنين**، الممثل بالشكل (10.4). يبين الصندوق المسافة بين الرُبيعين ويشار إلى الناصف بمستقيم. كما يشير القرنان إلى النهايتين. الأشكال المختلفة لتوزيع (FEVI) ولتوزيع الشحوم الثلاثية موضحة في الرسم. ويمكن ملاحظة كل مشاهدة بعيدة عن بقية المشاهدات بشكل منفصل. والرسم مفيد لمقارنة مجموعات مختلفة حسب الشكل (11.4).



الشكل 11.4 : مخططات الصندوق تبين تناظر تقريبـــي للمتغير في أربع مجموعات مع القيمة الحدية (للمعطيات في الجدول 8.10)

6.4 المتوسط الحسابـــي The mean

ليس الناصف هو المقياس الوحيد للقيمة المركزية للتوزيع. فهناك **المتوسط الحسابـــي (Arithmetic mean)** أو **المعدل (Average)** ويطلق عليه عادة **المتوسط (Mean)**. ونحصل عليه بجمع المشاهدات وتقسيم المجموع على عددها. فمثلاً، إذا لدينا المعطيات الافتراضية التالية:

2 3 9 5 4 0 6 3 4

فإن مجموعها 36، ويكون المتوسط هو: 36/9 = 4.0. و سنقدم ترميز جبري يستخدم بشكل واسع في الإحصاء. فإذا رمزنا للمشاهدات مثلاً بـــ:

x_1، x_2، ...، x_i، ...، x_n

فيكون لدينا n مشاهدة وx_i تمثل المشاهدة ذات الرتبة i وفي مثالنا $x_4 = 5$ و$n = 9$ ومجموع قيم x_i يكون:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i$$

وإشارة المجموع Σ هي الحرف اليونانـــي الاستهلالي سيغما. للحرف اليونانـــي S. ويعنـــي القيام بعملية جمع x_i عندما نأخذ i القيم من 1 إلى n. وعندما يكون الأمر واضحاً نكتب هذا بالشكل Σx_i أو بشكل أبسط Σx. نرمز بـــ $\bar{x}$ (x خط) للمتوسط ويكون:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i = \frac{\sum x_i}{n}$$

فمجموع قيم (FEVI) وعددها سبع وخمسون هو 231.51، وعندها يكون المتوسط 231.51/57 = 4.06. وهو قريب جداً من الناصف 4.1 وهكذا لا يختلف الناصف عن المتوسط بأكثر من 0.01. ولكن الأمر يختلف بالنسبة لمعطيات الشحوم الثلاثية، فالناصف هو 0.46 بينما المتوسط 0.51 وهو أكبر. ويبعد الناصف عن المتوسط بنسبة 10%. وإذا كان التوزيع متناظراً فمتوسط العينة والناصف متساويان تقريباً. بينما في التوزيع المتجانف فليس الأمر كذلك. وإذا كان التوزيع ذا تجانف يمينـــي كما في الشحوم الثلاثية المصلية، يكون المتوسط أكبر، أما إذا كان التجانف يسارياً فالناصف أكبر. وذلك لأن القيم في الذيلين تؤثر على المتوسط دون أن تؤثر على الناصف.

ولمتوسط العينة خواص رياضية تجعله يتميز عن الناصف، وبالتالي أكثر فائدة في طرائق المقارنة الموصوفة فيما بعد. أما الناصف فمفيد جداً في الإحصاء الوصفي، ولكنه لا يستخدم كثيراً في الأغراض الأخرى.

7.4 التـــفـــاوت Variance

يقيس المتوسط والناصف النـــزعة المركزية أو الموضع المتوسط في التوزيع. ولكنا نحتاج أيضاً إلى قياس تشتت التوزيع أو مدى انتشاره.

وأوضح مقاييس التشتت **المدى (Range)** وهو الفرق بين أعلى قيمة في التوزيع وأخفض قيمة، وهو مقياس وصفي مفيد، ولكن له سيئتان: الأولى لأنه يعتمد على القيم المتطرفة فقط، لذا فهو يتغير كثيراً من عينة لأخرى. والثانية لكونه يتوقف على حجم العينة، فكلما كبرت العينة، كلما كان احتمال تباعد القيم المتطرفة أكبر. ونلاحظ ذلك إذا أخذنا عينة مكونة من عنصرين، وأضفنا عنصراً ثالثاً لهذه العينة، فيبقى المدى نفسه إذا كان العنصر الجديد يقع بين العنصرين السابقين، وإلا سيزداد المدى. ويمكننا أن نتغلب على المسألة الثانية باستخدام **مدى ما بين الرُبعين** وهو الفرق بين الرُبيع الأول والثالث. ومع ذلك فإن هذا المقياس يتغير من عينة لأخرى وهو صعب الحساب رياضياً. وبالرغم من فائدة هذا المقياس من الناحية الوصفية فهو غير مفضل لأغراض المقارنة.

الجدول 8.4 : انحرافات تسع مشاهدات عن المتوسط

المشاهدات x_i	الانحرافات عن المتوسط $x_i - \bar{x}$	مربع الانحرافات $(x_i - \bar{x})^2$
2	−2	4
3	−1	1
9	5	25
5	1	1
4	0	0
0	−4	16
6	2	4
3	−1	1
4	0	0
36	0	52

ولعل أكثر مقاييس التشتت استخداماً هو التفاوت أو الانحراف المعياري. سنبدأ بحساب الفرق بين كل مشاهدة ومتوسط العينة، نسمي هذه الفروق، **الانحرافات عن المتوسط**. الجدول (8.4). إذا كانت المعطيات واسعة الانتشار، فكثير من المشاهدات x_i ستكون بعيدة عن المتوسط $\bar{x}$، وبالتالي تصبح أكثر الانحرافات كبيرة، أما إذا كانت المعطيات ضيقة

الانتشار، فقليل جداً من المعطيات ستكون بعيدة عن المتوسط وبالتالي قليل من الانحرافات $x_i - \bar{x}$ ستكون كبيرة. لذا نحتاج إلى صيغة ما لمعدل الانحرافات نقيس بها التبعثر. إذا أضفنا جميع الانحرافات كان المجموع صفراً، وذلك لأن: $\sum(x_i - \bar{x}) = \sum x_i - \sum \bar{x} = \sum x_i - n\,\bar{x} = 0$ حيث $n\,\bar{x} = \sum x_i$ وعوضاً عن هذا نربع الانحرافات ثم نجمعها كما هو مبين في الجدول (8.4). وهذا يلغي تأثير الإشارات، وبذا نكون قد قسنا فقط مقدار الانحراف دون اتجاهه. وهذا يعطينا $\sum(x_i - \bar{x})^2$. وفي مثالنا هذا المقدار يساوي 52 وندعوه **مجموع المربعات حول المتوسط Sum of squares about the mean** ويختصر عادة بعبارة **مجموع المربعات sum of squares**.

من الواضح أن مجموع المربعات يتوقف على عدد المشاهدات، كما يتوقف على التبعثر ونريد الآن إيجاد صيغة ما لمعدل مربعات الانحرافات. ومع أننا نريد حساب معدل مربعات الانحرافات فإننا نقسم مجموع مربعات الانحرافات على $n - 1$ بدلاً من n. ولا يبدو هذا أمراً مفهوماً، ويسبب إرباكاً لكثير من الطلاب لدى دراسة الطرائق الإحصائية. وتعليل ذلك أننا نُهتم بتقدير تشتت المجتمع وليس بتشتت العينة ومجموع المربعات حول متوسط العينة يتناسب مع $n - 1$ الفقرة (A4) و(B6)، أما التقسيم على n فيجعل العينات الصغيرة تقود إلى تقديرات أصغر للتغير بالقياس للعينات الكبيرة، إن أصغر عدد من المشاهدات يمكن منها تقدير التغير هو 2. إذ أن مشاهدة واحدة لا يمكن أن تخبرنا كيف تتغير المعطيات. فإذا استخدمنا n كقاسم، لغدى مجموع المربعات صفراً من أجل $n = 1$ ويكون التفاوت مساوياً للصفر أما إذا قسمنا على $n - 1$ أصبحت النسبة 0/0، وهي ليست ذات معنـــى، وهذا يعنـــي استحالة تقدير التغير من مشاهدة واحدة. يدعى تقدير التغير: **التفاوت (Variance)** ويعرف بالعلاقة.

$$\text{التفاوت} = \frac{1}{n-1}\sum(x_i - \bar{x})^2$$

لقد ذكرنا سابقاً أن $\sum(x_i - \bar{x})^2$ يسمى بمجموع المربعات. وأن الكمية $n - 1$ تدعى **درجة الحرية** لتقدير التفاوت الفقرة (A7) ويكون لدينا:

$$\text{التفاوت} = \frac{\text{مجموع المربعات}}{\text{درجة الحرية}}$$

نرمز عادة للتفاوت بـــ s^2. وفي مثالنا مجموع المربعات 52 ولدينا تسع مشاهدات أي أن درجة الحرية 8 إذن $s^2 = 52/8 = 6.5$.

ولعل الصيغة $\sum(x_i - \bar{x})$ تؤدي إلى حسابات شاقة، فلدينا صيغة أخرى لحساب هذه الكمية أسهل تطبيقاً يمكن الحصول عليها من الصيغة الأصلية بعمليات جبرية وتعطينا الأجوبة ذاتها وتصبح لدينا صيغتان للتفاوت هما:

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum (x_i - \bar{x})^2$$

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\left(\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}\right)$$

وتستنتج الصيغة الثانية من الأولى بسهولة والبرهان على ذلك بسيط جداً ومذكور في الفقرة (B4) وكمثال على ذلك نستخدم الصيغة الثانية لحساب s^2 في المثال السابق فيكون لدينا:

$$\begin{aligned}\sum x_i^2 &= 2^2 + 3^2 + 9^2 + 5^2 + 4^2 + 0^2 + 6^2 + 3^2 + 4^2 \\ &= 4 + 9 + 81 + 25 + 16 + 0 + 36 + 9 + 16 \\ &= 196\end{aligned}$$

$$\sum x_i = 36$$

$$\begin{aligned}s^2 &= \frac{1}{n-1}\left(\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}\right) \\ &= \frac{1}{1-9}\left(196 - \frac{36^2}{9}\right) \\ &= \frac{1}{8}(196 - 144) \\ &= 52/8 \\ &= 6.5\end{aligned}$$

وهو نفس الجواب السابق. وهذه الصيغة أسهل كثيراً من الأولى عند استخدام الآلة الحاسبة، لأننا نحتاج عندها فقط لإدخال القيم. ولكن هذه الصيغة يمكن أن تؤدي إلى عدم الدقة لأننا نطرح عدداً كبيراً من عدد كبير آخر لنحصل على عدد صغير. لهذا السبب، من الأفضل استخدام الصيغة الأولى في البرامج الحاسوبية.

8.4 الانحراف المعياري Standard deviation

لقد حسبنا التفاوت من مربعات المشاهدات، وهذا يعنـــي أن واحداته تختلف عن واحدات المشاهدات. والحل المعقول لهذه المشكلة هو أخذ الجذر التربيعي للتفاوت، الذي له واحدات المشاهدات نفسها، وواحدة المتوسط أيضاً. يسمى الجذر التربيعي للتفاوت، **الانحراف المعياري (Standard deviation)** ويرمز له عادة بـــ s. ونكتب:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum(x_i - \bar{x})^2}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{n-1}\left(\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}\right)}$$

وبالعودة إلى معطيات (FEV) يمكننا حساب التفاوت والانحراف المعياري كما يلي لدينا: $n = 57$، $\sum x_i = 231.51$، $\sum x_i^2 = 965.45$. ويكون الانحراف المعياري $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{0.449} = 0.67$ ليتر.

$$\text{مجموع المربعات} = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}$$

$$= 965.45 - \frac{231.51^2}{57}$$

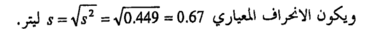
$$= 965.54 - 940.296$$

$$= 25.154$$

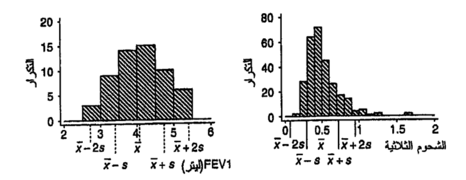
$$s^2 = \frac{\text{مجموع المربعات}}{n-1}$$

$$= \frac{25.154}{57-1}$$

$$= 0.449$$



ويكون الانحراف المعياري $s=\sqrt{s^2}=\sqrt{0.449}=0.67$ ليتر.



الشكل 12.4 : مُنسج FEVI ومُنسج الشحوم الثلاثية مع كل من المتوسط والانحراف المعياري

يبين الشكل (12.4) العلاقة بين المتوسط والانحراف المعياري والتوزيع التكراري. ففي توزيع (FEVI) نرى أن معظم المشاهدات تقع في حدود انحراف معياري واحد من المتوسط، ويوجد جزء صغير من المُنسج خارج المجال $(\bar{x}-2s,\bar{x}+2s)$ وعلى طرفيه المتناظرين. كما يبين الشكل (12.4) أن هذه الخاصة صحيحة أيضاً بالنسبة لمُنسج معطيات الشحوم الثلاثية ذات التجانف الكبير. وفي هذه الحالة، تقع المشاهدات المتطرفة جميعاً في أحد ذيلي التوزيع. وفي الحالة العامة نتوقع أن تقع 2/3 من المشاهدات تقريباً في حدود انحراف معياري واحد من المتوسط و95% منها في حدود انحرافين معياريين من المتوسط.

الجدول 9.4 : مجتمع مكون من 100 رقم عشوائي لتجربة اعتيانية

9	1	0	7	5	6	9	5	8	8
1	8	8	8	5	2	4	8	3	1
2	8	1	8	5	8	4	0	1	9
1	9	7	9	7	2	7	7	0	8
7	0	2	8	8	7	2	5	4	1
1	0	5	7	6	5	0	2	2	2
6	5	5	7	4	1	7	3	3	3
2	1	6	9	4	4	7	6	1	7
1	6	3	8	0	5	7	4	8	6
8	6	8	3	5	8	2	7	2	4

A 4 ملحق: القاسم من أجل حساب التفاوت

لقد حسبنا التفاوت بتقسيم مجموع المربعات حول متوسط العينة على $n - 1$ وليس على n. وذلك لأننا نريد قياس التبعثر حول متوسط المجتمع، وهو أكبر دائماً من التبعثر حول متوسط العينة فمتوسط العينة هو أقرب إلى قيم المعطيات من متوسط المجتمع. وسنسوق تجربة اعتيانية صغيرة لتبيان ذلك. يبين الجدول (9.4) مجموعة من مئة رقم عشوائي، سنتخذها كمجتمع إحصائي، متوسط هذه المجموعة 4.74 ومجموع المربعات حول المتوسط 8.1124، يمكننا الآن سحب عينات عشوائية من هذا المجتمع حجم الواحدة 2 باستخدام حجري نرد عشريين بحيث نتمكن من اختيار أي رقم من 00 وحتـــى 99. وكان أول زوج وقع عليه الاختيار 5 و6. متوسط هذا الزوج 5.5 ومجموع المربعات حول متوسط المجتمع 4.74 هو: $(5 - 4.74)^2 + (6 - 4.74)^2 = 1.665$. أما مجموع المربعات حول متوسط العينة فهو $(5 - 5.5)^2 + (6 - 5.5)^2 = 0.5$.

الجدول 10.4 : الاعتيان الأزواج من الجدول (9.4)

العينة		$\sum(x_i - \mu)^2$	$\sum(x_i - \bar{x})^2$	العينة		$\sum(x_i - \mu)^2$	$\sum(x_i - \bar{x})^2$
5	6	1.655	0.5	8	3	13.655	12.5
8	8	21.255	0.0	5	7	5.175	2.0
6	1	15.575	12.5	5	2	5.575	4.5
9	3	21.175	18.0	5	7	5.175	2.0
5	5	0.135	0.0	8	8	21.255	0.0
7	7	10.215	0.0	3	2	10.535	0.5
1	7	19.095	18.0	0	4	23.015	8.0
9	8	28.775	0.5	9	3	21.175	18.0
3	3	6.055	0.0	5	2	7.575	4.5
5	1	14.055	8.0	6	9	19.735	4.5
المتوسط						13.643 2	5.7

نلاحظ أن مجموع المربعات حول متوسط المجتمع أكبر من مجموع المربعات حول متوسط العينة، وهذا صحيح دوماً. يبين الجدول (10.4) هذه الخاصة من أجل 20 عينة ثنائية. معدل مجموع المربعات حول متوسط المجتمع هو 13.6 وحول متوسط العينة 5.7. فإذا قسمنا على حجم العينة ($n = 2$) نحصل على متوسط مربعات الفروق 6.8 حول متوسط المجتمع و2.9 حول متوسط العينة. بالمقارنة مع 8.1 للمجتمع ككل، نرى أن مجموع المربعات حول

متوسط المجتمع قريب من 8.1، بينما مجموع المربعات حول متوسط العينة أقل بكثير. من جهة ثانية، إذا قسمنا مجموع المربعات حول متوسط العينة على $n - 1$ (أي 1 في مثالنا) عوضاً عن n نجد 5.7 التـــي لا تختلف كثيراً عن 6.8، متوسط مربعات الفروق حول متوسط المجتمع.

الجدول 11.4 : متوسط مجموع المربعات حول متوسط العينة

لمجموعات من 100 عينة عشوائية من الجدول (10.4)

عدد عناصر العينة n	تقدير تفاوت المتوسط $\frac{1}{n}\sum(x_i-\bar{x})^2$	$\frac{1}{n-1}\sum(x_i-\bar{x})^2$
2	4.5	9.1
3	5.4	8.1
4	5.9	7.9
5	6.2	7.7
10	7.2	8.0

يبين الجدول (11.4) نتائج تجارب مشابهة بأخذ عينات أكثر. فيبين الجدول تقديري التفاوت باستخدام القاسمين n و$n - 1$. من أجل العينات ذات الحجوم 2 ,3 ,4 ,5 ,10، نرى أن مجموع المربعات حول متوسط العينة مقسوماً على n يتزايد باستمرار مع حجم العينة، ولكننا إذا قسمنا على $n - 1$ عوضاً عن n فالتقدير لا يتغير بازدياد حجم العينة. أي أن مجموع المربعات حول متوسط العينة يتناسب مع $n - 1$.

B 4 ملحق صيغة أخرى لمجموع المربعات

يمكننا استنتاج صيغة أخرى لمجموع المربعات كما يلي:

$$\text{مجموع المربعات} = \sum(x_i-\bar{x})^2$$
$$=\sum(x_i^2-2x_i\bar{x}+\bar{x}^2)$$
$$=\sum x_i^2-\sum 2x_i\bar{x}+\sum\bar{x}^2$$
$$=\sum x_i^2-2\bar{x}\sum x_i+n\bar{x}^2$$

لأن $\bar{x}$ له القيمة ذاتها من أجل المشاهدات جميعاً. ولكن $\sum x_i = n\bar{x}$، إذن:

$$\text{مجموع المربعات} = \sum x_i^2 - 2\bar{x}n\bar{x} + n\bar{x}^2$$
$$= \sum x_i^2 - 2n\bar{x} + n\bar{x}^2$$
$$= \sum x_i^2 - n\bar{x}^2$$

نضع الآن $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum x_i$ فنجد:

$$\text{مجموع المربعات} = \sum x_i^2 - n\left(\frac{1}{n}\sum x_i\right)^2$$
$$= \sum x_i^2 - \frac{\left(\sum x_i\right)^2}{n}$$

ويصبح لدينا ثلاث صيغ للتفاوت هي:

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum\left(x_i - \bar{x}\right)^2$$
$$= \frac{1}{n-1}\left(\sum x_i^2 - n\bar{x}^2\right)$$
$$= \frac{1}{n-1}\left(\sum x_i^2 - \frac{\left(\sum x_i\right)^2}{n}\right)$$

M 4 أسئلة الاختيار من متعدد من 14 إلى 19

يجاب على كل سؤال إما بصح أو خطأ.

14. أي من المتغيرات التالية هو متغير كيفي:

آ – الجنس

ب – رقم الولادة

ج – ضغط الدم الانبساطي

د – التشخيص

هـ – الطول

15. أي من المتغيرات التالية مستمر:

آ – سكر الدم

ب – ذروة معدل التدفق الزفيري

ج – العمر حسب توقيت آخر ميلاد

د – العمر تماماً

هـ – حجم الأسرة

16. عندما يكون التوزيع متجانفاً نحو اليمين:

آ – الناصف أكبر من المتوسط

ب – التوزيع وحيد الدارج

ج – الذيل الأيسر أقصر من الذيل الأيمن

د – الانحراف المعياري أصغر من التفاوت

هـ – معظم المشاهدات أقل من المتوسط

17. من الممكن توصيف التوزيع التكراري باستخدام:

آ – مخطط الصندوق والقرنين

ب – المنسج

ج – الساق والأوراق

د – المتوسط والتفاوت

هـ – الجدول التكراري

18. في العينة 3، 1، 7، 2، 2:

آ – المتوسط هو 3

ب – الناصف هو 7

ج – الدارج هو 2

د – المدى هو 1

هـ – التفاوت 5.5

19. يتصف توزيع ضغط الدم الانبساطي بأنه متجانف قليلاً نحو اليمين. فإذا حسبنا المتوسط والانحراف المعياري للضغط الانبساطي لعينة عشوائية من الرجال:

آ - توجد مشاهدات دون المتوسط أقل مما فوق المتوسط

ب - الانحراف المعياري مساو تقريباً للمتوسط الحسابـــي

ج - معظم المشاهدات أكبر من انحراف معياري واحد من المتوسط

د - يقدر الانحراف المعياري دقة قياس ضغط الدم

هـــ - حوالي 95% من المشاهدات يتوقع أن تقع في مدى انحرافين معياريين من المتوسط

E 4 تمرين المتوسط والانحراف المعياري

يمثل هذا التمرين تدريباً لواحد من أكثر الحسابات أهمية في الإحصاء، وهو جمع المربعات والانحراف المعياري. كما يبين العلاقة بين الانحراف المعياري والتوزيع التكراري. يبين الجدول (12.4) مستوى سكر الدم في عينة من طلاب كلية الطب.

1. أنشئ مخطط الساق والأوراق لهذه المعطيات

2. أوجد النهاية الصغرى والعظمى والكُميمات ثم أنشئ مخطط الصندوق والقرنين

الجدول 12.4 : مستويات سكر الدم لمجموعة من طلاب السنة الأولى في كلية الطب (mmol/ليتر)

4.7	3.6	3.8	2.2	4.7	4.1	3.6	4.0	4.4	5.1
4.2	4.1	4.4	5.0	3.7	3.6	2.9	3.7	4.7	3.4
3.9	4.8	3.3	3.3	3.6	4.6	3.4	4.5	3.3	4.0
3.4	4.0	3.8	4.1	3.8	4.4	4.9	4.9	4.3	6.0

3. أوجد التوزيع التكراري، باتخاذ طول الفئة 0.5.

4. أنشئ مُنسج هذا التوزيع. ما هو أفضل وصف لشكل هذا التوزيع: متناظر، متجانف نحو اليمين، متجانف نحو اليسار؟

5. احسب الانحراف المعياري للأعداد التـــي تشكل العمود الأول من الجدول وهي: 3.4, 3.9, 4.2, 4.7 باستخدام العلاقة:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum\left(x_i - \bar{x}\right)^2}$$

احسب أولاً المتوسط. ثم احسب الانحرافات عن المتوسط، أي الفروق بين المشاهدات والمتوسط. اجمع مربعات هذه القيم. ما هو عدد درجات الحرية لهذه المشاهدات الأربع. ثم احسب التباين والانحراف المعياري.

6. احسب الانحراف المعياري لهذه القيم باستخدام العلاقة:

$$s=\sqrt{\frac{1}{n-1}\left(\sum x_i^2-\frac{\left(\sum x_i\right)^2}{n}\right)}$$

احسب أولاً مجموع المشاهدات ثم مجموع مربعاتها. ثم احسب مجموع المربعات حول المتوسط. هل الجواب الناتج هو نفسه الذي وجدناه في العينة السابقة؟ ثم احسب التباين والانحراف المعياري.

7. استخدم المجاميع التالية للعينة بكاملها: $\sum x_i=162.2,\quad \sum x_i^2=676.74$. لحساب متوسط العينة، ومجموع المربعات حول المتوسط، عدد درجات الحرية لهذا المجموع، ثم قدر التفاوت والانحراف المعياري.

8. احسب المتوسط ± انحراف معياري واحد، والمتوسط ± انحرافان معياريان، مثل هذه النقط وكذلك المتوسط على المُنسج، ماذا تلاحظ بشأن العلاقة بين هذه النقط والتوزيع التكراري.

الفصل الخامس

عرض المعطيات Presenting data

1.5 المعدلات والنسب Rates and Proportions

لقد بينا في الفصلين الثانـــي والثالث كيف نجمع المعطيات، ثم كيف نستخلص منها معلومات باستخدام الطرائق الواردة في الفصل الرابع. وعلينا الآن أن نجد طريقة لنقل هذه المعلومات إلى الآخرين. وفي هذا الفصل سنتطرق إلى بعض الطرائق للقيام بهذا العمل. وسنبدأ بالمعدلات والنسب.

عندما تعطى المعطيات على شكل تكرارات نحتاج غالباً لمقارنة التكرارات ضمن شروط معينة في مجموعات تحوي مجاميع مختلفة الجدول (1.2) مثلاً، قورنت مجموعتان من أزواج المرضى 29 مريضاً قد تلقوا تفريسة (C-T scan) بينما 89 مريضاً آخر لم يتلقوا هذه التفريسة، وقد تحسن 9 مرضى من المجموعة الأولى و 34 من المجموعة الثانية. ولدى المقارنة بين النسبتين 9/29 و34/89 أو 0.31 و0.38 نستنتج أنه يوجد فرق طفيف بين النسبتين، وقد أعطيت هذه النسب بالشكل المئوي، أي النسبة من 100 لتجنب الأعداد العشرية. وفي تجربة لقاح (Salk) الجدول (8.2) حسبت نسبة تقلص الشلل من 100 000 للسبب ذاته.

المعدل هو نسبة تكرار خاصـــة معينـــة، إلى المجتمع الإحصائي وتقاس (من 1000 أو من 100 000... الخ) فمثلاً في الجدول (1.3) نتائج دراسة التدخين عند الأطباء حيث تمثل المعطيات عدد الوفيات بالألف من الأطباء المدخنين في السنة، وهذه لا تعد نسبة إذ أن الحساب اقتصر على فترة زمنية محددة وقد ضبط المعدل كيما يأخذ في الحساب أية فروق في

توزيع أعمار المدخنين وغير المدخنين الفقرة (16.2). في بعض الأحيان يمكن أن يتغير مقام النسبة باستمرار فعدد الوفيات بسرطان الرئة بين الرجال في إنكلترا وفي ويلز عام 1983 كان 26502. ولحساب معدل الوفيات يجب أن نعرف مقام المعدل وهو عدد الذكور في إنكلترا وويلز عام 1983. ولكن هذا العدد يتغير خلال العام بسبب الوفيات والولادات، وحركة الخروج والدخول إلى البلد. يُقدر عادة تعداد المجتمع في نهاية الشهر السادس (أي منتصف العام) وقد كان العدد في عام 1983 هو 24175900 وبناء عليه يكون معدل الوفيات 26502/24175900 أي 0.001096 أو 109.6 وفاة من أصل 000 100 في هذه السنة.

إن استخدام المعدلات والنسب يمكننا من مقارنة التكرارات في مجموعات غير متساوية في الحجم، على أساس المجتمعات الإحصائية أو الفترات الزمنية ولكن يجب أن ننتبه إلى أن المجتمعات الإحصائية التـــي أخذت منها هذه المجموعات يجب أن تكون معلومة. لقد أفادت (Victora-1982) أن النشرة التـــي أُرسلت إلى الأطباء، والتـــي تصف المضاد الحيوي (Phosphomaycin) بأنه فعال 100% في الأمراض البولية المزمنة. إن هذا مثير للإعجاب، كيف يمكن أن نفشل في وصف دواء فعال 100%؟ لقد كانت هذه الدراسة مبنية على 8 مرضى، بعد استبعاد أولئك الذين يحتوي بولهم على جراثيم مقاومة لـ (Phosphomaycin). وإذا كانت النشرة الدوائية تقول أن الدواء كان فعالاً 100% في الحالات الثمانية فنكون أقل دهشة. وقد أرفقت نشرة مماثلة مع علاج للرشح يفيد أن 100% من المرضى قد أظهروا تحسناً، وكان هذا من أجل خمسة مرضى كما أوضحت (Victora). إن مثل هذه العينات الصغيرة قد تكون مفهومة في دراسة الأمراض النادرة جداً، ولكن ليس للرشح.

من جهة ثانية علينا ألا نتجاهل المجتمع الإحصائي عند حساب النسب. يقول (Bland ورفاقه 1977) لقد نفذت دراسة على توزع أورام النسج اللينة (kaposi's sarcoma) في تنـــزانيا، وبينما كنت أحضر مقالاً في ذلك، اطلعت على نشرة تتعرض للموضوع نفسه (Schmid 1973). وكان أحد العوامل المدروسة عامل التجمع القَبَلي كان يوجد في تنـــزانيا 100 من التجمعات القبلية، وقد جاء في هذه النشرة أن تأثير العامل القبلي في قبائل وابند وواشيرازي لافت للنظر. هذه القبائل الصغيرة التـــي لا تزيد الواحدة منها عن 90000

إنسان تؤلف المجموعة التــي يشتبه أن يوجد فيها العامل القبلي. وهذا مبنــي على المعدلات التالية للمرض 0.1 من الوطنيين 1.3 من الوابند، 0.7 من الوامبو و1.3 من الواشيرازي منسوبة إلى 000 10. وهذه معدلات كبيرة جداً بالمقارنة مع معدل الإصابة بين الوطنيين ولكن المجتمعات التــي بنيت عليها هذه الدراسة كانت صغيرة: 8000، 14000 و15000 على التوالي (Egero و Henin 1973) ولحساب معدل الإصابة بين أفراد الوابنــد نكتب 1 = 1.3/10000 × 8000 أي حالة واحدة فقط من أصل 8000 وهو عدد أفراد هذه القبيلة. وبالمثل نحصل على حالة واحدة بين 14000 من الوامبو وحالتان بين 15000 من الواشيرازي. ونلاحظ أنه لا يوجد معطيات كافية لاستخلاص النتائج التــي وجدها الكاتب فالمعدلات والنسب هي وسائل فعالة، ولكن يجب أن نحذر من أخذها منفصلة عن المعطيات الأصلية.

2.5 الأرقام المعنوية Significant figures

عندما حسبنا معدل الوفاة في سرطان الرئة بين الرجال سنة 1983 كان الجواب 0.001096 أو 109.6 من أصل 000 100 في السنة. وهذه في الحقيقة قيمة تقريبية، فالآلة الحاسبة تعطينا العدد 653 215 096 0.001 وهو لا يمثل في الحالة العامة كسراً عادياً، فنحن تعلم أن 1/2 يمثل بالكسر العشري 0.5 بينما الكسر 1/3 يساوي الكسر العشري الدوري 0.333 وهذا لا يقلقنا عادة إذ أن الفرق بين 1/3 و0.333 من الصفر بحيث لا يُؤبه له في معظم التطبيقات. من جهة ثانية فإن الأرقام القليلة الأولى غير المعدومة من العدد هي المهمة فقط وندعوها **الأرقام المعنوية أو الأرقام الاعتدادية (significant figures)** وقلما نأخذ عادة أكثر من ثلاثة أرقام معنوية في المعطيات الإحصائية. وبعد فليس من السهل أن نبت فيما إذا كان معدل الوفاة من سرطان الرئة هو 0.001096 أم 0.001097. في الحقيقة إن القيمة 0.001096 معطاة لأربعة أرقام معنوية إذ أن الأصفار الأولى لا يعتد بها. وإذا دورنا العدد لثلاثة أرقام معنوية نحصل على 0.00110 حيث حذفنا الرقم 6 وأضفنا الرقم 1 إلى 9. وعليه عندما ندور عدداً ما نبقي الرقم المعنوي الأخير (9 في مثالنا) إذا كان ما يعقبه أقل من 5، ونضيف إليه 1 إذا كان ما يعقبه أكبر من 5 وعندما يكون 5 تماماً فيدور عادة أي أن 1.5 يصبح 2. هذا يعنــي عدم أخذ الأرقام 0، 1، 2، 3، 4 وأخذ 5، 6، 7، 8، 9 التــي تظهر

عدم التحيز. بعض المؤلفين ينظروا إلى أن الرقم (5) هو سيرفع أو يخففه، حيث أنه يقع تماماً بين الرقم المجري عليه الدراسة وأحد الأرقام المضافة. وطرق مختلفة تقترح العمل بذلك لكننـــي شخصياً لا أوصي بذلك. وعلى أية حال، من الخطأ عادة أن ندور مثل هذه الأرقام القليلة المعقدة في مثل هذه الأمور.

الجدول 1.5 : الوفيات حسب الجنس والسبب، انكلترا وويلز 1989 (OPCS 1991, DH2 NO.10)

	الفصل I.C.D ونوع المرض	عدد الوفيات	
		ذكور	إناث
I	الحمجي والطفيلي	1 246	1 297
II	الأورام (السرطان)	75 172	69 948
III	الأمراض الاستقلابية والتغذوية والعدية	4 695	5 758
IV	أمراض الدم والأعضاء المكونة للدم	1 002	1 422
V	الاضطرابات العقلية	4 493	9 225
VI	أمراض الجملية العصبية، وأعضاء الحس	5 466	5 900
VII	أمراض جهاز الدورن	127 435	137 165
VIII	الجهاز التنفسي	33 489	33 223
IX	الجهاز الهضمي	7 900	10 779
X	الجهاز التناسلي	3 616	4 156
XI	مضاعفات الحمل والولادة والنفاس	0	56
XII	أمراض الجلد وأنسجة ما تحت الجلد	250	573
XIII	الجهاز العضلي والنسج الضامة	1 235	4 139
XIV	شذوذات خلقية	897	869
XV	حالات غير متوقعة ما حول الولادة	122	118
XVI	أعراض وعلامات وحالات مرضية محددة	1 582	3 082
XVII	الإصابات والتسمم	11 073	6 427
الإجمالي		**279 373**	**294 227**

أما عدد الأرقام المعنوية التـــي نحتاج إليها فيتوقف على الموضع الذي نستخدم فيه هذا العدد وعلى مدى الدقة المطلوبة في ذلك. فمثلاً إذا كانت لدينا عينة من عشرة درجات حرارة مأخوذة تحت اللسان ومقيسة لأقرب نصف درجة، فلا فائدة في تقريب المتوسط لأكثر من ثلاثة أرقام معنوية. كما لا يجوز تدوير الأعداد لأرقام معنوية قليلة قبل إنجاز الحسابات. ففي مثال معدل الوفاة بسرطان الرئة نفرض أننا دورنا كلاً من البسط والمقام لرقمين معنويين ثم حسبنا النسبة 0.001125 = 000 000 24/000 27، هذا الجواب صحيح

فقط لرقمين معنويين، ويمكن أن تتراكم الأخطاء خلال الحسابات لذا نحاول أن نحتفظ دائماً بعدة أرقام معنوية أكثر مما يتطلبه الجواب الأخير.

يبين الجدول (1.5) معطيات الوفيات بدلالة عدد الوفيات في سنة واحدة. هذه المعلومات مأخوذة من الجدول الموسع (OPCS 1991) الذي يبين عدد الوفيات لكل سبب من أسباب الموت وفق التصنيف الدولي للأمراض (ICD) الذي يعطي مدونة لمئات كثيرة من أسباب الموت. أما القائمة الكاملة التـــي تعطي أيضاً الوفيات حسب فئات العمر، فتغطي 70 4A صفحة. يبين الجدول (1.5) عدد الوفيات لفئات واسعة من الأمراض تدعى فصول التصنيف الدولي للأمراض (ICD). ولا يمثل هذا الجدول طريقة جيدة لعرض هذه المعطيات إذا أردنا التوصل إلى فهم التوزيع التكراري لأسباب الموت والفروق في هذه الأسباب بين الرجال والنساء. وينطبق هذا ربما أكثر على الصفحات السبعين الأساسية. وهذا ليس هدف الجدول

الجدول 2.5 : الوفيات مصنفة حسب الجنس والسبب في انكلترا وويلز 1989 مدورة لرقم اعتدادي واحد

الفصل I.C.D	نوع المرض	عدد الوفيات	
		ذكور	إناث
I	الخمجي والطفيلي	1 000	1 000
II	الأورام (السرطان)	80 000	70 000
III	الأمراض الاستقلابية والتغذوية والغدية	4 000	6 000
IV	أمراض الدم والأعضاء المكونة للدم	1 000	1 000
V	الاضطرابات العقلية	4 000	9 000
VI	أمراض الجملية العصبية، وأعضاء الحس	5 000	6 000
VII	جهار الدوران	100 000	100 000
VIII	الجهاز التنفسي	30 000	30 000
IX	الجهاز الهضمي	8 000	10 000
X	الجهار التناسلي	4000	4 000
XI	مضاعفات الحمل والولادة والنفاس	0	60
XII	الجلد وأنسجة ما تحت الجلد	300	600
XIII	الجهاز العضلي والنسج الضامة	1 000	4 000
XIV	شذوذات خلقية	900	900
XV	حالات غير متوقعة ما حول الولادة	100	100
XVI	أعراض وعلامات حالات مرضية محددة	2 000	3 000
XVII	الإصابات والتسمم	10 000	6 000
الإجمالي		**300 000**	**300 000**

طبعاً إنه مصدر للمعطيات فحسب فهو الوثيقة المرجعية التـــي يستخلص منها الباحث المعلومات التـــي تخدم هدفه. لنر الآن كيف يمكن أن يبسط الجدول (1.5) لنكن جديين ونرد المعطيات إلى رقم معنوي واحد كما في الجدول (2.5) وهذا طبعاً يجعل المقارنة أسهل، ولكن لا يزال من غير الواضح أي أسباب الموت أكبر أهمية. يمكننا إيضاح هذا بإعـــادة ترتيب الجدول وذلك بـــوضع السبب الأكثر تكراراً وهو أمراض جهاز الدوران، أولاً. الجدول (3.5). ويمكننا أيضاً دمج بعض الفئات الصغيرة في مجموعات أخرى. ولقد قمت بهذا بصورة احتياطية وذلك بدمج جميع الفئات التـــي يقل تكرارها عن 2% من المجموع العام ونلاحظ بوضوح أن معظم الأسباب المهمة للموت في إنكلترا وويلز هي أمراض جهاز الدوران والأورام وأمراض جهاز التنفس التـــي تفوق كل ما عداها. ومن الطبيعي أن الوفيات ليست المؤشر الوحيد على أهمية المرض. فالأمراض العظمية العضلية وأمراض النسج الضامة المصنفة في الفصل ICD رقم XIII كما يلاحظ من الجدول (2.5) هي أقل الأمراض تسبباً بالوفاة، ولكنها تضم أمراض الرثية والتهاب المفاصل، وهي أهم الأمراض من حيث تأثيرها على النشاط اليومي للمريض.

الجدول 3.5 : أهم أسباب الوفاة، مصنفة حسب الجنس، في انكلترا وويلز 1989

الفصل I.C.D ونوع المرض	عدد الوفيات	
	ذكور	إناث
أمراض جهاز الدوران (VII)	100 000	100 000
الأورام (لسرطان) (II)	80 000	700 000
الجهاز التنفسي (VIII)	30 000	30 000
الإصابات والتسمم (XVII)	10 000	6 000
الجهاز الهضمي (IX)	8 000	10 000
الأخرى	20 000	20 000
الإجمالي	**300 000**	**300 000**

3.5 عرض الجداول Presenting Tables

توضح الجداول (1.5) و(2.5) و(3.5) عدداً من النقاط المفيدة فيما يتعلق بعرض هذه الجداول. فهي مثل جميع الجداول في هذا الكتاب مصممة لتكون مستقلة عن النص ولا

حاجة للإشارة إلى المادة العلمية الموجودة في بعض الفقرات لتفسير الحدول، فما نقصده من كتابة الجداول هو نقل المعلومات حتـــى نستطيع قراءتها وفهمها بسهولة وعلى هذا يجب أن يكون للجدول عنوان واضح، يبين دون أي غموض ماذا يمثل هذا الجدول كما يجب أن نميز بوضوح أعمدة هذا الجدول عن أسطره.

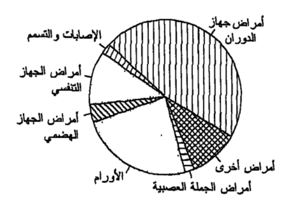
عندما تستخدم النسب والمعدلات أو النسب المئوية في الجدول إضافة للتكرارات يجب أن يُميز بعضها عن البعض الآخر. ومن الممكن القيام بهذا كما في الجدول (9.2) وذلك بكتابة الرمز %، أو بتخصيص مكان للخانات العشرية. ثم إن إضافة المجموع السطري و100% إلى الجدول (9.2) يجعل هذا الجدول واضحاً بحيث يمكن أن تحسب النسب المئوية من حجم المجموعة المعالجة بشكل أفضل من العدد الكلي للمرضى.

الجدول 4.5 : حسابات مخطط الفطيرة لتوزيع أسباب الموت

سبب المرض	التكرار	التكرار النسبي	الزوايا (بالدرجات)
أمراض جهاز الدوران	137 165	0.466 19	168
الأورام (السرطان)	69 948	0.237 73	86
أمراض الجهاز التنفسي	33 223	0.112 92	41
الإصابات والتسمم	6 427	0.021 84	8
أمراض الجهاز الهضمي	10 779	0.036 63	13
أمراض الجهاز العصبي	5 990	0.020 36	7
أمراض أخرى	30 695	0.104 32	38
الإجمالي	294 227	1.000 000	361

4.5 مخطط الفطيرة Pie charts

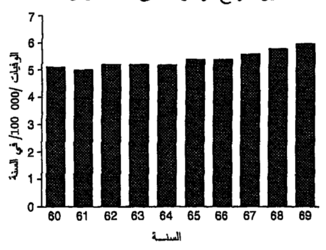
من المألوف غالباً تمثيل المعطيات بالصور، إذ يمكن نقل المعلومات بسرعة أكبر باستخدام المخططات عوضاً عن الجداول. وهذا مفيد خاصة عندما تعرض المعطيات للمشاهد، إذ أن المعلومات هنا تمر على المشاهد بوقت قصير، كما أنها يمكن أن تساعد القارئ للحصول على النقط البارزة في جدول القيم. ولسوء الحظ إذا لم تتوفر العناية الكافية، فإن المخططات يمكن أيضاً أن تكون مضللة، ويجب أن تعالج فقط بالإضافة للأعداد وليس بديلاً عنها.



الشكل 1.5 : لوحة الفطيرة يبين توزيع أسباب الموت بين النساء في انكلترا وويلز 1983

لقد ناقشنا سابقاً طرائق لإيضاح التوزيعات التكرارية لمتغير كيفي، وسنرى الآن مخططاً مكافئاً لمبيان المعطيات الكيفية، وهو مخطط الفطيرة أو منسج الفطيرة، وهذا يبين التكرار النسبي لكل فئة وذلك بتقسيم الدائرة إلى قطاعات زواياها متناسبة مع التكرار النسبي. وهكذا نضرب كل تكرار نسبي بـ 360 للحصول على الزاوية الموافقة بالدرجات.

يبين الجدول (4.5) الحسابات اللازمة لرسم مخطط الفطيرة لتمثيل توزيع أسباب الوفاة عند النساء، باستخدام معطيات الجدولين (1.5) و(3.5) (الدرجات الكلية هي 361 عوضاً عن 360 بسبب تدوير أخطاء الحسابات) ومخطط الفطيرة الموافق مبين في الشكل (1.5) وهذا المبيان يشبه الفطيرة المقسمة إلى شرائح موضوعة على المائدة، ومن هذا أخذ المخطط هذا الاسم.



الشكل 2.5 : مخطط الأعمدة يمثل العلاقة بين وفيات سـرطان المري والزمن (بالسنوات) انكلترا وويلز 1969 - 1960

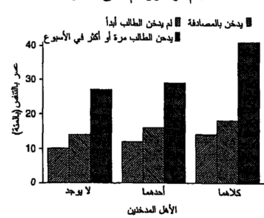
Bar charts — 5.5 مخططات الأعمدة

المُنسجات ومخططات الفطيرة تصف التوزيع لمتغير واحد. أما **مخطط الأعمدة أو مبيان الأعمدة** يبين العلاقة بين متغيرين، أحدهما كميّ والآخر إما كيفي أو كميٌّ مبوب. كالزمن بالسنوات مثلاً. إن قيم المتغير الأول تبين أطوال الأعمدة، عمود واحد لكل فئة من المتغير الثانـــي. يبين الجدول (5.5) وفيات سرطان المري (oesophagus) في إنكلترا وويلز في فترة عشر سنوات. ويبدو من هذا الجدول زيادة الوفيات خلال هذه الفترة، والشكل (2.5) يبين هذه العلاقة، حيث تتناسب أطوال الأعمدة مع عدد الوفيات.

الجدول 5.5 : سرطان المري: معدل الوفاة في السنة لكل 100 000 في انكلترا وويلز 1960 - 1969

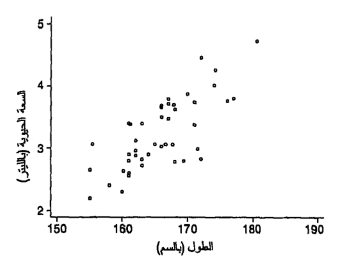
السنة	معدل الوفاة	السنة	معدل الوفاة
60	5.1	65	5.4
61	5.0	66	5.4
62	5.2	67	5.6
63	5.2	68	5.8
64	5.2	69	6.0

ويمكن أن يستخدم مخطط الأعمدة لتمثيل العلاقات بين أكثر من متغيرين. فالشكل (3.5) يبين العلاقة بين عسر التنفس عند الأطفال من جهة وممارستهم للتدخين هم وأهلهم حسب إفادات الأطفال من جهة أخرى. ويمكننا أن نرى بسهولة أن انتشار الأعراض يزداد مع التدخين الذي يمارسه الأطفال أنفسهم أو ذووهم على السواء.



الشكل 3.5 : مخطط الأعمدة الذي يبين العلاقة بين انتشار عسر التنفس بين طلاب المدارس وعاملين مسببين

وقد نشر (Bland ورفاقه 1978) تقريراً عن معطيات الأعراض التنفسية هذه و لم يستخدم مخطط الأعمدة. فقد عرضت المعطيات على شكل جداول وهذا يتيح للباحثين الآخرين المقارنة بين هذه المعطيات وبين معطياقم أو يساعدهم على إجراء الحسابات. إن مخطط الأعمدة يستخدم لعرض النتائج أثناء المداولات، حيث الشيء الأهم هو نقل الخطوط العامة لنتائج الدراسة بسرعة.



الشكل 4.5 : المبيان التبعثري الذي يبين العلاقة بين السعة الحيوية والطول لمجموعة من الطالبات في كلية الطب.

6.5 المبيان التبعثري Scatter diagrams

يعد مخطط الأعمدة طريقة غير ملائمة لتبيان العلاقة بين متغيرين مستمرين مثل السعة الحيوية والطول، الجدول (6.5)، لهذا نستخدم **المبيان التبعثري**، الشكل (4.5) فنتخذ على المحورين الأفقي والشاقولي تدريجات توافق هذين المتغيرين، حيث نمثل كل زوج من القياسات بنقطة إحداثياها هذان القياسان فإذا كان يوجد أكثر من مشاهدة واحدة لبعض الإحداثيات، فيمكننا أن نشير إلى هذا باستخدام عدد المشاهدات في مكان النقطة الموافقة للإحداثين أو بإزاحة النقط لتفريق بعضها عن بعض.

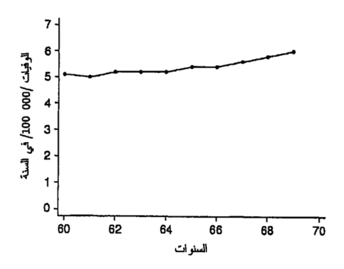
الجدول 6.5 : السعة الحيوية (VC) والطول لـــ 44 طالبة طالبة من كلية الطب

الطول (بالسم)	VC (باليترات)	الطول (بالسم)	VC (باليترات)	الطول (بالسم)	VC (باليترات)	الطول (بالسم)	VC (باليترات)
155.0	2.20	161.2	3.39	166.0	3.66	170.0	3.88
155.0	2.65	162.0	2.88	166.0	3.69	171.0	3.38
155.4	3.06	162.0	2.96	166.6	3.06	171.0	3.75
158.0	2.40	162.0	3.12	167.0	3.48	171.5	2 99
160.0	2.30	163.0	2.72	167.0	3.72	172.0	2.83
160.2	2.63	163 0	2.82	167.0	3.80	172.0	4.47
161.0	2.56	163.0	3.40	167.6	3.06	174.0	4.02
161.0	2.60	164.0	2.90	167.8	3.70	174.2	4.27
161.0	2.80	165.0	3.07	168.0	2.78	176.0	3.77
161.0	2.90	166.0	3.03	168.0	3.63	177.0	3.81
161.0	3.40	166.0	3.50	169.4	2.80	180.6	4.74

7.5 المرسَّمات وسلاسل الزمن

Line graphs and time series

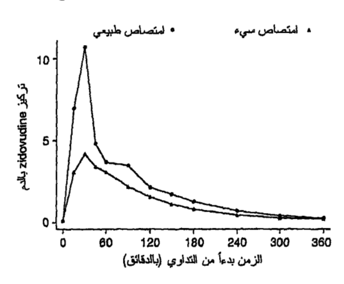
لقد رتبت المعطيات في الجدول (5.5) بطريقة لا تشبه تلك التـــي في الجدول (6.5). ففي الأول سجلت المعطيات وفق فترات زمنية نسمي مثل هذه المعطيات **السلاسل الزمنية**. فإذا اختططنا المبيان التبعثري لـــهذه المعطيات كما في الشكل (5.5) فمن الطبيعي أن نصل النقط



الشكل 5.5 : المرسَّم الذي يبين تغيرات وفيات سرطان المري مع الزمن

المتتالية بقطع مستقيمة لنشكل المرسَّم، و لم يعد ما يعنينا هو النقط وإنما المخطط الذي يصل بينها، وهذا غير مدرك في الشكل (4.5) وذلك لأن المشاهدات مستقلة بعضها عن بعض فلا توجد علاقة بينها، بينما الشكل (5.5) توجد علاقة محتملة بين النقط المتجاورة، فمعدل الوفيات بسرطان المري (oesophagus) الذي يمثله هذا الشكل يتوقف على عدد من العوامل التـــي تتغير مع الزمن كما يتوقف على عوامل سببية ممكنة، مثل تعاطي التبغ والكحول، والعوامل السريرية مثل تحسن تقانات التشخيص وطرق المعالجة.

وّالمرسَّمات مفيدة خاصة عندما نريد أن ندرس تغير أكثر من كمية واحدة بدلالة الزمن ويبين الشكل (6.5) مستويات (ZidovuDinE) (AZT) في دم مرضى الإيدز في أوقات مختلفة بعد إعطاء الدواء، للمرضى ذوي الامتصاص الطبيعي للدسم وذوي الامتصاص السيء. الفقرة (8.10) ويلاحظ أن الفرق في الاستجابة بين المعالجتين واضح جداً.

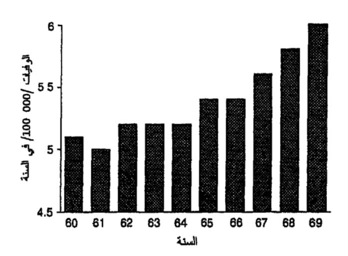


الشكل 6.5 : المرسَّم الذي بين استجابة التداوي بـــ zidovudine لمجموعتين من مرضى الإيدز AIDS

8.5 المرسَّمات المضللة Misleading graphs

إن الشكل (2.5) منشأ ومعنون بوضوح، ويمكن قراءته بشكل مستقل عن النص المرافق له. كما تراعى هنا القواعد الهيكلية كما في الجداول على حد سواء. وبعد هذا، فالمبيان هو طريقة لتقديم المعلومات بسرعة، ولكن هذا يصبح مخيباً للآمال إذا كان على القارئ أو

المستمع أن ينفق وقتاً في محاولة معرفة ماذا يعنـــي المبيان حقيقة. وبسبب مظهر التراص للمبيان الذي قد يكون كبيراً، فثمة مشاكل قد تنشأ لدى استخدامه.



الشكل 7.5 : مخطط الأعمدة وقد حذف الصفر على التدريج الشاقولي

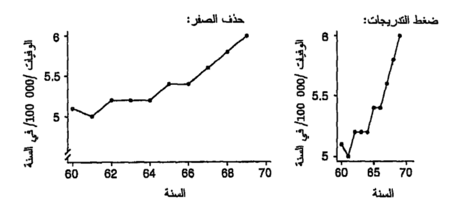
أولى هذه المشكلات الصفر المفقود. يبين الشكل (7.5) مخططاً آخر يمثل المعطيات الواردة في الجدول (5.5). ويلاحظ في هذا المخطط زيادة سريعة جداً في معدل الوفيات بالمقارنة مع الزيادة التدريجية المبينة في الشكل (2.5). ومع ذلك فكلاهما يصف المعطيات نفسها. ولكن في الشكل (7.5) حذفت معظم التدريجات الشاقولية، وعوضاً عن ذلك مُدد الجزء الصغير من سلم التدريجات في مواضع التغير. وحتـــى لو كنا واعين لهذا فمن الصعب أن نتجاهل أن هذا المخطط يمثل تزايداً كبيراً في معدل الوفيات.

نلاحظ أنه لا توجد نقطة بدء (لا يوجد صفر) على المحور الأفقي في كلا الشكلين (2.5) و(7.5). ولهذا سببان: لا يوجد عملياً (زمن صفري) في التقويم، لذا نستخدم صفراً اختيارياً، كما أنه يوجد افتراض ضمنـــي أن معدل الوفيات يتغير مع الزمن فقط.

وقد حذف الصفر في الشكل (4.5) وهذا ما نفعله غالباً في المبيان التبعثري. ومع ذلك، إذا كان علينا أن نقيس أهمية العلاقة بين السعة الحيوية والطول باستخدام التغير النسبـــي في السعة الحيوية على محور الأطوال نحتاج للصفر على محور السعة الحيوية. ونحذف المبدأ غالباً

في المبيان التبعثري لأننا نهتم عادة بوجود العلاقة، وأن التوزيعات تتبع المشاهدات أكثر مما تتبع قياساتها. وسنقدر الأخيرة بطريقة مختلفة، سنشرحها في الفصل الحادي عشر.

ثمة محاذير من استخدام المرسَّمات خاصة لتعرضها لنوع من التشويه بسبب استبعاد الصفر كما أوضحنا. كما أن كثيراً من البرامج الحاسوبية تتجنب إنشاء مخططات الأعمدة كالشكل (7.5)، ولكنها تنتج مرسَّمات وقد اقتطعت أجزاء من محاورهـــا الإحداثية. ويبين الشكل (8.5) مرسَّماً يقابل الشكل (7.5) وقد اقتطع جزء من محوره الشاقولي. وكما في الشكل السابق يشير هذا المرسَّم إلى تزايد واضح في معدل الوفيات، مع العلم أن المعطيات نفسها لا تؤيد هذا الاستنتاج. ويمكننا أن نجعل هذا المرسَّم أكثر إثارة بتمديد التدريجات الشاقولية، وضغط التدريجات الأفقية. والانطباع الذي يحدثه الشكل (7.5) أشد إثارة من الشكل (5.5) وأدعى إلى جذب جوائز البحث، كجوائز نوبل، والمقابلات فـــي التلفزيون ويســـمى Huff (1954) هذا: الترعيب بالمرسَّمات. وتكون الاثارة أشد إذا حذفنا التدريجات، وأظهرنا تصاعد الخط البيانـــي.

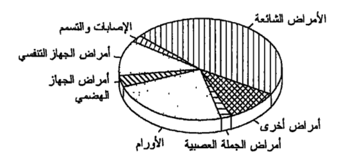


الشكل 8.5 : المرسَّمات وقد حذف الصفر ومددت التدريجات على المحور الشاقولي وضغطت على المحور الأفقي

ليس معنـــى هذا أن المؤلفين الذين يقتصرون على جزء من سلم التدريجات يقصدون تضليل القارئ، فثمة مناقشات كبيرة حول تقويم المرسَّمات تسود صفحات كثيرة. ففي الشكل (4.5) لم نهتم بالسعات الحيوية بجوار الصفر، وهذا ما سوغ لنا استبعادها. أما في

الشكل (8.5) فنهتم بمعدل الوفيات عند الصفر تحديداً. وهذا بالتأكيد ما نهدف إليه. والشيء الهام في الموضوع أن المرسمات يمكن أن تضلل القارئ ، لذا عليه أن يكون واعياً.

إن وجود الحواسيب الشخصية ذات الطاقات العالية أدت إلى زيادة القدرة على رسم منحنيات معقدة. إذ أن المخططات البسيطة كما في الشكل (1.5) تعلم القارئ ولكنها غير مثيرة بصرياً. ثمة طريقة لتكييف هذه الأشكال وذلك بجعلها تبدو فراغية كالشكل (9.5)، ففي هذا الشكل تتناسب الزوايا مع الأعداد التـــي تمثلها، ومن الصعب مقارنة المساحات لأن أشكالها مختلفة وهذا يعيق الهدف الأساسي وهو نقل المعلومات بسرعة ودقة. ونخلص إلى القول عندما تقدم المعطيات وبخاصة ترسيمياً، علينا أن نكون حريصين أن تعرض بوضوح تام.



الشكل 9.5 : إعادة للشكل (1.5) ولكن بثلاثة أبعاد

9.5 التدريجات اللوغارتمية Logarithmic scales

يبين الشكل (10.5) مرسَّماً يمثل تناقص وفيات مرضى السل في إنكلترا وويلز على مدى 100 سنة (DHSS 1976). وهو كما نرى منحن غير مطرد يبين التناقص المستمر للمرض. كما نجد على الشكل ذاته مخطط الوفيات وفق **التدريجات اللوغارتمية**. والتدريج اللوغاريتمي هو التدريج الذي تتحقق فيه الخاصة التالية: إذا تساوت نسبتا زوجين من النقط في التدريج الأصلي، فإن المسافة بين نقطتـــي الزوج الأول تساوي مثيلتها في الثانـــي في التدريج اللوغاريتمي، وهكذا تكون المسافة بين 1 و10 مساوية للمسافة 10 و100 في هذا التدريج وليس بين 10 و 19 انظر الفقرة (A5) ونلاحظ أن الخط اللوغاريتمي يشير إلى لَوْية واضحة

بجوار العام 1950. وهو الزمن الذي اتخذت فيه إجراءات فعالة مضادة للسل (TB) كالمعالجة الكيميائية بـِ (streptomycin) ولقاح (BCG) والتقصي الجماعي بأشعة X. ويمكن أن نفهم كيف برزت هذه المتغيرات الحادة في المنحنـــي اللوغاريتمي إذا كنا على علم بخواص اللوغاريتمات. فإذا كان لدينا مثل هذه العلاقة فإن معدل الوفيات ينخفض بنسبة ثابتة، 10% مثلاً في السنة، فالانخفاض بالقيمة المطلقة في كل سنة يتوقف على مستواه في السنة السابقة.

الوفيات في عام 1960 = ثابت × الوفيات في عام 1959

وإذا حولنا هذا إلى التدريج اللوغاريتمي نجد

لغ (الوفيات عام 1960) = لغ (ثابت) + لغ (الوفيات عام 1959)

ومن أجل الوفيات في عام 1961 نجد:

لغ (الوفيات في عام 1961) = لغ (ثابت) + لغ (الوفيات في عام 1960)

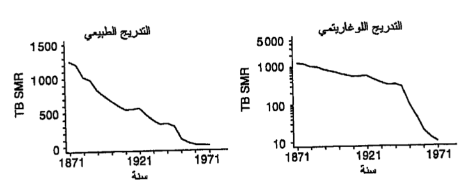
= لغ (ثابت) + لع (ثابت) + لغ (الوفيات في عام 1959)

= 2 لغ (ثابت) + لغ (الوفيات في عام 1959)

وهكذا نحصل على علاقة خطية بين لوغاريتم الوفيات والزمن t وهي:

لغ (الوفيات بعد t سنة) = t × لغ (ثابت) + لغ (الوفيات في السنة الأولى)

عندما تتغير النسبة الثابتة، فميل المستقيم الممثل للوغاريتم الوفيات يتغير وتظهر اللَوْية بوضوح في المستقيم.



الشكل 10.5 : وفيات مرض السل في انكلترا وويلز من 1871 إلى 1971 (DHSS، 1976)

التدريجات اللوغاريتمية وسائل تحليلية مفيدة جداً، ومع ذلك فالمرسَّمات وفق التدريجات اللوغاريتمية يمكن أن تكون مضللة، إذا كان القارئ لا يفهم معنـــي هذه التدريجات. يبين التدريج اللوغاريتمي في الشكل (10.5) أن معدل انخفاض الوفيات المرافق للإجراءات المضادة للسل يتزايد بشكل واضح تماماً. ولكنه يعطي انطباعاً أن هذه الإجراءات كانت هامة في تناقص المرضى، وليس الأمر كذلك. فإذا نظرنا إلى النقطة المقابلة في التدريج الأصلي، يمكننا أن نرى أن جميع الإجراءات التـــي اتخذت كانت لتسريع تناقص المرض الذي ظل قائماً لفترة طويلة. انظر (Radical statistics health group 1976).

A 5 ملحق اللوغاريتمات

ليست اللوغاريتمات ببساطة طريقة في الحساب سبقت الحاسوب عمراً فحسب، ولكنها مجموعة من التوابع الرياضية الأساسية، وبسبب ميزاتها الخاصة فهي كثيرة الاستعمال في الرياضيات. وسنبدأ باللوغاريتمات العشرية أي ذات الأساس 10 وهي الأكثر شيوعاً في الحسابات. ونعرف لوغاريتم العدد x ذا الأساس 10 بأنه العدد y الذي يحقق العلاقة

$$x = 10^y$$

ونكتب $y = \log_{10}(x)$. فمثلاً $\log_{10}(10) = 1$، $\log_{10}(100) = 2$، $\log_{10}(1\ 000) = 3$، $\log_{10}(10\ 000) = 4$.

خاصة هامة: لوغاريتم جداء عددين يساوي مجموع لوغاريتميهما ونكتبها بالشكل:

$$\log (xy) = \log (x) + \log (y)$$

فمثلاً،

$$100 \times 1000 = 10^2 \times 10^3 = 10^{2+3} = 10^5 = 100\ 000$$

وبالتعبير اللوغاريتمي

$$\log_{10}(100 \times 1000) = \log_{10}(10^2) + \log_{10}(10^3) = 2 + 3 = 5$$

وهذا يعنـــي أن: $100 \times 1000 = 10^5 = 100\ 000$.

وتعمم هذه الخاصة على أي جداء أي:

$$y = a \times b \times c \times d$$

يمكن أن نكتب:

$$\log(y) = \log(a) + \log(b) + \log(c) + \log(d)$$

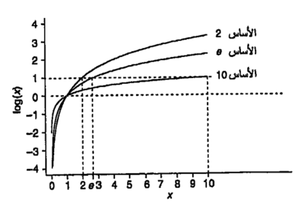
وهي الطريقة المعتمدة للملائمة مع توزيع اللوغاريتم الطبيعي الموصوف في الفقرة (4.7).

ليس من الضروري استخدام الأساس 10، بل يمكن اتخاذ أي عدد كأساس وهناك علاقة بسيطة تربط لوغارتيم عدد مثل x بالنسبة لأساسين مختلفين a و b وهي:

$$\log_b(x) = \frac{\log_a(x)}{\log_a(b)}$$

قد يكون الأساس 10 ملائماً للاستخدامات الحسابية، ولكنه أقل استعمالاً في الأغراض الأخرى. وإذا اتخذنا الأساس (e) حيث ($e = 2.718281$) سمي اللوغاريتم الطبيعي أو النيبري نسبة للرياضي (John Napier) ويرمز له باللغة البرمجية $\log(x)$.

يبين الشكل (11.5) المنحنـــي اللوغاريتمي الموافق للأسس 2 ,e ,10 ونلاحظ أن جميع هذه المنحنيات تمر من النقطة (1.0) أي أن $\log(1) = 0$ وعندمـــا تقترب x من الصفر يســـعى $\log(x)$ إلى اللانهاية السالبة. ولا يوجد لوغاريتمات للأعداد السالبة، وعندما تزداد x متخطية الواحد يصبح المنحنـــي منبسطاً أكثر فأكثر. ونلاحظ أن جميع هذه المنحنيات تمر بالنقطة (1، الأساس) أي أن $1 =$ (الأساس)log. والمنحنـــي اللوغاريتمي ذو الأساس 2 يمر من النقط(2.1), (4.2), (8.3) لأن $2^1 = 2,\ 2^2 = 4,\ 2^3 = 8$. ويمكننا أن نرى أن تعويض المعطيات بلوغاريتماتها سيؤدي إلى مطّ التدريجات في الطرف الأدنـــى، وتقلصها في الطرف الأعلى.



الشكل 11.5 : المنحنيات اللوغارتيمية لثلاثة أسس مختلفة

نستخدم غالباً لوغاريتمات المعطيات عوضاً عن المعطيات نفسها. ولهذا محاسن متعددة. فعلاقات الضرب تصبح علاقات جمع، والمنحنيات يمكن أن تصبح خطوطاً مستقيمة، والتوزيعات المتجانفة يمكن أن تصبح متناظرة.

يمكننا الانتقال إلى التدريجات العادية باستخدام **التابع المعاكس للوغاريتم (antilog)**. فإذا كان $y = \log_{10}(x)$، فإن $x = 10^y$ هو التابع العكسي لـ y : وإذا كان $z = \log_{10}(x)$ فإن $x = e^z$ أو $x = \exp(z)$ هو التابع المعاكس لـ z. فإذا كان برنامجك الحاسوبي لا يتضمن التحويل العكسي، فإن معظم الحاسبات الشخصية تحوي التابعين e^x و10^x لهذا الغرض.

M 5 أسئلة الاختيار من متعدد من 20 إلى 24

يجاب على كل سؤال إما بصح أو خطأ.

20. بعد المعالجة بـ (wondermycin) تماثل 66.67% من المرضى للشفاء التام:

آ – (wondermycin) دواء مدهش

ب – هذه المقولة يمكن أن تكون مضللة لأن مقام[1] النسبة غير معلوم

ج – عدد الأرقام المعنوية المتخذة توحي لنا بدرجة الدقة التي يمكن ألا تكون معطاة

د – نتطلب بعض المعلومات عن (الشاهد) قبل أن نستطيع استخلاص أية نتيجة عن (wondermycin)

هـ – يمكن أن تقتصر المعالجة على عدد صغير جداً من المرضى

21. العدد 1 729.543 71:

آ – إذا دُوِّر لرقمين معنويين يصبح 1 700

ب – إذا دُوِّر لثلاثة أرقم معنوية يصبح 1 720

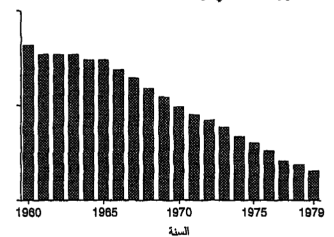
ج – إذا دُوِّر لستة مراتب عشرية يصبح 1 729.54

د – إذا دُوِّر لثلاثة مراتب عشرية يصبح 1 729.544

---

[1] المقصود بمقام النسبة العدد الموجود تحت خط الكسر، فمقام النسبة 5/3 هو العدد 5، ويمثل المقام هنا حجم العينة المعالجة (المترجم).

هـ – إذا دُوِّر لخمسة أرقام معنوية يصبح 1729.5



الشكل 12.5 : رسم بيانـي مشكوك فيه

22. الشكل (12.5):

آ – يمثل مُنسجاً

ب – يجب أن يُدرَّج المحور الشاقولي

ج – يجب أن يبين الصفر على المحور الشاقولي

د – يجب أن يبين الصفر على المحور الأفقي

هـ – يجب أن تبين الواحدات على المحور الشاقولي

23. التدريجات اللوغاريتمية المستخدمة في المرسَّمات التـي تتعلق بالزمن:

آ – تبين التغيرات في الاتجاه بوضوح

ب – تنتج غالباً خطوطاً مستقيمة

ج – تعطي فكرة واضحة عن قياس التغيرات

د – يجب أن نميز نقطة الصفر عن مبدأ التدريج

هـ – المجالات المضغوطة بين الأعداد الكبيرة تقارن بمثيلاتها في الأعداد الصغيرة

24. الطرائق التالية يمكن أن تستخدم لبيان العلاقة بين متغيرين:

آ - المُنسج

ب - مخطط الفطيرة

ج - المبيان التبعثري

د - مخطط الأعمدة

هـ - المرسَّم

الجدول 7.5 : أعداد المسنين المقبولين أسبوعياً في المنطقة الصحية لـ Wandsworth بدءاً من أيار حتى أيلول في العامين 1982 و1983 (Fish ورفاقه 1985)

الأسبوع	1982	1983	الأسبوع	1982	1983
1	24	20	12	11	25
2	22	17	13	6	22
3	21	21	14	10	26
4	22	17	15	13	12
5	24	22	16	19	33
6	15	23	17	13	19
7	23	20	18	17	21
8	21	16	19	10	28
9	18	24	20	16	19
10	21	21	21	24	13
11	17	20	22	15	29

E 5 تمرين: إيجاد المرسَّمات

في هذا التمرين سنعرض ترسيمياً بعض المعطيات التـــي درسناها سابقاً:

1. الجدول (1.4) يبين تشخيصات المرضى في مسح المشافي. أنشئ مرسَّم هذه المعطيات.
2. يبين الجدول (7.2) معدل شلل الأطفال لعدة مجموعات من الأطفال. أنشئ مخطط الأعمدة للنتائج المأخوذة عشوائياً من مناطق (المجموعة الشاهد).
3. يبين الجدول (1.3) بعض النتائج المأخوذة من وفيات الأطباء البريطانيين، مثل ذلك ترسيمياً.
4. يبين الجدول (3.4) رقم الولادة لمجموعة من النساء، اعرض هذا ترسيمياً.

5. يبين الجدول (7.5) أعداد المسنين المقبولين في المنطقة الصحية في (Wands worth) في كل أسبوع من آيار حتـــى أيلول في العامين 1982 و1983. مثّل هذه المعطيات ترسيمياً، ماذا برأيك سبب الاختلاف بين هذين العامين؟.

الفصل السادس

الاحتمالات Probability

1.6 الاحتمال Probability

إن البيانات التـــي ترفدنا بها العينة يمكن استخدامها لاستخلاص نتائج تتعلق بالمجتمع الإحصائي الذي سُحبت منه هذه العينة. فمثلاً في التجارب الطبية، إذا لاحظنا أن المرضى الذين عولجوا بطريقة جديدة، أظهروا تحسناً أكبر من أولئك الذين عولجوا بالطريقة القديمة، فيهُمنا أن نعرف فيما إذا كان هذا التحسن يشمل مجتمع المرضى بأكمله، أم أنه مجرد مصادفة. إن نظرية الاحتمالات تُمكننا من إقامة علاقات بين العينات والمجتمعات الإحصائية، واستخلاص نتائج منها تصف هذه المجتمعات. نبدأ بمناقشة نظرية الاحتمالات بطرح بعض الأمثلة البسيطة التـــي تتعلق بالتجارب العشوائية مثل تجربة رمي قطعة من النقود أو أحد أحجار النرد، ثم ما نلبث أن نتحول إلى الأمثلة الطبية التـــي سنجعلها مركز الاهتمام.

لنتساءل بدءاً ماذا نعنـــي تحديداً (بالاحتمال)؟ توجد تعاريف متعددة للاحتمال، وسوف نتبنـــى التعريف **الإحصائي**. يمكن تعريف احتمال حادث ما يقع في شروط معينة، بأنه نهاية التكرار النسبـــي لهذا الحادث عندما يزداد عدد المشاهدات إلى ما لا نهاية. فإذا ألقينا مثلاً قطعة من النقود، فنحصل إما على الوجه الأول (الشعار) أو على الوجه الثانـــي (الكتابة)، أما قبل إلقاء القطعة فليس لدينا أية طريقة لمعرفة النتيجة التـــي سنحصل عليها. ولكننا نعلم جيداً أننا سنحصل على واحدة من هاتين النتيجتين. فإذا كررنا هذه التجربة عدداً كافياً من المرات، فإننا نتوقع أن نحصل على عدد من الشعارات بقدر عدد وجوه الكتابة. وبذا يكون

احتمال الحصول على (الشعار) مساوياً النصف. وذلك لأننا إذا أعدنا التجربة مرات عديدة، سيظهر الشعار في نصف هذه الرميات. إن عدد الشعارات التـــي يمكن أن تظهر في رميات متعددة لقطعة النقود يسمى **المتغير العشوائي** (**Random Variable**) أي المتغير الذي يمكن أن يأخذ أكثر من قيمة واحدة باحتمالات معطاة. وبالطريقة ذاتها فإن إلقاء حجر النرد يظهر لنا واحداً من الوجوه الستة للحجر باحتمالات متساوية. كما يمكن أن نتخذ عدد الخمسات في رمي حجر النرد مثلاً كمتغير عشوائي، وكذلك عدد الرميات قبل الحصول على الوجه خمسة.

ويطبق تعريف الاحتمال هذا على المتغيرات المستمرة. كطول إنسان. لنفرض مثلاً أن الطول الناصف (Median) في مجتمع من النساء هو 168 سم فهذا يعنـــي أن نصف أطوال هذه النساء تزيد عن 168 سم. فإذا اخترنا عدداً كبيراً من النساء عشوائياً (أي دون أن يتأثر الاختيار بخصائص هذه النساء) فإن نصف أطوال هذه النساء يزيد عن 168 سم. فاحتمال أن نجد امرأة يزيد طولها عن 168 سم هو نصف. وبالمثل إذا كان عُشر النساء تزيد أطوالهن عن 180 سم، واخترنا امرأة ما بشكل عشوائي، فإن احتمال أن يزيد طولها عن 180 سم هو 1/10. وبالطريقة ذاتها يمكننا أن نحسب احتمال أن يقع طول امرأة ما بين قيمتين مفروضتين.عندما نقيس كمية مستمرة فإننا عادة نتقيد بطرائق القياس، فإذا كان طول امرأة ما 170 سم فهذا يعنـــي أن طولها يقع، لنقل، بين القيمتين 169.5 و170.5 سم وهذا يتوقف طبعاً على دقة القياس. وهكذا فإن ما نهتم به هو احتمال أن يأخذ المتغير العشوائي قيمه في مجال ما عوضاً عن أن يأخذ قيمة معينة.

2.6 خواص الاحتمال Properties of probability

تنتج مباشرة من تعريف الاحتمال الخواص التالية:

1. يقع الاحتمال بين الصفر والواحد، فاحتمال الحادث المستحيل (أي الحادث الذي لا يمكن أن يقع) يساوي الصفر. واحتمال الحادث الأكيد (أي الحادث الذي يقع دائماً) يساوي الواحد.

2. **قاعدة الجمع (Addition rule)** نفرض حادثين **متنافيين مثنـــى (mutually exclusive)** أي عندما ينجح أحدهما يفشل الآخر، فاحتمال وقوع أحدهما يساوي مجموع احتماليهما. ففي مثال قذف حجر النرد يمكن أن يظهر الوجه 1 أو الوجه 2 ولكن لا يمكن أن يظهرا معاً، فاحتمال ظهور أحد الوجهين 1 أو 2 هو $2/6 = 1/6 + 1/6$.

3. **قاعدة الجداء Multiplication rule** نفرض أن حادثين ما كانا **مستقلين** أي أن معرفة وقوع أحدهما لا تفيدنا بشيء عن امكانية وقوع الآخر. فاحتمال وقوع الحادثين في آن معاً هو جداء احتماليهما. نفرض مثلاً أننا ألقينا حجر النرد مرتين، فالرمية الثانية مستقلة عن الرمية الأولى ويكون احتمال ظهور شعارين هو$1/4 = 1/2 \times 1/2$، ليكن لدينا الحادثان المستقلان A وB. إن نسبة وقوع الحادث A في متتالية من التجارب العشوائية هو احتمال نجاح A، وبما أن A وB مستقلان، فإن نسبة وقوع B في المرات التـــي يكون فيها A ناجحاً هي نسبة نجاح B نفسها. وبناء على هذا فإن احتمال نجاح A وB في آن معاً يساوي احتمال نجاح A مضروباً باحتمال نجاح B.

3.6 التوزيعات الاحتمالية والمتغيرات العشوائية

Probability distributions and random variables

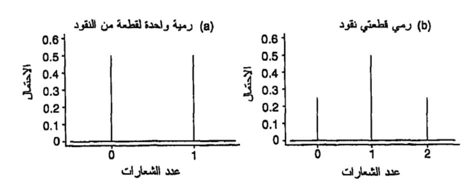
نفرض أن لدينا مجموعة من الحوادث المتنافية مثنى، والتـــي تحوي جميع الحوادث الممكنة الوقوع، وهذا يعنـــي أن مجموع احتمالاتها يساوي الواحد. تُشكل هذه المجموعة من الاحتمالات **توزيعاً احتمالياً**. فإذا ألقينا قطعة من النقود مثلاً لدينا حالتان ممكنتان "الشعار" و"الكتابة" وهما الحادثان الوحيدان الممكن وقوعهما ويكون التوزيع الاحتمالي الموافق:

احتمال الشعار = 1/2

احتمال الكتابة = 1/2

ونستطيع أن نمثل هذا بمبيان (diagram) كما في الشكل (1.6). دعنا الآن نعرف متغيراً نرمز له بـــ X بحيث يأخذ القيمة $X = 0$ إذا ظهر الوجه "الكتابة" و$X = 1$ إذا ظهر الوجه "الشعار". إذن X هو عدد الشعارات التـــي تظهر في رمية واحدة لقطعة النقود. وعلى هذا تكون قيم X إما: 0 وإما 1، ومع أننا لا نعرف مسبقاً ماذا ستكون قيمة X قبل رمي قطعة

النقود ولكننا نعلم جيداً احتمال كل حالة. X هو المتغير العشوائي حسب الفقرة (1.6) ونسمي التوزيع الاحتمالي الموافق له، التوزيع الاحتمالي لـــ X.



الشكل 1.6 : التوزيع الاحتمالي لعدد الشعارات التـــي تشاهد في رمية واحدة لقطعة من النقود، وفي رميتين

لنتساءل الآن ماذا يحدث لو أننا ألقينا قطعتـــي نقود بآن معاً؟ سيكون لدينا أربعة حالات ممكنة: شعار، شعار – شعار، كتابة – كتابة، شعار – كتابة، كتابة. ومن الواضح أن هذه الحالات ذات احتمالات متساوية، واحتمال كل منها يساوي 1/4. نفرض Y عدد الشعارات، فلـِ Y ثلاث قيم ممكنة هي: 2,1,0. $Y = 0$ تقابل الحالة: "كتابة، كتابة" واحتمال هذه الحالة يساوي 1/4 و$Y = 1$ تقابل الحالة "شعار، كتابة" أو "كتابة، شعار" واحتمال هذه الحالة 1/2= 1/4+1/4. $Y = 2$ تقابل الحالة "شعار، شعار" واحتمالها يساوي 1/4. ويمكن أن نكتب التوزيع الاحتمالي الموافق:

احتمال $(Y=0) = 1/4$

احتمال $(Y=1) = 1/2$

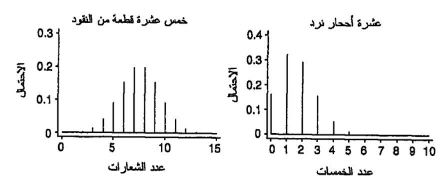
احتمال $(Y=2) = 1/4$

ويبين الشكل (1.6) هذا التوزيع الاحتمالي.

4.6 التوزيع الحداني The Binomial distribution

لقد نظرنا في التوزيعات الاحتمالية لمتغيرين عشوائيين: X عدد الشعارات في رمية واحدة لقطعة النقود، حيث يأخذ القيمتين 0 و1. Y عدد الشعارات في رميتين لقطعة النقود حيث

يأخذ القيم 0 ,1 ,2. ويمكننا أن نزيد عدد قطع النقود بقدر ما نريد، ويمثل الشكل (2.6) توزيع عدد الشعارات في تجربة إلقاء 15 قطعة من النقود في آن معاً. ويمكننا أيضاً تعداد الوجوه ذات الرقم 5 التـــي تظهر لدى رمي حجر النرد، والشكل (2.6) يبين لنا توزيع الخمسات التـــي نحصل عليها لدى قذف عشرة أحجار نرد. وبصورة عامة يمكن أن ننظر إلى قطعة النقود أو حجر النرد كتجارب ناجحة إذا كانت النواتج (شعار أو خمسة) وفاشلة إذا كانت النواتج غير ذلك. إن توزيعي X وY والمثالين في الشكل (2.6) هي أمثلة على التوزيع الحدانـــي الذي نصادفه كثيراً في التطبيقات الطبية. **فالتوزيع الحدانـــي** هو التوزيع الناشيء عن عدد مرات النجاح في n تجربة مستقلة إذا كان احتمال النجاح في التجربة الواحدة هـــو p. ويمثل التوزيع الحدانـــي في الحقيقة أسرة من التوزيعات كل عضو فيها معرف بقيمتـــي n وp التـــي ندعوهما **وسيطي** التوزيع.



الشكل 2.6 : توزيع عدد الشعارات التـــي تظهر عندما نرمي 15 قطعة من النقود، وعدد الخمسات التـــي تظهر عندما نرمي 10 أحجار نرد. أمثلة على التوزيع الحدانـــي

إن الأدوات البسيطة التـــي نجري عليها التجارب العشوائية مثل قطعة النقود، أو حجر النرد لها أهمية في ذاتها، ولكنها لا تبدو أن لها صلة بالطب. لنفرض أننا أخذنا عينة عشوائية لتقدير نسبة انتشار مرض ما ولتكن هذه النسبة p، ونظراً لكون هذه العينة قد اختيرت بشكل عشوائي ومستقل من المجتمع، فاحتمال إصابة أي واحد منها بالمرض هو p وبذا يكون لدينا متتالية مستقلة من التجارب احتمال نجاح أي منها هو p. إن عدد مرات النجاح، أي عدد عناصر العينة المصابين بالمرض يتبع التوزيع الحدانـــي كما سنرى لاحقاً. إن خواص التوزيع الحدانـــي تمكننا من معرفة دقة تقدير انتشار المرض الفقرة (4.8).

يمكننا حساب الاحتمالات في التوزيع الحداني بجدولة جميع الحالات الناتجة. فإذا ألقينا 15 قطعة من النقود مثلاً، يكون لدينا $2^{15} = 32768$ توفيقاً (combination) ممكناً، ولكن هذا ليس مقبولاً من الوجهة العملية، وعوضاً عن ذلك فإن لدينا قانوناً يعطينا الاحتمال بدلالة عدد الرميات واحتمال ظهور الشعار. ويمكّننا هذا القانون من حساب هذه الاحتمالات من أجل أية قيمة لـ p ومن أجل أي عدد من التجارب n. وبصورة عامة إذا كان لدينا n تجربة مستقلة، احتمال نجاح الواحدة منها p، فما هو احتمال نجاح r تجربة منها؟ في متتالية من التجارب ذات (r) نجاحاً و$(n-r)$ فشلاً حيث احتمال النجاح في كل منها p، واحتمال الفشل $(1-p)$، يكون احتمال وقوع هذه الحوادث هو $p^r(1-p)^{(n-r)}$، وذلك بتطبيق قاعدة الجداء نظراً لأن التجارب مستقلة. ولكن عدد الطرائق لاختيار r عنصراً من أصل n عنصراً هو $n!/r!(n-r)!$ حسب الفقرة (A6) فإن واحداً فقط من هذه المتوافقات يمكن أن يقع في المرة الواحدة. وهكذا نجد $n!/r!(n-r)!$ طريقة متنافية مثنى للحصول على r نجاحاً كل منها باحتمال $p^r(1-p)^{(n-r)}$. إن احتمال حصولنا على r نجاحاً هو مجموع $n!/r!(n-r)!$ احتمالاً يساوي كل منها $p^r(1-p)^{(n-r)}$ ويكون:

$$\text{احتمال } (r \text{ نجاحاً}) = \frac{n!}{r!(n-r)!} p^r(1-p)^{(n-r)}$$

إن الذين يتذكرون نشر الحداني في الرياضيات سيكتشفون بسهولة أن هذا الاحتمال يمثل الحد العام لهذا النشر، ولهذا سمي التوزيع الحداني.

لتطبيق هذا القانون في تجربة إلقاء قطعتي نقود. لدينا توزيع حداني وسيطاه $p = 0.5$، $n = 2$ فاحتمال ظهور شعارين: $(r = 2)$ هو

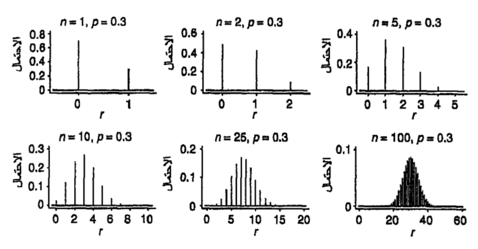
$$\text{PROB}(r=2) = \frac{n!}{r!(n-r)} p^r (1-p)^{n-r}$$
$$= \frac{2!}{2!0!} 0.5^2 \times 0.05^0 = \frac{2}{2\times1} \times 0.25 \times 1 = 0.25$$

لننتبه أن $0! = 1$ الفقرة (A6)، وأن أي عدد مرفوع للأس صفر يساوي الواحد، وبطريقة مماثلة يمكن حساب الاحتمال من أجل $r = 1$ و$r = 0$:

$$p(r=1) = \frac{2!}{1!\,1!} 0.5^1 \times 0.5^1 = \frac{2}{1\times1} \times 0.5 \times 0.05 = 0.5$$
$$p(r=0) = \frac{2!}{1!\,2!} 0.5^0 \times 0.5^2 = \frac{2}{1\times2} \times 0.5 \times 0.25 = 0.25$$

وهذا ما حصلنا عليه من أجل قطعتـــي نقود في الفقرة (3.6). ويمكننا استخدام هذا التوزيع حيثما كان لدينا متتالية من التجارب ذات نتيجتين ممكنتين فقط. فإذا كانت التجربة معالجة مجموعة من المرضى فإن عدد من يشفى منهم يتبع التوزيع الحدانـــي. وإذا قسنا ضغط الدم لمجموعة من الأشخاص، فعدد ذوي الضغط المرتفع منهم يتبع التوزيع الحدانـــي.

ويمثل الشكل (3.6) التوزيع الحدانـــي من أجل $p = 0.3$ وقيم متزايدة لـــ n. ويصبح هذا التوزيع أكثر تناظراً كلما تزايدت قيمة n، ويقترب من التوزيع الطبيعي الذي سندرسه في الفصل التالي.



الشكل 3.6 : توزيعات حدانية لقيم مختلفة لـــ n و$p = 0.3$

5.6 المتوسط والتفاوت Mean and Variance

إن عدد الاحتمالات المختلفة في التوزيع الحدانـــي يمكن أن يكون كبيراً جداً وصعبة التناول. عندما تكون n كبيرة نحتاج عادة أن نلخص هذه القيم بطريقة ما، فكما أمكننا توصيف التوزيعات التكرارية بالمتوسط والتفاوت، فإن بإمكاننا فعل ذلك في التوزيع الاحتمالي والمتغير العشوائي المقابل له.

فالمتوسط الحسابـــي هو القيمة الوسطية للمتغير العشوائي في عدد كبير من المشاهدات ويسمى **القيمة المتوقعة (expected value)** أو **التوقع (expectation)** ويرمز عادة لتوقع المتغير العشوائي X بـــ $E(X)$. إذا استعدنا تجربة إلقاء قطعتـــي نقود، وفرضنا x عدد

الشعارات التـــي تظهر في هذه التجربة فإننا نحصل على 0 شعار في 1/4 الحالات الممكنة أي باحتمال 1/4. ونحصل على شعار واحد في 1/2 الحالات، كما نحصل على شعارين في 1/4 الحالات، فالقيمة الوسطية لعدد كبير من التجارب نحصل عليه بضرب كل قيمة للمتغير العشوائي بنسبة ظهورها ثم نجمع النتائج:

$$0\times\frac{1}{4}+1\times\frac{1}{2}+2\times\frac{1}{4}=0+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$$

وهكذا نجد أن العدد الوسطي للشعارات في تجربة إلقاء قطعتـــي نقود هو 1. وبشكل عام ففي أي متغير عشوائي منقطع يمكننا حساب المتوسط الحسابـــي أو التوقع بجمع جداءات القيم الممكنة لهذا المتغير باحتمالاتها.

يجب أن ننتبه أن التوقع الرياضي للمتغير العشوائي ليس بالضرورة واحداً من القيم التـــي يأخذها هذا المتغير. ففي تجربة إلقاء قطعة واحدة من النقود مثلاً إما أن نحصل على شعار أو لا، وكل منهما باحتمال 1/2 ويكون التوقع الرياضي: $0\times\frac{1}{2}+1\times1\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$، ففي حين أن عدد الشعارات إما 0 وإما 1 فإن التوقع الرياضي هو 1/2 وهذه القيمة تمثل المتوسط الحسابـــي للشعارات في عدد كبير من الرميات.

تفاوت متغير عشوائي هو متوسط مربعات فروق هذا المتغير عن المتوسط الحسابـــي، ففي تجربة إلقاء قطعتـــي نقود وجدنا أن المتغير العشوائي يأخذ القيم: 0، 1، 2 وفق الاحتمالات 1/4، 1/2، 1/4، على الترتيب. فالصفر يبعد بالمقدار 1 عن المتوسط باحتمال 1/4، والواحد يبعد بمقدار 0 عنه باحتمال 1/2، كما أن 2 يبعد بمقدار 1 باحتمال 1/4، فالتفاوت يساوي مجموع مربعات هذه الفروق مضروبة باحتمالاتها.

$$\text{التفاوت}=(0-1)^2\times\frac{1}{4}+(1-1)^2\times\frac{1}{2}+(2-1)^2\times\frac{1}{4}$$
$$=(-1)^2\times\frac{1}{4}+0^2\times\frac{1}{2}+1^2\times\frac{1}{4}$$
$$=\frac{1}{2}$$

نرمز لتفاوت متغير عشوائي X بالرمز VAR (X)، وتُكتب صيغته الرياضية بالشكل.

$$\mathrm{VAR}(X)=\mathrm{E}(X^2-\mathrm{E}(X)^2)$$

نسمي الجذر التربيعي لتفاوت متغير عشوائي، الانحراف المعياري ونرمز له بالحرف اليونانـــي σ ويعبر عن التفاوت إذن بـــ σ^2، كما نرمز للتوقع الرياضي للمتغير العشوائي بالحرف اليوناني μ.

نعرف بطريقة مماثلة المتوسط الحسابـــي والتفاوت لمتغير عشوائي مستمر والذي نصادفه كثيراً في الفصل السابع، وذلك باستخدام الحساب التكاملي، وإن كان هذا لا يعنينا هنا، إنما بإمكاننا أن نوضح ذلك بأن نجزىء المجال الكلي إلى مجالات صغيرة، ثم نضرب قيم المتغير العشوائي في هذه المجالات باحتمالاتها ونجمع النتائج.

6.6 خواص المتوسط والتفاوت

Properties of mean and variance

عندما نستخدم متوسط التوزيع الاحتمالي وتفاوته في الحسابات الإحصائية فليس ما نحتاج إليه التفصيلات التـــي تتعلق بصيغها، وإنما يهمنا بعض خصائصها البسيطة. إذ أن معظم الصيغ المستخدمة في الحسابات الإحصائية تستنتج منها. وسبب سهولة هذه الخواص أنه يمكن فهمها بطرق غير رياضية.

إذا أضفنا عدداً ثابتاً لمتغير عشوائي ما، فمتوسط المتغير الناتج يساوي متوسط المتغير الأصلي مضافاً إليه الثابت. أما التفاوت والانحراف المعياري فلا يتغير. نفرض أن المتغير العشوائي هو طول إنسان، يمكننا إضافة ثابت إلى الطول وذلك بقياس أطوال الأشخاص الواقفين فوق صندوق. فمتوسط أطوال الأشخاص فوق الصندوق يساوي متوسط أطوال الأشخاص مضافاً إليها الطول الثابت للصندوق. فالصندوق لا يمس التغيرات في الأطوال فالفرق بين أطول الأشخاص وأقصرها مثلاً سوف لا يتغير. كما يمكننا طرح ثابت من الطول وذلك بجعل الأشخاص يقفون في حفرة، وهذا ينقص المتوسط ولكنه لا يغير التفاوت كما وجدنا.

إذا ضربنا المتغير العشوائي بعدد موجب، فإن المتوسط الحسابي، والانحراف المعياري يضربان بهذا العدد، أما التفاوت فيضرب بمربع العدد فإذا غيرنا مثلاً واحدات القياس من البوصات إلى السنتمترات نضرب كل قياس بـــ 2.54. وهذا يبرهن خاصة ضرب المتوسط

بعدد ثابت. كما أن الانحراف المعياري يضرب بهذا الثابت لأنه يقاس بالواحدات نفسها التـــي تقاس بها المشاهدات، من جهة ثانية يقاس التفاوت بمربع الواحدات، وبذلك يضرب بمربع الثابت. أما إذا كان الثابت سالباً فإن ضرب المتوسط بهذا الثابت يغير إشارته بينما يضرب التفاوت بمربع هذا العدد، أي يضرب بعدد موجب إذن يبقى التفاوت موجباً. وكذلك الانحراف المعياري وهو الجذر التربيعي للتفاوت هو موجب دائماً. أي أن الانحراف المعياري يضرب بالقيمة المطلقة للثابت.

إذا جمعنا متغيرين عشوائيين فإن متوسط المجموع هو مجموع المتوسطين، وإذا كان المتغيران مستقلين فتفاوت المجموع يساوي مجموع التفاوتين. ومثال ذلك مجموعة من الأشخاص يقفون على صناديق متغيرة الارتفاع، فمتوسط أطوال هؤلاء الأشخاص يساوي متوسط أطوال الأشخاص مضافاً إليه متوسط ارتفاعات الصناديق. فالتغير في الأطوال سيزيد وذلك بسبب أن بعض الأشخاص القصار يجدون أنفسهم على صناديق صغيرة، وبعض الأشخاص الطوال سيجدون أنفسهم على صناديق كبيرة. أما إذا كان المتغيران غير مستقلين، يصبح الأمر مختلفاً، فبينما يبقى متوسط المجموع يساوي مجموع المتوسطين، فإن تفاوت المجموع لا يساوي مجموع التفاوتين. نفرض الآن أن الأشخاص قرروا أن يقفوا على الصناديق ليس بهدف إحصائي، وإنما بقصد آخر، فهم يرغبون بتغيير المصباح الكهربائي، وهذا يتطلب من كل منهم أن يصل إلى الطول المطلوب. فالشخص القصير عليه أن يختار الصندوق الكبير بينما الشخص الطويل سيقف على الصندوق الصغير، والنتيجة هي نقصان التغير حتـــى الصفر تقريباً. من جهة ثانية إذا طلبنا من الأشخاص الطوال أن يقفوا على صناديق كبيرة ومن القصار أن يقفوا على صناديق صغيرة فإن التفاوت سيزداد، فالاستقلال شرط مهم.

إذا طرحنا متغيراً عشوائياً من آخر، فمتوسط الفرق يساوي فرق المتوسطين وإذا كان المتغيران مستقلين فتفاوت الفرق يساوي مجموع تفاوتيهما ومثال ذلك إذا قسنا أطوال أشخاص يقفون في حفر متفاوتة العمق فمتوسط الطول فوق مستوى الأرض يساوي الفرق بين متوسط أطوال الأشخاص ومتوسط أعماق الحُفر، فالتغير يزداد، إذ أن بعض الأشخاص القصار يقفون في حفر عميقة، وبعض الأشخاص الطوال يقفون في حفر غير عميقة أما إذا

كانت المتغيرات غير مستقلة فلا تصح خاصة جمع التفاوتات، أما إذا حاول الأشخاص أن يختبئوا في الحفر، فعليهم أن يجدوا حفراً بعمق كاف لاختبائهم، وفي هذه الحالة سيتناقص التفاوت.

أما ضرب متغيرين عشوائيين أو تقسيم أحدهما على الآخر فالأمر أكثر تعقيداً، ومن حسن الحظ أننا نادراً ما نحتاج لذلك.

لنوجد الآن المتوسط الحسابي والتفاوت للتوزيع الحداني ذي الوسيطين n وp. نفرض بدءاً أن $n = 1$ فالتوزيع الاحتمالي الموافق:

القيمة	الاحتمال
0	$1-p$
1	p

فالمتوسط يكون: $\mu = 0 \times (1-p) + 1 \times p = p$

والتفاوت يصبح:

$$\begin{aligned} \mathrm{VAR}(x) &= (0-p)^2 \times (1-p) + (1-p)^2 \times p = p^2\,(1-p) + (1-p)^2 \\ &= p(1-p)\,(p+1-p) \\ &= p(1-p) \end{aligned}$$

ليكن لدينا الآن المتغير الحداني ذو الوسيطين n وp، يمكن افتراض هذا المتغير بأنه مجموع n متغيراً حدانياً مستقلاً له الوسيطان $1, p$. فمتوسطه هو مجموع n متوسطاً يساوي كل منها p وتفاوته هو مجموع n تفاوتاً يساوي كل منها $p(1-p)$. إذن متوسط التوزيع الحداني يساوي np وتفاوته $np(1-p)$ وسنرى في مسائل العينات الكبيرة أن هذه الصيغ أكثر استخداماً من قانون الاحتمال نفسه لهذا التوزيع.

إن خواص متوسط المتغير العشوائي وتفاوته تمكننا من إيجاد حلول لمسائل درجات الحرية لتفاوت العينة الواردة في الفصل الرابع وفق صيغ رياضية. نريد الآن تقديراً للتفاوت بحيث تكون القيمة المتوقعة له هي تفاوت المجتمع الإحصائي. إن القيمة المتوقعة للمقدار $\sum(x_i - \bar{x})^2$ يمكن أن تكتب بالشكل $(n-1)\ \mathrm{VAR}(x)$ وفق الفقرة (B6) فإذا قسمنا على $n-1$ عوضاً عن n نحصل على تقدير للتباين.

7.6 توزيع بواسون The Poisson distribution

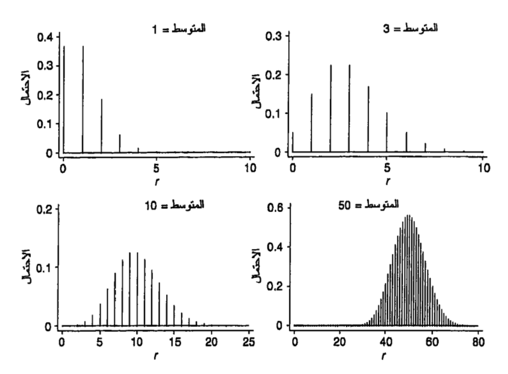
إن التوزيع الحداني هو واحد من عدد من التوزيعات الاحتمالية المستخدمة في الإحصاء. وهو توزيع منقطع، أي أنه يأخذ مجموعة منتهية من القيم الممكنة. ولعله التوزيع المنقطع الأكثر مصادفة في التطبيقات الطبية. ثمة توزيع منقطع آخر يستحق الدراسة من هذه الوجهة هو توزيع بواسون. ينتج هذا التوزيع، مثل التوزيع الحداني من نماذج احتمالية بسيطة، وسنحذف الدراسة الرياضية لهذا التوزيع بسبب تعقيدها.

نفرض الآن عدداً من الحوادث العشوائية المستقلة، تقع في فترات زمنية متساوية. **فتوزيع بواسون** هو التوزيع الذي يمثل عدد الحوادث التي تقع في فترة زمنية ثابتة. فإذا كانت الحوادث تقع بمعدل μ حادثاً في واحدة الزمن، فاحتمال وقوع r حادثاً في واحدة الزمن هو:

$$\frac{e^{-\mu}\mu^{r}}{r!}$$

حيث $e = 2.718$ الثابت الرياضي المعروف. ومع أننا نادراً ما نحتاج إلى الثوابت الاحتمالية لهذا التوزيع كالمتوسط والتفاوت، فإن متوسط توزيع بواسون من أجل عدد من الحوادث في واحدة الزمن هو ببساطة المعدل μ. كما أن تفاوت هذا التوزيع يساوي μ أيضاً. وهكذا فثمة أسرة من التوزيعات تماثل التوزيع الحداني ولكن بوسيط واحد μ تحمل اسم بواسون. ولهذا التوزيع أهمية خاصة، إذ أن الوفيات في أمراض كثيرة يمكن النظر إليها على أنها حوادث عشوائية ومستقلة في المجتمع. فمثلاً عدد الوفيات الناتجة عن سرطان الرئة في السنة لمجموعة مهنية واحدة، مثل عمال مناجم الفحم، تمثل متغيراً يخضع لتوزيع بواسون. ويمكننا استخدام هذا التوزيع لإجراء مقارنات بين معدلات الوفيات كما في الفقرة (3.16).

يوضح الشكل (4.6) توزيع بواسون من أجل أربع قيم مختلفة للمتوسط. وسنرى أنه كلما ازداد المتوسط فإن توزيع بواسون يصبح أكثر شبهاً بالتوزيع الحداني في الشكل (3.6) وسنناقش هذه المماثلة في الفصل التالي.



الشكل 4.6 : توزيع بواسون لأربع قيم مختلفة للمتوسط

6 A ملحق التباديل والتوافيق

لكل أولئك الذين يجهلون نظرية التوافيق أو الذين عرفوها ونسوها، يمكن إيضاحها كما يلي: سننظر بداية إلى عدد التباديل، أي عدد الطرائق التـــي يمكن أن نرتب وفقها مجموعة من الأشياء. نفرض أن لدينا n عنصراً ولنتساءل ما هو عدد الطرائق التـــي يمكن أن نرتب وفقها هذه العناصر؟ يمكن أن نختار العنصر الأول بـــ n طريقة، وبعد اختيار العنصر الأول توجد $n - 1$ طريقة لاختيار العنصر الثانـــي، وهكذا توجد $n(n - 1)$ طريقة لاختيار العنصرين الأول والثانـــي، والآن توجد $n - 2$ طريقة لاختيار العنصر الثالث، وتوجد $n - 3$ طريقة لاختيار العنصر الرابع وهكذا... وتبقى طريقة واحدة فقط لاختيار العنصر الأخير وهكذا نجد: $n \times (n - 1) - (n - 2) \times ... \times 2 \times 1$، تبديلاً لـــ n عنصراً. نسمي هذا العدد **عاملي** n ونكتبه بالشكل $n!$.

نريد أن نعرف الآن بكم طريقة يمكن اختيار r عنصراً من أصل n عنصراً. لدى اختيار r عنصراً، يمكننا ترتيبها بـــ $r!$ طريقة، كما يمكن ترتيب العناصر $n - r$ غير المختارة بـــ

$(n-r)!$ طريقة، إذن يمكن ترتيب هذه العناصر بـ $r!(n-r)!$ طريقة دون اعتماد التبديل في العناصر المختارة. فمثلاً لنختر العنصرين الأولين من المجموعة A, B, C . فإذا كانا A وB فإن لدينا تبديلين ممكنين هما BAC, ABC وهذا يساوي طبعاً $2 = 1!2!$ تبديلاً. فكل توفيق مكون من r عنصراً يقابل $r!(n-r)!$ من أصل $n!$ تبديلاً ممكناً، وهكذا يوجد:

$$\frac{n!}{r!(n-r)!}$$

توفيقاً ممكناً. فمثلاً عدد توافيق ثلاثة عناصر A, B, C مأخوذة مثنى مثنى هي AB, AC, BC, ولا يوجد إمكانات أخرى. وبتطبيق الصيغة السابقة حيث $n=3$ و$r=2$ يكون:

$$\frac{n!}{r!(n-r)!}=\frac{3!}{2!(3-2)!}=\frac{3\times2\times1}{2\times1\times1}=3$$

نصادف بعض الأحيان أثناء تطبيق هذه الصيغة القيمتين: $r=0$ أو $r=n$، وهذا يؤدي إلى $0!$ ولا يمكن تعريف هذا المصطلح في طريقة الاختيار ولكن يمكننا حساب قيمته الوحيدة الممكنة $0! = 1$. وتعليل ذلك أنه توجد طريقة واحدة فقط لاختيار n عنصراً من أصل n عنصراً، لدينا:

$$1=\frac{n!}{n!(n-n)!}=\frac{n!}{n!\times0!}=\frac{1}{0!}$$

ومنه $0! = 1$.

B 6 ملحق القيمة المتوقعة لمجموع مربعات

إن خواص المتوسط والتفاوت المذكورة في الفقرة (6.6) يمكن استخدامها للإجابة على السؤال المطروح في الفقرة (4.7) والفقرة (A4) المتعلق بالعدد القاسم (divisor) في تفاوت العينة. لنتساءل الآن لماذا يعطى التفاوت بالعبارة:

$$s^2=\frac{1}{n-1}\sum(x_i-\bar{x})^2$$

وليس بالعبارة:

$$s_n^2=\frac{1}{n}\sum(x_i-\bar{x})^2$$

سوف نهتم بالخصائص العامة للعينات ذات الحجم n، وسنتعامل مع n بافتراضها عدداً ثابتاً وx_i و $\bar{x}$ على أنهما متغيران عشوائيان. نفرض الآن أن μ متوسط المتغير x_i وσ^2 تفاوته.

إن القيمة المتوقعة لمجموع المربعات هي:

$$E\left(\sum(x_i - x)^2\right) = E\left(\sum x_i^2 - \frac{1}{n}(\sum x_i)^2\right)$$

الفقرة (A4)

$$= E(\sum x_i^2) - \frac{1}{n} E\left((\sum x_i)^2\right)$$

وذلك لأن القيمة المتوقعة للفرق تساوي الفرق بين القيمتين المتوقعتين بفرض n ثابت.

وبما أن تفاوت المجتمع σ^2 هو متوسط مربعات أبعاد القيم عن متوسط المجتمع μ فإن:

$$\sigma^2 = E\left((x_i - \mu)^2\right) = E(x_i^2 - 2\mu x_i + \mu^2) = E(x_i^2) - 2\mu E(x_i) + \mu^2$$

لأن μ عدد ثابت. وبما أن $E(x_i) = \mu$ نجد:

$$\sigma^2 = E(x_i^2) - 2\mu^2 + \mu^2 = E(x_i^2) - \mu^2$$

ومنه $E(x_i^2) = \sigma^2 + \mu^2$ وهكذا نجد $E(\sum x_i^2) = n(\sigma^2 + \mu^2)$ الذي يساوي مجموع n عدداً كل واحد منها يساوي $\sigma^2 + \mu^2$ لنحسب الآن قيمة $E((\sum x_i)^2)$ لدينا:

$$E(\sum x_i) = \sum E(\sum x_i) = \sum \mu = n\mu$$

$$VAR(\sum x_i) = \sum VAR(x_i) = n\sigma^2$$

وبما أن $E(x_i^2) = \sigma^2 + \mu^2 = VAR(x_i) + (E(x_i))^2$ فإن:

$$E\left((\sum x_i)^2\right) = VAR\left((\sum x_i)^2\right) + \left(E\left((\sum x_i)^2\right)\right)^2$$

$$= n\sigma^2 + (n\mu)^2$$

إذن:

$$E\left(\sum(x_i - \bar{x})^2\right) = E\left(\sum x_i^2\right) - \frac{1}{n} E\left((\sum x_i)^2\right)$$

$$= n(\sigma^2 + \mu^2) - \frac{1}{n}(n\sigma^2 + n^2\mu^2)$$

$$= n\sigma^2 + n\mu^2 - \sigma^2 - n\mu^2$$
$$= (n-1)\,\sigma^2$$

وتكون القيمة المتوقعة لمجموع المربعات هي $(n-1)\sigma^2$. وللحصول على تقدير التفاوت σ^2 يجب أن نقسم مجموع المربعات على $n-1$ وليس على n.

وسندرك أهمية تفاوت متوسط العينة $\bar{x}$ فيما بعد الفقرة (2.8).

$$\mathrm{VAR}(\bar{x}) = \mathrm{VAR}\left(\frac{1}{n}\sum x_i\right) = \frac{n\sigma^2}{n^2} = \frac{\sigma^2}{n}$$

M 6 أسئلة الاختيار من متعدد من 25 إلى 31

يجاب على كل سؤال إما بصح أو خطأ.

25. A وB حادثان متنافيان إذاً:

آ - Pr(A أو B) = Pr(A) + Pr(B)

ب - Pr (A و B) = 0

ج - Pr(A و B) = Pr(A) · Pr(B)

د - Pr(A) = P(B)

هـ - Pr(A) + Pr(B) = 1

26. إذا كان احتمال أن تخضع المرأة البالغة 50 عاماً للشرط X هو 0.2 واحتمال أن تخضع هذه المرأة للشرط Y هو 0.05، وكان الاحتمالان مستقلين:

آ - احتمال خضوعها لهذين الشرطين معاً هو 0.01

ب - احتمال خضوعها لهذين الشرطين معاً هو 0.25

ج - احتمال خضوعها لأحد الشرطين أو لكليهما هو 0.24

د - إذا كانت خاضعة للشرط X، فاحتمال خضوعها للشرط Y هو أيضاً 0.01

هـ - إذا كانت خاضعة للشرط Y، فاحتمال خضوعها للشرط X هو أيضاً 0.20

27. المتغيرات العشوائية التالية تتبع التوزيع الحدانـي:

آ - عدد الخمسات في 20 رمية لحجر النرد

ب – طول الإنسان

ج – عدد الذين يستجيبون للمعالجة في عينة عشوائية من المرضى

د – عدد الكريات الحمراء في 1 مل من الدم

هـ – نسبة المصابين بضغط الدم في عينة عشوائية من الرجال الكبار

28. أبوان يحمل كل منهما الجينة المتنحية نفسها، واحتمال انتقالها إلى ولدهما 0.5. فإذا ورث الولد الجينة عن الأبوين معاً ظهر عليه المرض، أما إذا ورث الجينة عن أحدهما فقط كان حاملاً للمرض:

آ – احتمال أن يظهر المرض على ولدهما التالي هو 0.25

ب – احتمال أن يظهر المرض على ولدين متتاليين هو 0.25×0.25

ج – احتمال أن يحمل الولد الثانـي المرض دون أن يظهر عليه 0.50

د – احتمال أن يكون الولد حاملاً للمرض أو يظهر عليه المرض هو 0.75

هـ – إذا لم يظهر المرض على الولد الأول، فاحتمال ألا يظهر على الولد الثانـي $(0.75)^2$

29. إذا قذفنا قطعة من النقود مرتين متتاليتين:

آ – العدد المتوقع للوجه "كتابة" هو 1.5

ب – احتمال ظهور الوجهين "كتابة" هو 0.25

ج – عدد مرات ظهور الوجه "كتابة" يخضع للتوزيع الحدانـي

د – احتمال ظهور الوجه "كتابة" مرة واحدة على الأقل هو 0.5

هـ – توزيع عدد الوجوه "كتابة" متناظر

30. إذا كان X متغيراً عشوائياً متوسطه μ وتفاوته σ^2:

آ – $E(X+2)=\mu$

ب – $VAR(X+2)=\sigma^2$

ج – $E(2X)=2\mu$

د – $VAR(2X)=2\sigma^2$

هـ - $VAR(X/2) = \sigma^2/4$

31. إذا كان X وY متغيرين عشوائيين مستقلين:

آ - $VAR(X+Y) = VAR(X) + VAR(Y)$

ب - $E(X+Y) = E(X) + E(Y)$

ج - $E(X-Y) = E(X) - E(Y)$

د - $VAR(X-Y) = VAR(X) - VAR(Y)$

هـ - $VAR(-X) = -VAR(X)$

6 E تمرين: الاحتمال وجدول الحياة

في هذا التمرين سنطبق بعض القوانين الأساسية في الاحتمال على أحد الأمثلة العملية. وقد أخذت البيانات من جدول الحياة (سأعطي مزيداً من التفاصيل عن هذا في الفقرة (4.16) يبين الجدول (1.6) عدد الرجال المتوقع بقاؤهم على قيد الحياة لأعمار مختلفة من أصل مجموعة مكونة من 1000 رجل بدءاً من تاريخ الميلاد. فمثلاً بعد 10 سنوات نرى أن 959 قد بقوا على قيد الحياة، أي أن 41 قد ماتوا. وبعد 20 سنة بقي 952 على قيد الحياة، أي أن 48 قد ماتوا، 41 بين العمرين 0 و9. و7 بين العمرين 10 و19.

الجدول 1.6 : عدد الرجال الذين يبقون على قيد الحياة خلال عدة عقود. (مأخوذة من جدول الحياة الإنكليزي رقم 11، للرجال)

العمر بالسنوات x	عدد الأحياء l_x	العمر بالسنوات x	عدد الأحياء l_x
0	1000	60	758
10	959	70	524
20	952	80	211
30	938	90	22
40	920	100	0
50	876		

1. ما هو احتمال أن يعيش شخص اختير بشكل عشوائي حتى العاشرة من العمر؟

2. ما هو احتمال أن يموت هذا الشخص قبل عشر سنوات؟ ما هي الخاصة التي تطبق هنا؟

3. ما هو احتمال أن يعيش شخص حتـــى 10 ,20 ,30...100 سنة. هل هذه الاحتمالات تشكل توزيعاً احتمالياً.

4. إذا بلغ شخص الستين عاماً، ما هو احتمال أن يعيش حتـــى السبعين.

5. ما هو احتمال أن يعيش شخصان حتـــى السبعين إذا بلغا الستين؟

6. إذا كان لدينا 100 شخص قد بلغوا الستين، كم واحداً منهم يتوقع أن يبلغ السبعين.

7. ما هو احتمال أن يموت شخص في العقد الثانـــي من عمره؟ يمكن استخدام العلاقة: (احتمال البقاء إلى العقد الثانـــي) = (احتمال البقاء للعقد الثالث) + (احتمال الموت في العقد الثانـــي).

8. ما هو احتمال أن يموت شخص ما، في كل عقد من العقود؟ يشكل هذا توزيعاً احتمالياً، لماذا؟ مثّل هذا التوزيع؟

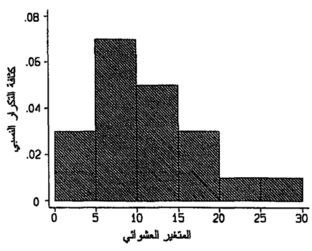
9. يمكننا أن نفرض، على وجه التقريب ، أن المعدل الوسطي للسنوات التـــي يعيشها شخص ما في العقد الذي يموت فيه هو 5 سنوات. وهكذا يكون معدل حياة الذين يموتون في العقد الثانـــي هو 15 سنة، فاحتمال الموت في العقد الثانـــي 0.007، أي أن 0.007 من الرجال يبلغ متوسط سنوات حياتهم 15 سنة. ما هو متوسط سنوات حياة جميع الرجال؟ هذا هو توقع سنوات الحياة بدءاً من الولادة.

الفصل السابع

التوزيع الطبيعي The Normal distribution

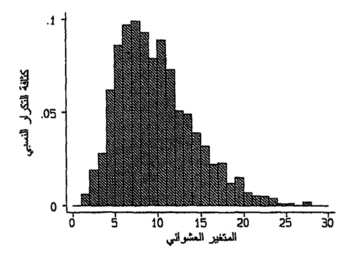
1.7 احتمال المتغيرات المستمرة
Probability for continuous variables

لقد وجدنا في حالة المتغير المنقطع كيف يمكن حساب الاحتمال لكل قيمة لهذا المتغير. وكلما كان عدد القيم الممكنة للمتغير العشوائي أكبر، كلما تناقصت قيم الاحتمال الموافقة له. فمثلاً في التوزيع الحداني ذي الوسطين $p = 0.5$ و$n = 2$ تكون القيمة الأكثر تردداً وهي 1 لها احتمال يساوي 0.5. بينما في التوزيع ذي الوسطين $p = 0.5$ و$n = 100$ تصبح القيمة الأكثر تردداً وهي 50 لها الاحتمال 0.08. في مثل هذه الحالات نهتم بحساب الاحتمال في مجال من القيم أكثر من اهتمامنا بحسابه عند قيمة معينة.



الشكل 1.7: مُنسج يبين كثافة التكرار النسبـي

ففي المتغير المستمر، الطول مثلاً، فإن مجموعة القيم الممكنة لهذا المتغير غير منتهية، ويكون احتمال أية قيمة منها يساوي الصفر الفقرة (1.6) وسنوجه اهتمامنا في هذه الحالة لحساب احتمال المتغير العشوائي عندما يأخذ قيمة بين حدين مفروضين أكثر من حساب الاحتمال من أجل قيم معينة. فإذا كانت نسبة وحدات المجتمع التـــي تقع قيمها بين حدين مفروضين هي p، فإن احتمال اختيار وحدة ما منها تقع بين هذين الحدين تساوي p. وهذا ينتج من تعريفنا للاحتمال. كما أن فرص اختيار أية وحدة يساوي فرص اختيار الأخرى. والمسألة المطروحة الآن هي كيف نحسب قيمة هذا الاحتمال؟



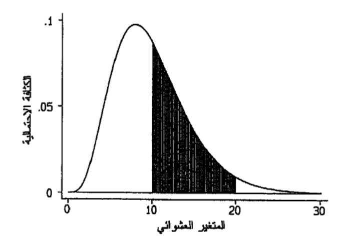
الشكل 2.7 : تأثير زيادة حجم العينة على التوزيع التكراري

لقد وجدنا في الفقرة (3.4) كيف يمكننا تمثيل التوزيع التكراري لعينة من المشاهدات بمنسج كما في الشكل (1.7) وقد بينا فيه عدد القيم الواقعة في كل فئة، وإحدى الطرائق المتبعة في هذا التمثيل هي طريقة الكثافة التكرارية النسبية، وهي نسبة المشاهدات للمتغير X الواقعة في واحدة الطول، الفقرة (4.3). فإذا كان طول المجال 5 فالكثافة التكرارية النسبية هي قيمة التكرار النسبـــي مقسوماً على 5 الشكل (7.1). وتكون قيمة التكرار النسبـــي في مجال ما تساوي طول المجال مضروباً بالكثافة، وهذا يساوي مساحة المستطيل. فالتكرار النسبـــي بين نقطتين مفروضتين يساوي إذن المساحة التـــي يحددها المُنسج بين هاتين النقطتين. فلتقدير التكرار النسبـــي مثلاً بين 10 و20 في الشكل (1.7) نجزئ هذا المجال إلى جزئين

الأول من 10 إلى 15 والكثافة فيه هي 0.05 والثانـــي بين 15 و20 والكثافة فيه هي 0.03، ويكون التكرار النسبـــي هو:

$$0.05 \times (15 - 10) + 0.03 \times (20 - 15) = 0.25 + 0.15 = 0.40$$

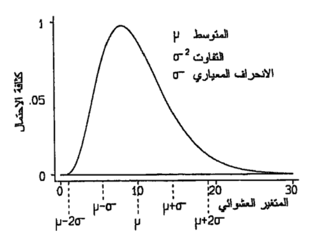
إذا أخذنا عينة أكبر حجماً يمكننا أن نتخذ مجالات أصغر ونحصل على مُنسج أكثر نعومة كما في الشكل (2.7) وهكذا إذا أخذنا عينات أكبر فأكبر، واتخذنا مجالات أصغر فأصغر نحصل على شكل قريب جداً من منحن كما في الشكل (3.7). وعندما يقترب حجم العينة من المجتمع الإحصائي الذي نفرضه كبيراً جداً، يصبح هذا المنحنـــي ممثلاً لكثافة التكرار النسبـــي للمجتمع الإحصائي. ويمكّننا هذا من حساب نسبة المشاهدات الواقعة بين قيمتين مفروضتين، وذلك بحساب المساحة تحت هذا المنحنـــي كما في الشكل (3.7).



الشكل 3.7: كثافة التكرار النسبـــي أو تابع الكثافة الاحتمالي

فإذا عرفنا معادلة هذا المنحنـــي أمكننا (حساب هذه المساحة باستخدام التكامل، ولكن لا حاجة بنا إلى اللجوء إلى مثل هذه العمليات في الإحصاء التطبيقي، فجميع الحسابات التـــي نحتاج إليها قد انجزت وصنفت في جداول خاصة). فإذا اخترنا قيمة ما للمتغير X، فاحتمال وقوعها في مجال معطى يساوي نسبة القياسات الواقعة داخل هذا المجال، ولهذا فالتوزيع التكراري النسبـــي للمجتمع الاحصائي يعطينا التوزيع الاحتمالي لهذا المتغير. نسمي هذا المنحنـــي **تابع الكثافة الاحتمالي**.

تتصف توابع الكثافة الاحتمالية بعدة خصائص. فالمساحة الكلية الواقعة تحت هذا المنحنـــي تساوي الواحد، فهي تمثل الاحتمال الكلي لجميع الحوادث الممكنة. وكما وجدنا في الفقرة (5.6) فإن للمتغيرات العشوائية المستمرة متوسطات وتفاوتات وانحرافات معيارية تُعرَّف بطريقة مماثلة لتلك الواردة في المتغيرات المنقطعة، وتتصف بالخصائص نفسها. فالمتوسط يقع في موقع ما قريب من منتصف المنحنـــي، كما أن معظم المساحة تحت المنحنـــي تقع ما بين المتوسط مطروحاً منه ضعفي الانحراف المعياري وبين المتوسط مضافاً إليه ضعفي الانحراف المعياري الشكل (4.7).



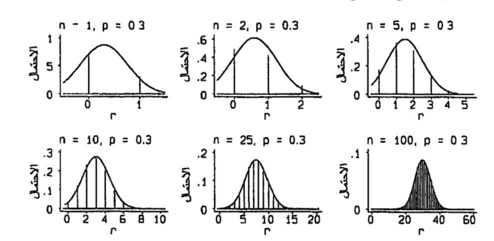
الشكل 4.7: المتوسط μ، الانحراف المعياري σ، وتابع الكثافة الاحتمالي

إن الشكل الدقيق للمنحنـــي من الصعب تحديده. فثمة عدد من توابع الكثافة الاحتمالية نصادف بعضها في التجارب الاحتمالية البسيطة كما في التوزيع الحدانـــي وتوزيع بواسون، ولكن معظم المتغيرات المستمرة التـــي سنتعامل معها كالطول، وضغط الدم، وكمية الكوليسترول، لا تنشأ عن تجارب احتمالية بسيطة ونتيجة لذلك، لا نستطيع التوصل إلى توزيعاتها الاحتمالية بالطريقة النظرية، وكما سنرى لاحقاً يمكننا في الغالب إيجاد توزيع نموذجي خواصه الرياضية معلومة ويتلاءم مع البيانات المشاهدة جيداً، ويمكّننا من استخلاص نتائج منها. من جهة أخرى، كلما ازداد حجم العينة فإن توزيع بعض الاحصائيات، المتوسط

مثلاً، المحسوبة من البيانات يغدو مستقلاً عن توزيع المشاهدات ذاتها، ويأخذ شكلاً توزيعياً خاصاً هو التوزيع الطبيعي وسنخصص ما تبقى من هذا الفصل لدراسة هذا التوزيع.

2.7 التوزيع الطبيعي The Normal distribution

يُنظر إلى التوزيع الطبيعي، الذي يُعرف أيضاً بتوزيع (غاوس) بأنه التوزيع الاحتمالي الأساس في الإحصاء فكلمة "طبيعي" هنا لا تؤخذ بمعناها الدارج: عادي، أو عام، ولا بالاصطلاح الطبـــي، صحيح (أي غير مريض) وإنما بالمعنـــى الأقدم "يوافق قاعدة معينة أو نموذجاً مفروضاً" وكما سنرى لا حقاً فإن التوزيع الطبيعي هو الشكل الذي يسعى إليه التوزيع الحدانـــي عندما يزداد الوسيط n. ولا نبالغ كثيراً إذا قلنا إن معظم المتغيرات العشوائية تتبع التوزيع الطبيعي.



الشكل 5.7 : التوزيع الحدانـــي حيث $p = 0.3$ وست قيم مختلفة لـــ n، بالإضافة إلى منحنيات التوزيعات الطبيعية المقابلة

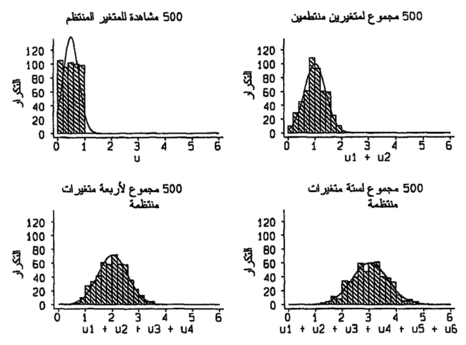
سنبدأ بدراسة التوزيع الحدانـــي عندما يزداد الوسيط n. لقد رأينا في الفقرة (4.6) أن شكل التوزيع يتغير عندما يزداد n، والقيم الأكثر تطرفاً تصبح أقل احتمالاً، ويغدو التوزيع أكثر تناظراً. وهذا يحدث مهما كانت قيمةp . إن وضع التوزيع على طول المحور الأفقي، وانتشاره عليه يبقى تابعاً لـــ p، بينما يكون شكل هذا المنحنـــي مستقلاً عنها. إن المنحنـــي الذي يمكن رسمه قريباً جداً من هذه النقاط هو منحنـــي التوزيع الطبيعي، وهو

المنحنـــي الذي يسعى إليه التوزيع الحدانـــي عندما تزداد n. ويمكن لأي توزيع حدانـــي أن يُقرَّب إلى توزيع طبيعي له متوسط التوزيع الحدانـــي ذاته وتفاوته، وذلك عندما تصبح n كبيرة بشكل كاف. يمثل الشكل (5.7) التوزيعات الحدانية للشكل (3.6) مع المنحنيات الطبيعية الموافقة لها بدءاً من $n = 10$ فما فوق. ونلاحظ أن التوزيعين متقاربان جداً. في الحالة العامة، إذا تحقق الشرطان $np \geq 5$ و$n(1-p) \geq 5$ بآن معاً فإن تقريب التوزيع الحدانـــي إلى الطبيعي يصبح مقبولاً من الوجهة العمليّة. وكتطبيق على هذا انظر الفقرة (4.8). كما يتصف توزيع بواسون بالخاصة ذاتها كما يدل الشكل (4.6).

يمكن أن ينظر إلى المتغير الحدانـــي كمجموع n من المتغيرات العشوائية المستقلة والمتطابقة وكل واحد منها هو ناتج تجربة واحدة يأخذ القيمة 1 باحتمال p. وفي الحالة العامة إذا كان لدينا متتالية من المتغيرات العشوائية المستقلة وذات توزيعات متطابقة، فإن مجموع هذه المتغيرات يسعى إلى التوزيع الطبيعي كلما زاد عدد المتغيرات. تعرف هذه النظرية: **بنظرية النهاية المركزية central limit theorem**. وبما أن معظم مجموعات القياسات، هي القيم المشاهدة لهذه المتتالية من المتغيرات العشوائية، فإننا نستنتج من هذه الخاصة الهامة أن مجموع أو متوسط أية متتالية كبيرة من المشاهدات المستقلة يتبع التوزيع الطبيعي.

لنأخذ مثلاً **التوزيع المنتظم** أو **المستطيلي** وهو التوزيع الذي لجميع قيمه الواقعة بين حدين ما، لنقل 0 و1 احتمالات متساوية، وليست له أية قيم ممكنة أخرى. يمكننا اتخاذ مجموعة من مشاهدات هذا التوزيع، إذا اخترنا أرقاماً عشوائية من جدول الأرقام العشوائية كالجدول (3.2)، فكل مشاهدة للمتغير المنتظم هذا تتشكل من متتالية من هذه الأرقام العشوائية المتوضعة بعد الفاصلة العشرية. يبين الشكل (6.7) مُنسج التوزيع التكراري لــ 500 مشاهدة مأخوذة من التوزيع المنتظم وتقع بين 0 و1. وهو مختلف تماماً عن التوزيع الطبيعي نفرض الآن أننا شكلنا متغيراً جديداً وذلك بأخذ مجموع متغيرين منتظمين الشكل (6.7). إن شكل توزيع هذا المجموع يختلف تماماً عن شكل التوزيع المنتظم ويقل تواتر هذا المجموع كلما اقتربنا من طرفي المجال وهنا 0 أو 2 وأن معظم المشاهدات تتمركز حول المتوسط قريباً من القيمة المتوقعة. وسبب ذلك أنه للحصول على مجموع صغير يقتضي أن يكون المتغيران المكونان له صغيرين. وللحصول على مجموع كبير يقتضي أن يكون المتغيران كبيرين. أما الحصول على

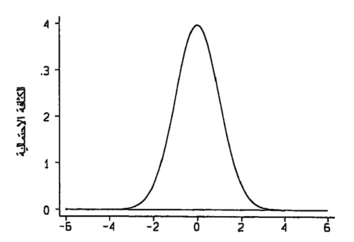
مجموع قريب من الوسط فيتحقق إذا كان أحدهما كبيراً والآخر صغيراً أو بالعكس أو كان كلاهما قريبين من الوسط. إن توزيع مجموع المتغيرين هو أقرب للتوزيع الطبيعي منه إلى التوزيع المنتظم نفسه. ولكن القطع المفاجئ عند القيمتين 0 و2 يجعل هذا التوزيع مختلفاً عن التوزيع الطبيعي الموافق. كما يبين الشكل (6.7) أيضاً توزيع مجموع أربعة متغيرات منتظمة وستة متغيرات منتظمة ويزداد التماثل مع التوزيع الطبيعي كلما ازداد عدد المتغيرات التـــي نجمعها.



الشكل 6.7 : مجاميع عدد من المشاهدات من التوزيع المنتظم

فمن أجل مجموع ستة متغيرات يغدو التماثل مع التوزيع الطبيعي كبيراً بحيث لا يمكن التفريق بينهما. إن تقريب التوزيع الحدانـــي من التوزيع الطبيعي هو حالة خاصة من نظرية النهاية المركزية. أما من أجل توزيع بواسون فالأمر يختلف، فإذا أخذنا مجموعة من متغيرات بواسون لها المتوسط نفسه وجمعناها معاً نحصل على متغير يمثل عدد الحوادث العشوائية في مجال زمنـــي كبير (مجموع المجالات الموافقة للمتغيرات المختلفة)، وهو يحقق توزيع بواسون بمتوسط متزايد. وكما أن مجموع عدد من المتغيرات العشوائية المستقلة التـــي لها التوزيع نفسه يسعى إلى التوزيع الطبيعي عندما يزداد المتوسط، فإن توزيع بواسون يؤول إلى التوزيع

لطبيعي عندما يزداد المتوسط. وفي معظم التطبيقات العملية يتحقق هذا عندما يتجاوز المتوسط 10. إن التماثل بين توزيع بواسون والتوزيع الحداني الوارد في الفقرة (7.6) هو جزء من التقارب الأعم الملاحظ في كثير من التوزيعات الأخرى.



الشكل 7.7 : التوزيع الطبيعي المعياري

3.7 خواص التوزيع الطبيعي

Properties of the Normal distribution

إن معادلة منحني التوزيع الطبيعي في شكله المبسط، والذي ندعوه **التوزيع الطبيعي المعياري**، ونرمز له عادة بـ $\phi(x)$. حيث ϕ الحرف اليوناني (فاي) هو:

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)$$

حيث π الثابت الرياضي المعروف. ولعل القارئ الطبيب يكرر تأكيده بأن لا حاجة به لمثل هذه العلاقة المعقدة في المجال التطبيقي. وللتوزيع الطبيعي المعياري هذا متوسط يساوي الصفر، وانحراف معياري يساوي الواحدوخطه البياني كما هو مبين في الشكل (7.7). وهذا المنحني متناظر حول المتوسط ويوصف غالباً بأن له شكل الجرس (رغم أني لم أر جرساً يشبهه)، ويمكننا أن نلاحظ أن معظم المساحة التي يحددها المنحني، أي الاحتمال،

تقـــع بين – 1 و+ 1 أما الأغلبية العظمى لها فتقع في المجال بين– 2 و+ 2 ، وتقريباً المساحة بأكملها تقع بين – 3 و+ 3 .

الجدول **1.7** : جدول التوزيع الطبيعي

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
−3.0	0.001	−1.0	0.159	1.0	0.841
−2.9	0.002	−0.9	0.184	1.1	0.864
−2.8	0.003	−0.8	0.212	1.2	0.885
−2.7	0.003	−0.7	0.242	1.3	0.903
−2.6	0.005	−0.6	0.274	1.4	0.919
−2.5	0.006	−0.5	0.309	1.5	0.933
−2.4	0.008	−0.4	0.345	1.6	0.945
−2.3	0.011	−0.3	0.382	1.7	0.955
−2.2	0.014	−0.2	0.421	1.8	0.964
−2.1	0.018	−0.1	0.460	1.9	0.971
−2.0	0.023	0.0	0.500	2.0	0.977
−1.9	0.029	0.1	0.540	2.1	0.982
−1.8	0.036	0.2	0.579	2.2	0.986
−1.7	0.045	0.3	0.618	2.3	0.989
−1.6	0.055	0.4	0.655	2.4	0.992
−1.5	0.067	0.5	0.691	2.5	0.994
−1.4	0.081	0.6	0.726	2.6	0.995
−1.3	0.097	0.7	0.758	2.7	0.997
−1.2	0.115	0.8	0.788	2.8	0.997
−1.1	0.136	0.9	0.816	2.9	0.998
−1.0	0.159	1.0	0.841	3.0	0.999

ومع أن لمنحنـــي التوزيع الطبيعي عدة خواص مميزة، فإن واحدة منها مربكة وهي أنه غير قابل للتكامل، وبكلام آخر لا توجد علاقة بسيطة تسمح لنا بحساب احتمال وقوع المتغير الطبيعي بين قيمتين معلومتين. ولكن المساحات تحت المنحنـــي الطبيعي يمكن حسابها عددياً، وقد حسبت هذه المساحات ووضعت في جدول، ويبين الجدول (1.7) المساحات تحت المنحنـــي الطبيعي من أجل قيم مختلفة للمتغير ولكن أكثر دقة فمن أجل كل قيمة لـــ x. يبين الجدول (1.7) المساحة الواقعة تحت المنحنـــي على يسار x. أي من $-\infty$ وحتـــى x الشكل (8.7). وهكذا فإن $\Phi(x)$ هو احتمال اختيار متغير عشوائي معياري أقل من x. يلاحظ أن نصف هذا الجدول ليس ضرورياً، إذ أننا نحتاج فقط النصف الموجب لـــ x وذلك لأن $\Phi(-x) + \Phi(x) = 1$ وهذا ينتج من تناظر التوزيع. فلحساب احتمال وقوع x بين القيمتين a وb حيث $b > a$ نجد أنه يساوي $\Phi(b) - \Phi(a)$. كما أن احتمال أن تتجاوز x القيمة a يساوي $1 - \Phi(a)$. وهذه العبارات ليست إلا أمثلة على قانون جمع الاحتمالات.

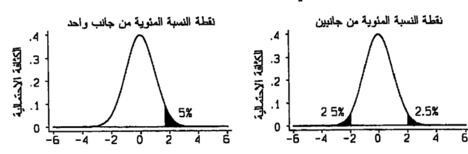
يعطينا الجدول (1.7) قيماً قليلة فقط لـــ x، أما القيم الكثيرة الأخرى فمن الممكن حسابها باستخدام برامج إحصائية حاسوبية عند الحاجة (Lindley and Miller 1955 و Pearsou and Hartler 1970).

الجدول 2.7 : نقط النسب المئوية للتوزيع الطبيعي

جانبين		جانب واحد	
x	$P_2(x)$	x	$P_1(x)$
		0.00	50
0.67	50	0.67	25
1.28	20	1.28	10
1.64	10	1.64	5
1.96	5	1.96	2.5
2.33	2	2.33	1
2.58	1	2.58	0.5
3.09	0.2	3.09	0.1
3.29	0.1	3.29	0.05

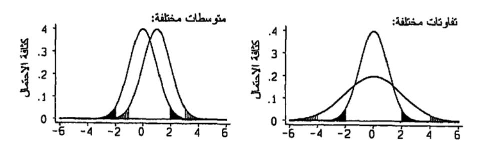
يبين هذا الجدول قيم الاحتمال $P_1(x)$ لمتغير التوزيع الطبيعي ذي المتوسط 0 والتفاوت 1 والذي يزيد عن x. والاحتمال $P_2(x)$ للمتغير الطبيعي ذي المتوسط 0 والتفاوت 1 والذي يقل عن $-x$ أو يزيد عن x.

توجد طريقة أخرى لجدولة التوزيع باستخدام ما يسمى **نقط النسب المئوية "Percentage Paints"** تعرف نقطة النسبة المئوية p من جانب واحد لتوزيع ما بأنها القيمة x التـــي يكون من أجلها احتمال أن تقع مشاهدة ما من التوزيع أكبر من x أو تساويها هو p % الشكل (8.7). الجدول (2.7) يبين نقط النسب المئوية من جانب واحد ومن جانبين من أجل التوزيع الطبيعي. لقد عبرنا عن الاحتمال بنسب مئوية لأننا عندما نستخدم نقط النسب المئوية نهتم عادة باحتمالات صغيرة مثل 0.02 و0.01 واستخدام الشكل المئوي يجعلها 5% و 1% من الأجزاء المقتطعة من المنحنـــي بعيداً عن مبدأ الإحداثيات.



الشكل 8.7 : نقط النسب المئوية من جانب واحد ومن جانبين الموافقة لـــ p = %5 للتوزيع الطبيعي المعياري

لقد عالجنا حتـــى الآن التوزيع الطبيعي بمتوسط 0 وانحراف معياري 1. إذا أضفنا الآن الثابت μ إلى المتغير الطبيعي نحصل على متغير جديد له المتوسط μ انظر الفقرة (6.6). ويبين الشكل (9.7) التوزيع الطبيعي بمتوسط 0، وتوزيع آخر نحصل عليه بإضافة 1 إليه، وقد حُددت عليها نقط النسب المئوية الموافقة لـــ 0.05 من الطرفين. والمنحنيان متطابقان بصرف النظر عن اختلاف موضعيها على المحور $0x$ فعلى المنحنـــي ذي المتوسط 0 جميع الاحتمالات تقريباً تقع بين – 3 و+3 ومن أجل المنحنـــي ذي المتوسط 1 فإنها تقع بين – 2 و4. أي بين المتوسط مطروحاً منه 3 وبين المتوسط مضافاً إليه 3. فاحتمال وجود عدد من الوحدات بعيداً عن المتوسط هو نفسه في التوزيعين كما هو مبين بالنقط المئوية الموافقة 0.05.



الشكل 9.7 : توزيعات طبيعية ذات متوسطات وتفاوتات مختلفة، وعليها نقط النسب المئوية 5% من جانبين

إذا اتخذنا المتغير المعياري الطبيعي ذي الانحراف المعياري 1، وضربناه بالثابت σ نحصل على متغير جديد انحرافه المعياري σ. يبين الشكل (9.7) التوزيع الطبيعي بمتوسط 0 وانحراف معياري 1، والتوزيع الذي نحصل عليه بضربه بـــ 2. ويلاحظ أن المنحنيين غير متطابقين. إذ في التوزيع ذي الانحراف المعياري 2 تقع جميع الاحتمالات تقريباً بين – 6 و+ 6 . فهو يشغل مجالاً أوسع من المجال – 3، + 3 الخاص بالتوزيع المعياري. والقيمة + 6 تساوي ثلاثة أضعاف الانحراف المعياري مسبوقة بإشارة سالب. ويمكننا أن نلاحظ أن احتمال وجود عدد معين من الانحرافات المعيارية بدءاً من المتوسط هو نفسه بالنسبة لكلا التوزيعين. ويلاحظ هذا أيضاً في نقط النسب المئوية 0.05 التـــي تمثل المتوسط مضافاً إليه 1.96 انحرافاً معيارياً أو مطروحاً منه 1.96 انحرافاً معيارياً في كل حالة.

في الحقيقة إذا أضفنا μ للمتغير المعياري وضربناه بـ σ لحصلنا على توزيع طبيعي بمتوسط μ وانحراف معياري σ، ويمكننا مباشرة تطبيق الجدولين (1.7) و(2.7) عليه، فإذا رمزنا بـ x لعدد الانحرافات المعيارية فوق المتوسط عوضاً عن القيمة العددية لهذا المتغير. فيمكننا حساب نقطتـي النسب المئوية من جانبين للقيمة 0.05 للتوزيع الطبيعي بمتوسط 10 وانحراف معياري 5 كما يلي: $10 + 1.96 \times 5 = 19.8$ و$10 - 1.96 \times 5 = 0.2$، أما القيمة 1.96 فنوجدها من الجدول (2.7).

إن ضرب المتغير الطبيعي بعدد ثابت أو إضافة ثابت إليه يعطي متغيراً طبيعياً وهذه الخاصة للتوزيع الطبيعي ليست واضحة كما يبدو. فالتوزيع الحدانـي مثلاً لا يتصف بهذه الخاصة. فلو أخذنا متغيراً حدانيا يوافق $n = 3$، فالقيم الممكنة لهذا المتغير هي 0، 1، 2، 3، وبعد ضربها بـ 2 تغدو القيم الممكنة 0، 2، 4، 6 في حين أن التوزيع الحدانـي الموافق لـ $n = 6$ له القيم الممكنة 0، 1، 2، 3، ...، 6 يختلف عن التوزيع السابق، والشيء الذي يمكننا استخلاصه أنه لا ينتمي لأسرة التوزيعات الحدانية.

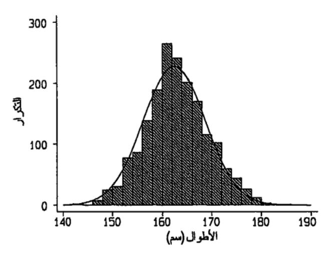
ونخلص إلى أن إضافة عدد ثابت للمتغير الطبيعي يعطينا متغيراً طبيعياً، وإذا جمعنا متغيرين طبيعيين فإن مجموعهما يعطينا متغيراً طبيعياً، حتـى لو اختلف متوسطاهما وانحرافاهما المعياريان، كما يتوزع الفرق بين متغيرين طبيعيين وفق التوزيع الطبيعي.

4.7 المتغيرات التـي تتبع التوزيع الطبيعي

Variables which follow a Normal distribution

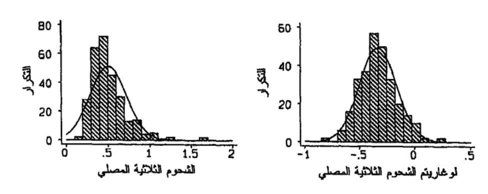
لقد ناقشنا حتـى الآن التوزيع الطبيعي بافتراضه ناشئاً عن عملية اعتيان كما في مجموع متغيرين أو كنهاية لتوزيعات أخرى. ومن جهة أخرى فإن كثيراً من المتغيرات الملاحظة في الطبيعة مثل طول إنسان أو وزنه تتبع التوزيع الطبيعي بتقريب كبير. ونتوقع حدوث مثل هذا إذا كان المتغير ينتج عن جمع عدة متغيرات مأخوذة من مصادر مختلفة. إن المعالجة الواردة في نظرية النهاية المركزية يمكن أن تؤدي إلى نتائج قريبة من التوزيع الطبيعي. يبين الشكل

(10.7) توزيع أطوال عينة من النساء الحوامل، ومنحنـــي التوزيع الطبيعي الموافق. ويمكن أن يلاحظ مدى جودة التلاؤم بين التوزيعين.



الشكل 10.7 : توزيع أطوال عينة من النساء الحوامل حجمها 1794 (المعطيات من قبل Brooke ورفاقه 1989)

إذا كان المتغير المقيس هو ناتج جداء عدة متغيرات مختلفة المصادر، فلا نتوقع أن يكون توزيع هذا الجداء طبيعياً اعتماداً على الخواص التـــي ناقشناها في الفقرة (2.7) والتـــي اقتصرت على عملية جمع المتغيرات فقط. إلا أنه إذا استخدمنا التحويل اللوغارتيمي لمثل هذا المتغير الفقرة (A5) نحصل على متغير جديد هو مجموع عدد من المتغيرات مختلفة المصادر والتـــي يمكن أن يكون لها التوزيع الطبيعي. نصادف هذه العملية غالباً في الكميات التـــي تشكل جزءاً من السبل الاستقلابية حيث يتوقف معدل سرعة رد الفعل على تركيز مركبات أخرى. إن كثيراً من القياسات التقويمية للدم توضح ذلك. فمثلاً يبين الشكل (11.7) توزيع الشحوم الثلاثية المصلي في دم الحبل السري لـ 282 طفلاً. وهذا التوزيع متجانف كثيراً ولا يشبه منحنـــي التوزيع الطبيعي. ومع ذلك لو أخذنا التحويل الوغاريتمي لتركيز الشحوم الثلاثية لوجدنا تلاءماً ملحوظاً مع التوزيع الطبيعي الشكل (11.7) فإذا كان لوغاريتم المتغير العشوائي يتبع التوزيع الطبيعي فالمتغير العشوائي نفسه يتبع **التوزيع اللوغاريتمي الطبيعي Lognormal distribution**.



الشكل 11.7 : توزيع الشحوم الثلاثية المصلي واللوغاريتم العشري للشحوم الثلاثية المصلي في دم الحبل السري لـ 282 طفلاً مع منحنيات التوزيع الطبيعي المقابل

5.7 الاختطاط الطبيعي The Normal Plot

إن كثيراً من الطرائق الإحصائية يمكن أن تطبق إذا كانت المشاهدات تتبع التوزيع الطبيعي (انظر الفصلين العاشر والحادي عشر). ثمة طرائق متعددة لمعرفة ما إذا كانت المشاهدات تتبع التوزيع الطبيعي. ففي حالة العينات الكبيرة يمكننا إنشاء مُنسج التوزيع لِنرَ ما إذا كان يشبه منحنـــي التوزيع الطبيعي أم لا. وهذا لا يصح في حالة العينات الصغيرة. والطريقة المعول عليها هي **الاختطاط الطبيعي**. وهي طريقة بيانية يمكن تطبيقها باستخدام ورق رسم عادي وجدول التوزيع الطبيعي بالإضافة إلى مطبوعة خاصة تحوي الاحتمالات الطبيعية، أو بصورة أسهل باستخدام الحاسوب. ولنعلم أن أية مجموعة إحصائية شاملة وحقيقية تمثل خطاً بيانياً طبيعياً، فإذا لم تكن كذلك فليست مجموعة حقيقة.

وعليه فالاختطاط الطبيعي هو مخطط التوزيع التكراري التراكمي للمعطيات مقابل التوزيع التكراري التراكمي الطبيعي. لإنشاء الاختطاط الطبيعي، نرتب المعطيات تصاعدياً من أصغر قيمة لأكبر قيمة. فمن أجل كل مشاهدة مرتبة نوجد القيمة المتوقعة لها، كما لو كانت المعطيات تتبع التوزيع الطبيعي المعياري. ولتحقيق هذا توجد عدة صيغ تقريبية. فيمكن حساب $\Phi(x)$ من الصيغة $\Phi(x) = (i - 0.5) / n$ المفترضة من قبل كل من Armitage و Berry (1987)، حيث i رتبة المشاهدة وتأخذ القيم 1، 2،... n. وقد قدم كل من (Pearson وHartley) الجدول نفسه عام 1972 ولكن يمكن إنشاء الاختطاط الطبيعي بشكل

أفضل باستخدام برامج حاسوبية. بعد ترتيب المعطيات، نوجد من جدول التوزيع الطبيعي قيم x التـــي توافق قيم $\Phi(x) = 0.5/n$، $1.5/n$ ، ... إلخ فمن أجل خمس نقط مثلاً نجد: $\Phi(x) = 0.1$، 0.3، 0.5، 0.7، 0.9، ويقابلها $x = -1.3$، -0.5، 0، 0.5، 1.3. وهذه هي نقط التوزيع الطبيعي المعياري المقابلة للمعطيات المشاهدة. فإذا كانت المعطيات تتبع التوزيع الطبيعي ذي المتوسط μ والتفاوت σ^2، فالقيمة الملاحظة تساوي $\mu + \sigma x$ حيث x القيمة المقابلة لها في التوزيع الطبيعي المعياري. فإذا رسمنا نقط التوزيع المعياري مقابل القيم الملاحظة نحصل على شكل قريب من خط مستقيم. ويمكننـــا كتابة معادلة هذا المســـتقيم بالشكل $x_{obs} = \mu + \sigma x_{SND}$ حيث x_{obs} هي المتغير الملاحظ وx_{SND} القيمة المقابلة المحسوبة من التوزيع الطبيعي المعياري. ونعيد كتابة هذه العلاقة على الشكل

$$x_{SND} = \frac{x_{obs}}{\sigma} - \frac{\mu}{\sigma}$$

وهذا المستقيم يمر بالنقطة (μ، 0)، وميله $1/\sigma$ (انظر الفقرة 1.11) أما إذا كانت المعطيات لا تتبع التوزيع الطبيعي فسنحصل على منحنـــي من شكل ما. لأننا اختططنا كميات التوزيع التكراري المشاهد مقابل الكميات الموافقة المقابلة في التوزيع النظري (هنا التوزيع الطبيعي) ويطلق عليه أيضاً **الاختطاط الكمُيمي – الكمُيمي أو مخطط q - q**.

الجدول 3.7 : مستويات فيتامين D مقيسة في دم 26 رجلاً صحيحاً معطيات Hickish ورفاقه 1980

14	25	30	42	54
17	26	31	43	54
20	26	31	46	63
21	26	32	48	67
22	27	35	52	83
24				

يبين الجدول (3.7) معدلات الفيتامين المقيس في الدم لـــ 26 رجلاً سليماً. كما أن حساب الاختطاط الطبيعي مبينة في الجدول (4.7). لنلاحظ أن x و$\Phi(x) = (i - 0.5)/26$ متناظران، فالنصف الثانـــي، يمثل النصف المعاكس للأول. ويمكننا إيجاد قيمة , x , المتغير الطبيعي المعياري بالتعويض في الجدول (1.7) باستخدام الجدول الكامل أو الحاسوب. يبين

الشكل (12.7) مُنسج هذه المعطيات، والاختطاط الطبيعي لها. ونلاحظ أن التوزيع متجانف، وأن الاختطاط الطبيعي يمثل منحنياً بشكل واضح. كما يبين الشكل (12.7) أيضاً معطيات الفيتامين D بعد استخدام التحويل اللوغاريتمي ومن السهل استنتاج الاختطاط الطبيعي لها، علماً بأن المتغير المعياري الموافق x لم يتغير، وكل ما نحتاج إليه هو حساب لوغاريتم المشاهدات والرسم ثانية ونلاحظ أن الاختطاط الطبيعي للمشاهدات المحولة تتطابق جيداً مع المستقيم النظري، بافتراض أن توزيع لوغاريتمات معدلات فيتامين D قريبة من التوزيع الطبيعي.

الجدول **4.7** : حسابات الاختطاط الطبيعي لمعطيات فيتامين D

i	Vit D	$\Phi(x)$	x	i	Vit D	$\Phi(x)$	x
1	14	0 019	−2.07	14	31	0.519	0.05
2	17	0.058	−1.57	15	32	0.558	0.15
3	20	0.096	−1.30	16	35	0.596	0.24
4	21	0.135	−1.10	17	42	0.635	0.34
5	22	0.173	−0.94	18	43	0.673	0.45
6	24	0.212	−0.80	19	46	0.712	0.56
7	25	0.250	−0.67	20	48	0.750	0.67
8	26	0.288	−0.56	21	52	0.788	0.80
9	26	0.327	−0.45	22	54	0.827	0 94
10	26	0 365	−0.34	23	54	0.865	1.10
11	27	0.404	−0.24	24	63	0.904	1.30
12	30	0.442	−0.15	25	67	0.942	1.57
13	31	0.481	−0.05	26	83	0.981	2.07

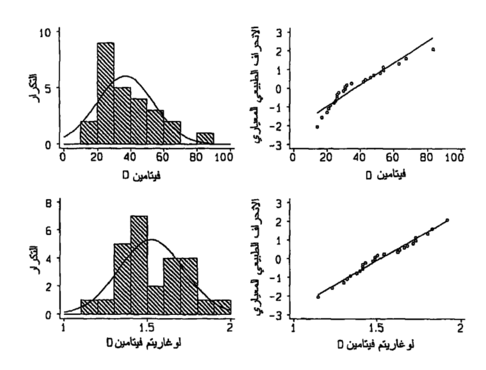
$\Phi(x) = (i - 0.5)/26$

إن طريقة الاختطاط الطبيعي يمكن استخدامها من أجل عينات من أي حجم. ومن المفيد جداً معرفة متـــى نستخدم طرائق أخرى كطريقة توزيع ستيودنت الموصوفة في الفصل العاشر. توجد صيغ متعددة ومختلفة تستخدم لحساب المئينات ولكن الفروق ليست بذات أهمية.

A 7 ملحق: توزيع كاي مربع، توزيع ستيودنت t، توزيع فيشر F

7A Appendix: Ch-squared, t, and F

إن بإمكان القراء الذين لا يميلون كثيراً للرياضيات أن يتخطوا هذا الفصل، ولكن أولئك الذين يتابعون الدراســـة سيجدون أن بعض التطبيقات مثل اختبارات توزيع كاي مربع الفصل 15 تبدو أكثر منطقية.



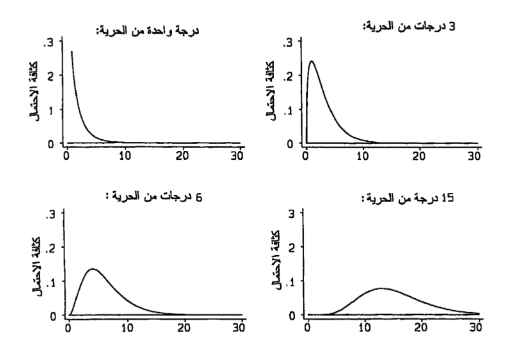
الشكل 12.7 : مستويات فيتامين D واللوغاريتم العشري لفيتامين D في دم 20 رجلاً طبيعياً مع الاحتطاط الطبيعي لها

إن كثيراً من التوزيعات الاحتمالية يمكن أن ترد إلى توابع لمتغيرات طبيعية، تصادف في التحليل الإحصائي، ولعل ثلاثة منها تبدو هامة بشكل خاص. توزيع كاي مربع، توزيع t، توزيع F. ولهذه التوزيعات تطبيقات كثيرة سنناقش بعضها في الفصول الأخيرة.

يُعرَّف توزيع كاي مربع كما يلي: نفرض U متغيراً طبيعياً معيارياً، وهذا يعني أن متوسطه 0 وانحرافه المعياري 1، فالمتغير U^2 يتبع توزيع كاي مربع بدرجة من الحرية 1. فإذا كان لدينا n متغيراً طبيعياً معيارياً مستقلاً: U_1، $U_2 \ldots U_n$ فإن المتغير المعين بالعلاقة:

$$\chi^2 = U_1^2 + U_2^2 + \ldots + U_n^2$$

يتوزع وفق **توزيع كاي مربع بدرجة n من الحرية**. (χ هو الحرف اليوناني chi ويلفظ "ki") ويمثل الشكل (13.7) منحنيات هذا التوزيع من أجل درجات حرية مختلفة. والتوصيف الرياضي لهذا المنحني معقد بعض الشيء إلا أننا لسنا بحاجة للخوض فيه.



الشكل 13.7 : بعض توزيعات كاي مربع

من السهل استنتاج بعض خواص توزيع كاي مربع، بما أن هذا التوزيع هو مجموع n متغيراً مستقلاً لها توزيعات متطابقة فإنه يسعى إلى التوزيع الطبيعي عندما تزداد n اعتماداً على نظرية النهاية المركزية، إلا أن هذا التقارب مع ذلك بطيء كما يبين الشكل (13.7). وَيتقارب الجذر التربيعي لكاي مربع بشكل أسرع. والقيمة المتوقعة لــ U^2 هي تفاوت U كما أن القيمة المتوقعة لــ U تساوي الصفر ومنه $E(U^2) = 1$. وتكون القيمة المتوقعة لكاي مربع بــ n درجة من الحرية هي n.

$$E(\chi^2) = E\left(\sum_{i=1}^{n} U_i^2\right) = \sum_{i=1}^{n} E(U_i^2) = \sum_{i=1}^{n} 1 = n$$

والتفاوت هو $VAR(\chi^2) = 2n$. ويكون للجذر التربيعي لــ χ^2 متوسط مساو تقريباً لــ $\sqrt{n-0.5}$ وتفاوت مساوٍ تقريباً لــ 0.5.

ولتوزيع كاي مربع خاصة هامة جداً نعرضها فيما يلي: نفرض أننا حصرنا اهتمامنا في مجموعة جزئية من النواتج الممكنة لــ n متغيراً عشوائياً: U_1، U_2، ...U_n سنعرف هذه

المجموعة الجزئية بقيم U_1، U_2، ...U_n التـــي تحقق المعادلة، $a_1U_1 + a_2U_2 + ... + a_nU_n = k$، حيث a_1، a_2 ...a_n، k ثوابت. وهذا ما نسميه الارتباط الخطي. وضمن هذا الافتراض فإن $\chi^2 = \sum U_i^2$ يتبع توزيع χ^2 بدرجة $n-1$ من الحرية، إذا كان لدينا m من هذه العلاقات الأخرى، نحصل على توزيع كاي مربع بدرجة $n-m$ من الحرية.

وهذا هو الأصل في تسمية "درجة الحرية". إن برهان هذا أعقد من أن يذكر في هذا المقام، لما يستلزمه من التجريدات الرياضية في فضاء ذي n بعداً. ولكن تطبيقاته هامة جداً. أولاً لنفترض الإحصائية $\sum(x_i-\mu)^2/\sigma^2$ حيث μ متوسط العينة و σ^2 التفاوت و n حجم العينة التـــي نفرضها مأخوذة من مجتمع طبيعي. إن هذه الإحصائية تتوزع وفق توزيع كاي مربع بدرجة n من الحرية وذلك لأن للكمية $(x_i-\mu)/\sigma$ متوسط يساوي الصفر وانحراف معياري يساوي الواحد بالإضافة لكونها مستقلة، نفرض الآن أننا استبدلنا بـــ μ تقديرها من المعطيات $\bar{x}$. فالمتغيرات يجب أن تحقق العلاقة $\sum(x_i-\bar{x})=0$ وبذلك يكون لدينا $n-1$ درجة مس الحرية إذن $\sum(x_i-\bar{x})^2/\sigma^2$ يتبع توزيع كاي مربع بـــ $n-1$ درجة من الحرية، ومنه مجموع مربعات فروق عناصر أية عينة طبيعية تفاوتها σ^2 عن متوسطها الحسابـــي يتبع توزيع كاي مربع مضروباً بـــ σ^2. فالقيمة المتوقعة له إذن $(n-1)\sigma^2$ وعلينا أن تقسم على $n-1$ حتـــى نحصل على تقدير σ^2.

وهكذا إذا كانت المعطيات تتبع التوزيع الطبيعي فإن متوسط العينة يتبع التوزيع الطبيعي، كما أن تفاوت العينة يتبع توزيع كاي مربع مضروباً بـــ σ^2. وبسبب أن الجذر التربيعي لتوزيع كاي مربع يتقارب سريعاً من التوزيع الطبيعي فإن توزيع الانحراف المعياري للعينة يتقارب من التوزيع الطبيعي من أجل $n > 20$ بشرط أن تكون المعطيات نفسها مأخوذة من التوزيع الطبيعي.

وخاصة هامة أخرى لتفاوتات العينات، هي أن تفاوت العينة ومتوسط العينة مستقلان إذا كانت المعطيات تتبع التوزيع الطبيعي.

توزيع t – ستيودنت بـــ n درجة من الحرية هو توزيع $U/\sqrt{\chi^2/n}$ حيث U هو المتغير الطبيعي المعياري و χ^2 مستقل عنه وله n درجة من الحرية. وهو أيضاً توزيع النسبة بين

المتوسط والخطأ المعياري (A10) إن التفاوت المشترك لعينتين حسب توزيع t (الفقرة 3.10) يعطى على شكل مجموع مربعات.

توزيع فيشر F بدرجتـــي الحرية m وn هو توزيع النسبة بين المتغيرين المستقلين χ^2 بعد قسمة كل منها على درجة حريته أي هو توزيع النسبة $(\chi_m^2/m)/(\chi_n^2/n)$ يستخدم هذا التوزيع لمقارنة التفاوتات. فإذا كان لدينا تقديران مستقلان لنفس التفاوت محسوبان من معطيات توزيع طبيعي، فنسبة التفاوتين تتبع توزيع F ويمكننا استخدام هذا لمقارنة تقديرين مختلفين للتفاوت الفقرة (8.10) ولكن الاستخدام الرئيسي هو في مقارنة مجموعة من المتوسطات الفقرة (9.10) واختبار تأثيرات عوامل متعددة في آن معاً الفقرة (17.2).

M 7 أسئلة الاختيار من متعدد من 32 إلى 37

يجاب على كل سؤال إما بصح أو خطأ.

32. التوزيع الطبيعي:

آ – يدعى أيضاً توزيع غوس

ب – تتوزع وفقه متغيرات كثيرة

ج – هو أسرة من التوزيعات ذات وسيطين

د – تتوزع وفقه جميع القياسات في الناس الأصحاء

هـــ – هو التوزيع الذي يسعى إليه توزيع بواسون عندما يزداد متوسطة.

33. التوزيع الطبيعي المعياري:

آ – متجانف نحو اليسار

ب – متوسطة يساوي 1.0

ج – انحرافه المعياري يساوي 0.0

د – تفاوته يساوي 1.0

هـــ – ناصفه يساوي متوسطة.

34. إذا كان مقدار الـــ PEFR لمجموعة من الفتيات في الحادية عشرة من العمر بتورع توزعاً طبيعياً بمتوسط 300 ل/د وانحراف معياري 20 ل/د:

آ – مقدار الـــ PEFR لـــ 95% من الفتيات يقع في المجال (340 و 260) ل/د

ب – مقدار الـــ PEFR لـــ 50% من الفتيات يتجاوز 300 ل/د

ج – تتمتع الفتيات برئات سليمة

د – مقدار الـــ PEFR لـــ 5% يقل عن 260 ل/د

هـــ – جميع قياسات PEFR يجب أن تقل عن 340 ل/د

35. متوسط العينة الكبيرة:

آ – أكبر دائماً من الناصف

ب – يحسب من الصيغة $\sum x_i / n$

ج – يتبع التوزيع الطبيعي

د – يزداد كلما ازداد حجم العينة

هـــ – أكبر دائماً من الانحراف المعياري

36. إذا كان X و Y متغيرين مستقلين يتوزعان وفق التوزيع الطبيعي المعياري فإن المتغيرات التالية تتبع التوزيع الطبيعي:

آ – $5X$

ب – X^2

ج – $X+5$

د – $X-Y$

هـــ – X/Y

37. عندما ننشئ الاختطاط الطبيعي مقابل الانحراف الطبيعي المعياري على المحور oy:

آ – فالخط المستقيم يشير إلى أن المشاهدات تتبع التوزيع الطبيعي

ب – المنحنـــي ذو الميل المتناقص يشير إلى تجانف إيجابي

ج – المنحنـــي ذو الشكل (S) (أو الشكل المقوس) يشير إلى ذيلين طويلين

د – نحصل على خط شاقولي إذا كانت جميع المشاهدات متساوية

هـ – إذا كان الشكل خطاً مستقيماً فميله يتوقف على الانحراف المعياري

E 7 تمرين: الاختطاط الطبيعي

في هذا التمرين سنعود إلى معطيات سكر الدم في الفقرة (4E) لنتعرف على مدى جودة مطابقتها للتوزيع الطبيعي.

1. من مخطط الصندوق والعود والمنسج الذي أوجدناه في الفقرة (4E)، هل تشبه مستويات سكر الدم التوزيع الطبيعي؟ (إذا لم تحاول حل التخزين (4E) انظر الحل في الفصل 19).
2. أنشئ الاختطاط الطبيعي للمعطيات. فهذا أمر سهل لأن المعطيات مرتبة مسبقاً. أوجد قيم $(i - 0.5)/n$ من $i = 1$ حتى $i = 45$ ثم استخرج الاحتمالات التراكمية الطبيعية الموافقة لها من الجدول (1.7). أنشئ الآن مخطط الاحتمالات مقابل القيم الموافقة لسكر الدم.
3. هل يبدو هذا المخطط خطاً مستقيماً؟ هل تتبع هذه المعطيات التوزيع الطبيعي؟

الفصل الثامن

نظرية التقدير Estimation

1.8 التوزيعات الاعتيانية Sampling distributions

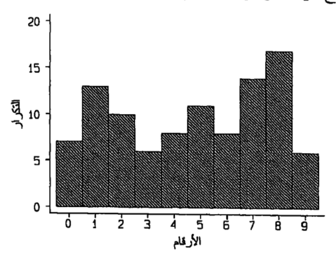
وجدنا في الفصل الثالث كيف نسحب العينات من مجتمعات كبيرة، ثم نجمع المعطيات من هذه العينات حيث يمكننا اكتشاف بعض الأشياء عن المجتمع الإحصائي. فنحن مثلاً نستخدم العينات لتقدير بعض الكميات مثل نسبة انتشار مرض ما أو متوسط ضغط الدم أو متوسط التعرض للمواد المسرطنة... إلخ كما نريد أن نعرف أيضاً بكم يمكن أن تتفاوت هذه التقديرات من عينة لأخرى.

الجدول 1.8 : مجتمع مكون من 100 رقم عشوائي لتجربة اعتيانية

9	1	0	7	5	6	9	5	8	8	1	0	5	7	6	5	0	2	1	2
1	8	8	8	5	2	4	8	3	1	6	5	5	7	4	1	7	3	3	3
2	8	1	8	5	8	4	0	1	9	2	1	6	9	4	4	7	6	1	7
1	9	7	9	7	2	7	7	0	8	1	6	3	8	0	5	7	4	8	6
7	0	2	8	8	7	2	5	4	1	8	6	8	3	5	8	2	7	2	4

ورأينا في الفصلين السادس والسابع كيف أن نظرية الاحتمالات تمكننا من ربط العينات العشوائية بالمجتمعات الإحصائية التـــي سحبت منها هذه العينات. وفي هذا الفصل سنرى كيف تخولنا هذه النظرية استخدام العينات لتقدير وسطاء المجتمع، وتحديد دقة هذه التقديرات. سننظر أولاً ماذا يحدث عندما نسحب عينات متكررة من المجتمع الإحصائي نفسه. يبين الجدول (1.8) مجموعة مكونة من 100 رقم عشوائي يمكن اتخاذها كمجتمع

إحصائي في تجربة اعتيانية، كما يبين الشكل (1.8) توزيع هذه الأعداد في هذا المجتمع، إن متوسط هذا المجتمع هو 4.7 وانحرافه المعياري هو 2.9.



الشكل 1.8 : توزيع المجتمع الإحصائي في الجدول (1.8)

تُجرى التجارب الاعتيانية باستخدام طرق ملائمة لسحب عينات عشوائية متكررة من هذا المجتمع. وفي هذه الحالة يمكن اتخاذ النرد العشري كأداة ملائمة في هذه التجربة. لتكن الأعداد 6، 4، 6، 1 النتائج الممكنة لعينة عشوائية مختارة حجمها 4، إن متوسط هذه العينة هو 4.25 = 17/4، نكرر التجربة فنسحب عينة أخرى من أربعة أرقام ولتكن 7، 8، 1، 8. فنجد متوسطها يساوي 6. نعيد عملية السحب بهذا الشكل 20 مرة ونسجل النتائج ومتوسطاتها كما هو مبين في الجدول (2.8).

الجدول 2.8 : العينات العشوائية المسحوبة في تجربة اعتيانية

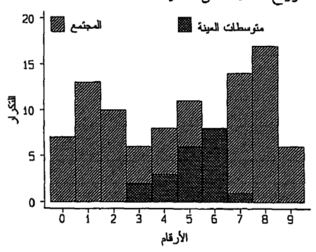
العينة	6	7	7	1	5	5	4	7	2	8
	4	8	9	8	2	5	2	4	8	1
	6	1	2	8	9	7	7	0	7	2
	1	8	7	4	5	8	6	1	7	0
المتوسط	4.25	6.00	6.25	5.25	5.25	6.25	4.75	3.00	6.00	2.75
العينة	7	7	2	8	3	4	5	4	4	7
	8	3	5	0	7	8	5	3	5	4
	7	8	0	7	4	7	8	1	8	6
	2	7	8	7	8	7	3	6	2	3
المتوسط	6.00	6.25	3.75	5.50	5.50	6.50	5.25	3.50	4.75	5.00

نلاحظ أن هذه المتوسطات ليست متساوية، وهي تمثل متغيراً عشوائياً. فإذا أمكننا أن نسحب جميع العينات الممكنة ذات الحجم 4 وعددها 225 921 3 ونحسب متوسطاتها، نجد أن هذه المتوسطات تشكل بدورها توزيعاً عشوائياً. وأن متوسطات العينات العشرين التي سحبناها تمثل عينة من هذا التوزيع. نسمي توزيع متوسطات العينات الممكنة: **توزيع الاعتيان للمتوسط**. في الحالة العامة، توزيع الاعتيان لأية إحصائية هو توزيع قيم هذه الإحصائية في جميع العينات الممكنة.

2.8 الخطأ المعياري لمتوسط العينة

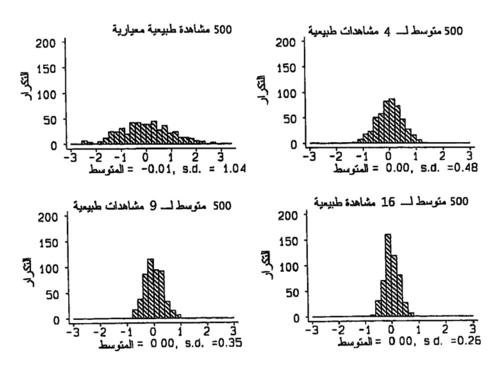
Standard error of a sample mean

لننظر الآن في توزيع الاعتيان للمتوسط فقط. بما أن العينة المفروضة المكونة من 20 متوسطاً هي عينة عشوائية من مجتمع المتوسطات، فيمكننا استخدامها لتقدير بعض وسطاء هذا التوزيع. إن لهذه العينة متوسطاً قدره 5.1، وانحرافاً معيارياً 1.1. ونلاحظ أن متوسط المجتمع الذي يساوي 4.7 قريب من متوسط العينات، ولكن الانحراف المعياري للمجتمع وهو 2.9، يعد أكبر مما هو عليه في عينة المتوسطات. إذا أنشأنا مُنسج عينة المتوسطات الشكل (2.8) نرى أن مركز توزيع الاعتيان لهذه العينة ومركز التوزيع الأم (توزيع مجتمع الأصل) هو نفسه. ولكن تشتت توزيع الاعتيان أقل بكثير.



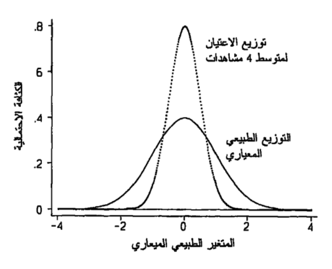
الشكل 2.8 : توزيع المجتمع الإحصائي في الجدول (1.8)، ولعينة المتوسطات في الجدول (2.8)

سنطرح الآن تجربة أخرى أكثر شمولية، لعلها توضح لنا هذا بشكل أعمق. نفرض أن التوزيع الأم هو التوزيع الطبيعي بمتوسط يساوي الصفر وانحراف معياري يساوي الواحد. يبين لنا الشكل (3.8) توزيع عينة عشوائية مكونة من 500 مشاهدة من هذا التوزيع. كما يبين الشكل نفسه توزيع متوسطات 500 عينة عشوائية من هذا المجتمع حجم الواحدة 4، كما يبين أيضاً توزيعات 500 متوسط لعينات حجم الواحدة منها 9، وعينات حجم الواحدة منها 16. نلاحظ في هذه التوزيعات الأربعة أن المتوسطات قريبة من الصفر، وهو متوسط التوزيع الأم. ولكن الانحرافات المعيارية ليست كذلك. ففي التوزيع الأم يقارب الواحد، وفي العينات ذات الحجم 4 يساوي 1/2 وذات الحجم 9 يساوي 1/3، أما في العينات ذات الحجم 16 فيساوي 1/4. ويكون الانحراف المعياري لتوزيع الاعتيان من أجل المتوسط هو $\sigma/\sqrt{n}$ أو $\sqrt{\sigma^2/n}$ حيث σ الانحراف المعياري للتوزيع الأم وn حجم العينة. الملحق (B6). ومتوسط توزيع الاعتيان مساوٍ لمتوسط التوزيع الأم. ويبين الشكل (4.8) التوزيع الحقيقي لمتوسط العينات ذات الحجم 4، المسحوبة من التوزيع الطبيعي.



الشكل 3.8 : عينات من المتوسطات لمتغير طبيعي معياري

إن متوسط العينة هو تقدير لمتوسط المجتمع. والانحراف المعياري لتوزيع الاعتيان له يسمى **الخطأ المعياري للتقدير**، وهو يقيس لنا مدى الاختلاف المحتمل ما بين التقدير والقيمة الحقيقية. في معظم التقديرات، من المحتمل أن يقع التقدير في فترة لا تزيد عن خطأ معياري واحد من المتوسط، ومن غير المحتمل أن تزيد عن خطأين معياريين عنه. وسننظر في ذلك بدقة أكبر في الفقرة (3.8).



الشكل 4.8 : توزيع الاعتيان لمتوسط 4 مشاهدات من التوزيع الطبيعي المعياري

في جميع الحالات العملية تقريباً، لا يمكننا معرفة القيمة الحقيقية لتفاوت المجتمع σ^2، ولكننا نعلم فقط تقديره s^2 الفقرة (4.7). ويمكننا استخدام هذا لتقدير الخطأ المعياري بالعلاقة $s/\sqrt{n}$، ويعرف هذا التقدير أيضاً بالخطأ المعياري للمتوسط. ويمكننا أن نعلم جيداً من السياق فيما إذا كان الخطأ المعياري الذي بين أيدينا هو القيمة الحقيقية، أم القيمة المقدرة من المعطيات.

عندما يكون حجم العينة كبيراً، فإن توزيع الاعتيان للمتوسط $\bar{x}$ يسعى إلى التوزيع الطبيعي. ويمكننا أيضاً أن نتخذ s^2 كتقدير جيد لـ σ^2. وهكذا من أجل n كبيرة فإن $\bar{x}$ تمثل مشاهدة من التوزيع الطبيعي ذي المتوسط μ والانحراف المعياري $s/\sqrt{n}$، وهكذا فإن $\bar{x}$ تقع في فترة خطأين معيارين أو بشكل أدق في فترة 1.96 خطأً معيارياً من المتوسط μ

باحتمال 0.95. أما في حالة العينات الصغيرة، فلا يمكننا أن نفترض أن $\bar{x}$ يتوزع توزعاً طبيعياً كما لا يمكننا اتخاذ s^2 كتقدير جيد لـ σ^2، وسنناقش هذا في الفصل العاشر.

وكمثل على ذلك لنتخذ 57 قياساً لـ FEV1 من الجدول (4.4). وبالحساب نجد أن $\bar{x} = 4.062$ ليتر و$s^2 = 0.449\ 174$، $s = 0.67$ ليتر. والخطأ المعياري لـ $\bar{x}$ هو $\sqrt{s^2/n} = \sqrt{0.449174/57} = 0.007880 = 0.089$ ويكون أفضل تقدير لمتوسط المجتمع الإحصائي لـ FEV1 هو إذن 4.06 ليتر بخطأ معياري 0.089 ليتر.

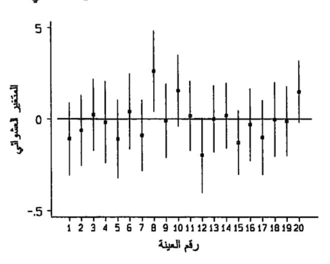
وغالباً ما نكتب هذا بالشكل 4.062 ± 0.089 وهذه العبارة هي مضللة إلى حد ما، إذ أن القيمة الحقيقية للمتوسط يمكن أن تصل إلى زيادة خطأين معياريين من المتوسط المقدَّر باحتمال معقول.

يوجد غالباً خلط بين مصطلح الخطأ المعياري، ومصطلح الانحراف المعياري، وهذا الخلط مفهوم لأن الخطأ المعياري هو الانحراف المعياري لتوزيع الاعتيان. وغالباً ما يتبادل المصطلحان موقعيهما في هذا السياق. ولكن نستخدم عادة عبارة الخطأ المعياري عندما نقيس دقة التقدير وعبارة الانحراف المعياري عندما نهتم بصفة التغير في العينات والمجتمعات أو التوزيعات فإذا أردنا أن نسأل ما جودة تقدير متوسط قياسات FEV1، نذكر الخطأ المعياري للمتوسط. وإذا أردنا أن نسأل ما مدى تشتت قياسات، FEV1 نذكر الانحراف المعياري s.

3.8 مجالات الثقة — Confidence intervals

إن القيمة التي نقدر بها متوسط FEV1 تسمى **التقدير النقطي للمتوسط (a point estimate)** ولكن لا يوجد ما يدعونا لافتراض أن متوسط المجتمع سيساوي تماماً التقدير النقطي، أي متوسط العينة، ولكن من المحتمل أن يكون قريباً منه. وبالإضافة لذلك، فإن الكمية التي يُحتمل أن يختلف بها متوسط المجتمع عن القيمة المقدرة له يمكن أن تحسب بدلالة الخطأ المعياري. وما نقوم به هو أن نوجد الحدين اللذين من الممكن أن يقع بينهما متوسط المجتمع، وأن هذا المتوسط يقع في موضع ما في المجال بين هذين الحدين وهذا ما نسميه **بالتقدير المجالي للمتوسط (interval estimate)**.

ومثال ذلك إذا نظرنا في 57 قياساً لـ FEV كعينة كبيرة، يمكننا أن نفترض أن توزيع الاعتيان للمتوسط هو توزيع طبيعي، وأن الخطأ المعياري هو تقدير جيد لانحرافه المعياري (انظر الفقرة 6.10) وهكذا نتوقع أن حوالي 95% من هذه المتوسطات تقع في فترة 1.96 خطأ معيارياً من متوسط المجتمع μ. أي حوالي 95% من العينات الممكنة تحقق الخاصة التالية: يقع متوسط المجتمع ما بين متوسط العينة مطروحاً منه 1.96 خطأ معيارياً وبين متوسط العينة مضافاً إليه 1.96 خطأ معيارياً. فإذا حسبنا الحدين $\bar{x}-1.96se$ و $\bar{x}+1.96se$ لجميع العينات الممكنة، فإن 95% من هذه المجالات تحوي متوسط المجتمع. وفي مثالنا تغدو هذه الحدود $0.089 \times 1.96 + 4.062$ و $0.089 \times 1.96 - 4.062$ وبالحساب نجد 3.89 إلى 4.24 أو 3.9 إلى 4.2 ليتر وذلك بتدوير العدد إلى رقمين معنويين. ندعو العددين 3.9 و4.2 **حدي مجال الثقة للتقدير** باحتمال 95%، كما ندعو مجموعة القيم بين الحدين (3.9، 4.2) **مجال الثقة باحتمال** 95%، أما حدا الثقة فهما القيمتان الواقعتان في نهايتي مجال الثقة.



الشكل 5.8 : متوسطات ومجالات الثقة بمستوى 95% لـ 25 عينة عشوائية مأخوذة من 100 مشاهدة من التوزيع الطبيعي المعياري

ولا يعني هذا أن نقول إن متوسط المجتمع يقع بين القيمتين 3.9 و4.2 باحتمال 95% بالرغم من ورود هذا المعنى غالباً (حتى من قبلي) إذ أن متوسط المجتمع هو عدد محدد وليس متغيراً عشوائياً، ولا تتعين قيمته احتمالياً. إنما نقصد أن الحدين المحسوبين من عينة

عشوائية سوف يتضمن متوسط المجتمع باحتمال 95%. ويبين الشكل (5.8) مجالات الثقة للمتوسط لـــ 20 عينة عشوائية مأخوذة من 100 مشاهدة تنتمـــي للتوزيع الطبيعي المعياري. فمتوسط المجتمع الذي يساوي الصفر طبعاً مبين على المستقيم الشاقولي. ونلاحظ أن بعض المتوسطات قريبة من الصفر وبعضها الآخر بعيدة عنه. وبعضها فوق المستقيم وبعضها الآخر دونه. أما متوسط المجتمع فهو محتوى في 19 مجالاً من أصل 20 من هذه المجالات. وفي الحالة العامة، يمكننا القول إن متوسط المجتمع يقع داخل 95% من مجالات الثقة. ولو أننا لا نعلم أيها تكون، ونعبر عن ذلك بالقول إننا على ثقة 95% أن المتوسط يقع بين هذين الحدين.

في مثالنا المتعلق بقياسات FEV1 يكون توزيع الاعتيان للمتوسط طبيعياً، كما يمكن تقدير انحرافه المعياري جيداً لأن العينة كبيرة، ولكن هذا ليس صحيحاً دوماً، وبالرغم أن من الممكن عادة تعيين مجالات الثقة لتقدير وسيط ما، لكنها ليست بالسهولة التـــي نقدر بها المتوسط من عينة كبيرة. وسننظر فـــي الفصل العاشر فـــي تقدير المتوسط من عينات صغيرة.

ليس من الضروري أن يكون احتمال مجال الثقة 95%. فيمكننا مثلاً حساب حدي مجال الثقة باحتمال 99% أيضاً. ونلاحظ من الجدول (2.7) أن النقطة من التوزيع الطبيعي المعياري التـــي يقع على يمينها 0.5% من القيم هي 2.58 وهكذا فإن احتمال أن يتجاوز المتغير المعياري القيمة 2.58 أو يقل عن القيمة 2.58- هو 1%، وأن احتمال أن يقع هذا المتغير بين هذين الحدين هو 99%. ومنه حـــدا مجال الثقة لمتوســـط FEV1 باحتمال 99% هـــو $0.089 \times 2.58 - 4.062$ و $0.089 \times 2.58 + 4.062$ أو من 3.8 ليتر إلى 4.3 ليتر وهذا يعطينا مجالاً للثقة أوسع مما هو من أجل الاحتمال 95% كما هو متوقع نظراً لأننا على ثقة أكبر بأن المتوسط سيقع فيه. والاحتمال الذي علينا اختياره لمجال الثقة هو الذي يوائم بين الرغبة في أن يحوي هذا المجال القيمة المقدرة لوسيط المجتمع وبين الرغبة في تجنب أجزاء المجال التـــي يمكن أن يوجد فيها المتوسط باحتمال ضعيف. واتخاذ الاحتمال 95% لمجالات الثقة يعد كافياً لمعظم الأهداف الدراسية.

4.8 الخطأ المعياري للنسبة Standard error of a proportion

الخطأ المعياري في تقدير نسبة ما يمكن أن يحسب بطريقة مماثلة. نفرض أن نسبة المفردات التـــي تخضع لشرط خاص في مجتمع ما هي p، نأخذ من هذا المجتمع عينة عشوائية حجمها n، وليكن r عدد المشاهدات فيها التـــي تحقق هذا الشرط فتكون r/n النسبة المقدرة. ولقد وجدنا في الفقرة (4.6) أن r تتوزع وفق التوزيع الحدانـــي بمتوسط np وتفاوت $np(1-p)$. وعندما تكون n كبيرة يغدو التوزيع طبيعياً على وجه التقريب. وهذا يقتضي أن تتوزع النسبة المقدرة r/n توزعاً طبيعياً بمتوسط يساوي $np / n = p$ وتفاوت يعطى بالعلاقة:

$$\text{VAR}\left(\frac{r}{n}\right)=\frac{1}{n^2}\ \text{VAR}(r)=\frac{1}{n^2}\,np\,(1-p)=\frac{p\,(1-p)}{n}$$

ويكون الخطأ المعياري مساوياً

$$\sqrt{\frac{p\,(1-p)}{n}}$$

حيث n ثابت. ونستطيع تقدير هذا بأن نستبدل بـــ p النسبة r/n.

وكمثال على ذلك أفاد 118 طالباً من أصل عينة عشوائية مكونة من 2837 من طلاب السنة الأولى في إحدى المدارس الثانوية في Derbyshire (Banks et al 1978) أن السعال عـــادة أول ما ينتابهم في الصباح. وهذا يعطي تقديراً لنسبة انتشار المرض يساوي $118/2837 = 0.0416$ بخطأ معياري $\sqrt{0.0416(1-0.0416)/2837} = 0.0037$. وبما أن العينة كبيرة فيمكننا أن نفترض أن التقدير يتبع التوزيع الطبيعي وأن الخطأ المعياري قد قدر بشكل جيد. أما مجال الثقة باحتمال 95% لنسبة انتشار المرض فهو من $0.0416 - 1.96 \times 0.0037$ إلى $0.0416 + 1.96 \times 0.0037$ أي من 0.034 إلى 0.049 وبالرغم من كبر هذه العينة فإن التقدير ليس دقيقاً.

يستخدم الخطأ المعياري فقط، للنسبة إذا كانت العينة كبيرة بشكل كاف حتـــى نتمكن من تطبيق التوزيع الطبيعي المقرب. ويكفي من الوجهة العملية أن نشترط لتطبيق هذا أن يكون $np \geq 5$ و $n(1-p) \geq 5$ وهذه هي الحالة التـــي نتخذها عادة عندما نهتم بإيجاد تقدير دقيق للنسبة. أما إذا حاولنا اتباع هذه الطريقة من أجل عينات أصغر، فيمكن أن نحصل على

نتائج غير معقولة. ففي دراسة انتشار HIV مثلاً بين 29 سجينة سابقة (Turnbull et al ،1992) لم يزرقن بأدوية، كان HIV لواحدة فقط منهن إيجابياً. وقد أفاد الدارسون أن هذه النسبة هي 3.4% ومجال الثقة باحتمال 95% هو من -3.1% إلى 9.9%. والحد الأدنـــى وهو -3.1% الذي حصلنا عليه من النسبة الملاحظة مطروحاً منها 1.96 خطأ معيارياً، مستحيل الوقوع. وكما أشار (Newcombe 1992) أن مجال الثقة الصحيح باحتمال 95% يمكن الحصول عليــه من حساب احتمالات التوزيع الحدانـــي وهو من 0.1% إلى 17.8% انظـــر (1970 Hartley و Pearson).

5.8 الفرق بين متوسطين

The difference between two means

في كثير من الدراسات ينصب اهتمامنا على دراسة الفرق بين وسيطي مجتمعين أكثر من اهتمامنا بالقيمة المطلقة لكل منهما. وقد تكون هذه الوسطاء، متوسطات أو نسب أو ميل مستقيم، أو أية إحصائيات أخرى. ويتم هذا مباشرة إذا كانت الوسطاء مقدرة من عينتين مستقلتين، ويصبح الأمر أكثر تعقيداً إذا كانت العينتان متماثلتين أو كانت المشاهدتان للعينة ذاتها الفقرة (9.13).

وعندما تكون العينات كبيرة يمكننا أن نفرض متوسطات العينات والنسب مشاهدات مأخوذة من توزيع طبيعي، وأن الأخطاء المعيارية المحسوبة هي تقديرات جيدة للانحرافات المعيارية لهذه التوزيعات الطبيعية، ونستطيع استخدام هذا لإيجاد مجالات الثقة.

نفرض مثلاً أننا نرغب في مقارنة المتوسطين $\bar{x}_1$ و $\bar{x}_1$ لعينتين كبيرتين حجماهما n_1 و n_2 إن توقع الفرق بين متوسطي العينتين يساوي الفرق بين متوسطي المجتمعين أي $E(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) = \mu_1 - \mu_2$ ولكن ما هو الخطأ المعياري للفرق؟ لقد وجدنا أن تفاوت الفرق بين متغيرين عشوائيين مستقلين يساوي مجموع تفاوتيهما الفقرة (6.6). إذن الخطأ المعياري للفرق بين تقديرين مستقلين هو الجذر التربيعي لمجموع مربعي الخطأين المعياريين لهما، وبما ان الخطأ المعياري للمتوسط هو $\sqrt{s^2/n}$ فإن الخطأ المعياري للفرق بين متوسطين مستقلين هو:

$$\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1}+\frac{s_2^2}{n_2}}$$

ففي مثال دراسة الأعراض التنفسية في مدرسة الأطفال (Bland et al, 1974) نريد أن نعرف ما إذا كان الأطفال الذين أفادوا عن طريق أهلهم أن لديهم أعراضاً تنفسية يعانون من ضعف في أداء الرئتين، أكثر ممن ليس لديهم مثل هذه الأعراض. فقد أفاد 92 طفلاً بتعرضهم للسعال أثناء النهار والليل، وكان متوسط PEFR لديهم 294.8 ليتر/دقيقة بانحراف معياري 57 ليتر/دقيقة. بينما لم يتعرض 1643 طفلاً لمثل هذه الأعراض. وكان متوسط PEFR لديهم 313.6 ليتر/دقيقة، بانحراف معياري 55.2 ليتر/دقيقة. وهكذا يكون لدينا عينتان كبيرتان، بحيث يمكننا تطبيق التوزيع الطبيعي. لدينا:

$n_1=92$ ، $\bar{x}_1=294.8$ ، $s_1=57.1$ ، $n_2=1643$ ، $\bar{x}_2=313.6$ ، $s_2=55.2$

- فالفرق بين المتوسطين هو $\bar{x}_1-\bar{x}_2=294.3-313.6=-18.8$ والخطأ المعياري للفرق هو:

$$\sqrt{se_1^2+se_2^2}=\sqrt{\frac{s_1^2}{n^1}+\frac{s_2^2}{n^2}}=\sqrt{\frac{57.1^2}{92}+\frac{55.2^2}{1643}}=6.11$$

وبما أننا افترضنا العينات كبيرة، فالفرق بين المتوسطين يمكن افتراضه يتوزع توزعاً طبيعياً، كما أن الخطأ المعياري يمثل تقديراً جيداً للانحراف المعيـــاري لهذا التوزيـــع. (راجع الفقرتين 3.10 و6.10 من أجل العينات الصغيرة) ويكون مجال الثقـــة للفرق باحتمال 95% هـــو $-18.8-1.96\times6.11$ و $-18.8+1.96\times6.11$ أو -30.81 و-6.8 ليتر/دقيقة. وبما أن مجال الثقة يحوي الصفر، فهذا يدل بوضوح على أن الأطفال الذين صرحوا بأنهم تعرضوا للسعال هم أقل متوسطاً لـــ PEFR من الآخرين. ويقدر الفرق بين 7 و31 ل/دقيقة، والمتوسط أقل عند الأطفال الذين يعانون من السعال، لذا يمكن القول إنه صغير تماماً.

6.8 مقارنة نسبتين Comparison two proportions

يمكننا تطبيق الطريقة الواردة في الفقرة السابقة (5.8) في حالة الفرق بين نسبتين. نعلم أن الخطأ المعياري للنسبة p يعطى بالعلاقة هو $\sqrt{p\,(1-p_1)/n_1}$ أما من اجل نسبتين مستقلتين p_1 وp_2 فالخطأ المعياري للفرق بينهما هو:

$$\sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1}+\frac{p_2(1-p_2)}{n_2}}$$

فإذا تحققت شروط التقريب من التوزيع الطبيعي (انظر الفقرة 4.8) فيمكننا إيجاد مجال الثقة للفرق بالطريقة العادية.

لنتخذ مثلاً الجدول (3.8)، ونريد أن نعرف إلى أي مدى يعانـــي الأطفال، الذين أصيبوا في طفولتهم بالتهاب القصبات أكثر من غيرهم بأعراض تنفسية في المرحلة المتأخرة من الحياة. فيمكننا أن نقدر الفرق بين نسبتـــي الطلاب الذين يعانون من السعال أثناء النهار وفي الليل ممن أصيبوا بالتهابات قصبية وهم دون الخامسة من العمر وممن لم يصابوا.

الجدول 3.8 : عدد من يتعرضون للسعال في النهار أو أثناء الليل في سن الرابعة عشرة والذين كانوا قد أصيبوا بالتهاب القصبات قبل سن الخامسة (Holland ورفاقه 1978)

السعال في سن 14	التهاب القصبات في سن الخامسة نعم	لا	المجموع
نعم	26	44	70
لا	247	1002	1249
المجموع	273	1046	1319

فتقدير النسبتين هو $p_1 = 26/273 = 0.09524$ و$p_2 = 44/1046 = 0.04207$. ويكون الفرق بينهما. $p_1 - p_2 = 0.05317$ أما الخطأ المعياري للفرق فيعطى بالعلاقة:

$$\begin{aligned}\sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1}+\frac{p_2(1-p_2)}{n_2}} &= \sqrt{\frac{0.09524\times(1-0.09524)}{273}+\frac{0.04207\times(1-0.04207)}{1046}}\\ &= \sqrt{0.000315639+0.000038528}\\ &= \sqrt{0.000354167}\\ &= 0.0188\end{aligned}$$

فمجـــال الثقـــة للفرق باحتمال 95% هو من $0.05317 - 1.96 \times 0.0188$ إلى $0.05317 + 1.96 \times 0.0188$ أو من 0.016 إلى 0.090. وبالرغم من أن الفرق لم يقدر بدقة

كبيرة فإن مجال الثقة لا يحوي الصفر وهذا يدل بوضوح أن الأطفال الذين تعرضوا للتهابات قصبية في الطفولة هم أكثر من غيرهم قد صرحوا بأنهم يعانون من أعراض تنفسية في مرحلة متأخرة من حياتهم. إن المعطيات الواردة في الفقرة (5.8) حول وظيفة الرئة تعطينا سبباً ما لافتراض أن هذا الفرق ليس عائداً كلية لتحيز الاستجابة الفقرة (3.9) وكما وجدنا في الفقرة (4.8) فإن مجال الثقة في حالة العينات الصغيرة يجب أن يقدر بطريقة مختلفة.

وهذا الفرق في النسبتين ليس من السهل تفسيره، ولكن معدل النسبتين يبدو أكثر فائدة في الغالب. وثمة طريقة موصوفة في الفقرة 7.13 تعرف باسم (odds Ratio). إن معدل نسبة الذين يسعلون في سن الرابعة عشـــرة ولم يصابوا بالتهاب القصبات قبل الخامســـة هي $p_1/p_2 = 0.09524/0.04207 = 2.26$ فالأولاد الذين أصيبوا بالتهاب القصبات قبل الخامسة يتعرضون للسعال في سن الرابعة عشرة أكثر من أولئك الذين ليس لديهم هذا الماضي المرضي بنسبة تزيد على الضعفين.

إن الخطأ المعياري لهذا المعدل هو معقد، وبما أنه نسبة وليس فرقاً فلا يمكن تقريبه إلى التوزيع الطبيعي. فإذا أخـــذنا لوغاريتم المعـــدل نحصل على الفـــرق بين لوغاريتمين لأن $\log (p_1/p_2) = \log (p_1) - \log (p_2)$ الفقرة (A5) ويمكننا حساب الخطأ المعياري للوغاريتم المعدل بســـهولة. ونســـتخدم هذه النتيجة لأي متغير عشـــوائي X متوســـطه μ وتفاوتـــه σ^2، فـــإن تفـــاوت $\log (X)$ يعطـــى بالعلاقـــة التقريبيـــة $\text{VAR} (\log_e(X)) = \sigma^2/\mu^2$ (انظر Kendall and Stuart 1969) ومنه تفاوت $\log (p)$ هو:

$$\text{VAR} (\log (p)) = \frac{p(1-p)/n}{p^2} = \frac{1-p}{np}$$

أما من أجل الفرق بين اللوغاريتمين نجد:

$$\text{VAR} (\log_e(p_1/p_2)) = \text{VAR} (\log_e(p_1)) + \text{VAR} (\log_e(p_2))$$
$$= \frac{1-p_1}{n_1 p_1} + \frac{1-p_2}{n_2 p_2}$$

والخطأ المعيـــاري هو الجذر التربيعي لهذا المقدار. وفي مثالنا لوغاريتـــم المعـــدل هـــو $log_e(2.26385) = 0.81707$ والخطأ المعياري له هو:

$$\begin{aligned}\sqrt{\frac{1-p_1}{n_1p_1}+\frac{1-p_2}{n_2p_2}} &= \sqrt{\frac{1-0.09524}{273\times0.09524}+\frac{1-0.04207}{1046\times0.04207}}\\ &= \sqrt{\frac{0.90476}{26}+\frac{0.95793}{44}}\\ &= \sqrt{0.05657}\\ &= 0.23784\end{aligned}$$

ومجال الثقة للوغاريتم المعدل باحتمال 95% هو إذن من $0.81707 - 1.96 \times 0.23784$ إلى $0.23784 \times 1.96 + 0.81707 = 0.35089$ إلى 1.28324 أما مجال الثقة لمعدل النسب ذاتها فنحصل عليه بأخذ التابع المعاكس للوغاريتم وهو من $e^{0.35089}$ إلى $e^{1.28324} = 1.42$ إلى 3.61 وهكذا تقدر نسبة الأولاد الذين صرحوا بأنهم يعانون من السعال في النهار أو في الليل من بين الذين أصيبوا بالتهاب قصبات في الماضي، هي بين 1.4 و3.6 وهذه النسبة تساوي ضعفي النسبة بين أولئك الذين لم يصابوا به.

إن نسبة الأفراد في المجتمع الذين يُظهرون المرض أو أعراضه مساوية لاحتمال أن يُظهر فرد ما من المجتمع هذا المرض، هذه النسبة تدعى **خطورة** أن يصاب فرد ما بالمرض. نجد من الجدول (3.8) أن الخطورة في أن يعانـــي طفل في الرابعة عشر من السعال ، علماً بأنه كان مصاباً بالتهاب القصبات قبل الخامسة هي $0.09524 = 26/273$. في حين أن هذه الخطورة تساوي $0.04207 = 44/1046$ للأطفال الذين لم يصابوا بالتهاب قصبات قبل الخامسة. تدعى نسبة هاتين الخطورتين **الخطورة النسبية** للإصابة بالسعال في سن الرابعة عشرة مع الإصابة المسبقة بالتهاب قصبات قبل سن الخامسة (أي يوجد عامل خاص) وقيمة هذه النسبة تساوي 2.26. لتقدير الخطورة النسبية مباشرة، نحتاج لدراسة أترابية (7.3). وكما في الجدول (3.8) فإننا نقدر الخطورة النسبية في دراسة الحالة – الشاهد بطريقة أخرى الفقرة (7.13).

7.8 الخطأ المعياري للانحراف المعياري للعينة
Standard error of sample stand and deviation

يمكننا إيجاد الخطأ المعياري ومجال الثقة في الغالب لأي تقدير نحسبه من العينة. ولكن في بعض الأحيان يتوقف هذا على توزيع المشاهدات نفسها، كما في الإحصائية "s" الانحراف المعياري للعينة. فإذا كانت المشاهدات تتبع التوزيع الطبيعي فإن الإحصائية $(n-1)\ s^2/\sigma^2$ تتبع توزيع كاي مربع بدرجة من الحرية $n-1$ الفقرة (A7) والجذر التربيعي لتوزيع كاي مربع، يتوزع على وجه التقريب وفق التوزيع الطبيعي بتفاوت 1/2، عندما تكون n كبيرة بشكل كاف. وهكذا فإن $\sqrt{(n-1)\,s^2/\sigma^2}$ يتوزع على وجه التقريب وفق التوريع الطبيعي بتفاوت 1/2، كما يتوزع s على وجه التقريب وفق التوزيع الطبيعي بتفاوت $\sigma^2/2(n-1)$. ويكون الخطأ المعياري لـ s هو $\sqrt{\sigma^2/2(n-1)}$ ويقدر بـ $s/\sqrt{2(n-1)}$. وهذا صحيح فقط عندما تكون المشاهدات نفسها مأخوذة من التوزيع الطبيعي.

M 8 أسئلة الاختيار من متعدد من 38 إلى 43

يجاب على كل سؤال إما بصح أو خطأ.

38. الخطأ المعياري لمتوسط العينة:

أ – يقيس قابلية التغير للمشاهدات (التغيرية)

ب – هو الدقة التـي تقاس بها كل مشاهدة

ج – هو قياس بعد متوسط العينة عن متوسط المجتمع

د – متناسب مع عدد المشاهدات

هـ – أكبر من القيمة المقدرة للانحراف المعياري للمجتمع

39. حدا الثقة باحتمال 95% لمتوسط المجتمع المقدر من مجموعة من المشاهدات.

آ – هما الحدان اللذان تقع بينهما 95% من المشاهدات بعد عدد كبير من التجارب

ب – طريقة لقياس دقة تقدير المتوسط

ج – هما الحدان اللذان يقع بينهما متوسط العينة باحتمال 95%

د – هما الحدان اللذان يقع بينهما متوسط المجتمع من أجل 95% من العينات الممكنة
هـ – هما طريقة لقياس التغير في مجموعة من المشاهدات

40. إذا كان حجم العينة العشوائية متزايداً فإننا نتوقع:
آ – المتوسط يتناقص
ب – الخطأ المعياري للمتوسط يتناقص
ج – الانحراف المعياري يتناقص
د – تفاوت العينة يتزايد
هـ – درجات الحرية لتقدير التفاوت تتزايد

41. إذا كانت نسبة انتشار ظاهرة معينة في مجتمع ما تساوي 0.1، وقدرنا نسبة الانتشار هذه بصورة متكررة من عينات حجم الواحدة منها 100، فهذه التقديرات تشكل توزيعاً:
آ – هو توزيع اعتيان
ب – هو توزيع طبيعي على وجه التقريب
ج – متوسطه يساوي 0.1
د – تفاوته يساوي 9
هـ – حدانياً

42. من الضروري لتقدير متوسط FEV1 أن نسحب عينة من مجتمع كبير. إن دقة هذا التقدير تتوقف على:
آ – متوسط FEV1 في المجتمع
ب – العدد في المجتمع
ج – العدد في العينة
د – طريقة اختيار العينة
هـ – تفاوت FEV1 في المجتمع

43. لدى دراسة 88 مولوداً لنساء لهن ماض بقلة الصفيحات (Samuels et al. 1990)، كما سجلت الحالة المرضية نفسها لـــ 20% من الأطفال. فكان مجال الثقة باحتمال 95% هو: من 13% إلى 30%.

آ – أية عينة أخرى لها الحجم نفسه ستعطي معدل قلة الصفيحات بين 13% و 30%

ب – احتمال أن يكون لـــ 95% من هذه النساء ولد مصاب بقلة الصفيحات يقع بين 13% و30%

ج – من المحتمل أن يصاب بهذا المرض ما بين 13% و 30% من أولاد أمثال هذه النساء

د – إذا تزايد حجم العينة حتـــى 880 ولادة، فإن مجال الثقة باحتمال 95% سيتقلص

هـــ – سيكون من المستحيل الحصول على هذه المعطيات إذا كانت النســـبة لجميع النساء 10%

E 8 تمرين: متوسطات عينات كبيرة

يلخص الجدول (4.8) المعطيات المجمعة في دراسة المغنـــزيوم بالبلازما لمرضى الداء السكري. وقد كان المراقبون من السكريين جميعهم يعتمدون على الأنسولين ويترددن على عيادة الداء السكري لمدة تزيد عن خمسة أشهر. أما المجموعة الشاهد غير السكرية فهي خليط من أشخاص معطين للدم. وأشخاص ملازمين لمراكز يومية لكبار السن، لاعطاء توزيع واسع للعمر. وبفرض أن معنـــزيوم البلازما يتبع التوزيع الطبيعي بشكل جيد.

الجدول 4.8 : مغنـــزيوم البلازما لدى المرضى المعتمدين على الأنسولين المجموعة الشاهد من الأصحاء

	العدد	المتوسط	الانحراف المعياري
المرضى المعتمدون على الأنسولين	227	0.719	0.068
المجموع الشاهدة من الأصحاء	140	0.810	0.057

1. عين مجالاً يتضمن 95% من قياسات مغنـــزيوم البلازما من المجتمع الشاهد. وهذا ما ندعوه مجال الدلالة باحتمال 95% الموصوف بإسهاب في الفقرة (5.15). فهي تخبرنا عن أشياء حول توزيع مغنـــزيوم البلازما في المجتمع.

2. ما هي نسبة المرضى المعتمدين على الأنسولين الواقعة في مجال الدلالة باحتمال 95%؟ (توجيه: أوجد عدد الانحرافات المعيارية اعتماداً على متوسط السكريين، ثم استخدم جدول التوزيع الطبيعي الجدول 1.7 لايجاد احتمال هذه الزيادة).
3. أوجد الخطأ المعياري لمتوسط مغنـــزيوم البلازما لكل مجموعة.
4. أوجد مجال الثقة باحتمال 95 % لمتوسط مغنـــزيوم البلازما في مجتمع الأصحاء. يختلف مجال الثقة هذا عن المجال المرجعي الموافق لاحتمال 95%؟ لماذا يختلفان؟
5. أوجد الخطأ المعياري للفرق بين متوسطي مغنـــزيوم البلازما للمرضى المعتمدين على الأنسولين، وبين الأشخاص الأصحاء.
6. أوجد مجال الثقة باحتمال 95 % للفرق بين متوسط مغنـــزيوم البلازما للمرضى المعتمدين على الأنسولين، والأشخاص الأصحاء. هل يوجد أي دليل أن مغنـــزيوم البلازما لدى المرضى السكريين أقل منه لدى غير المرضى في المجتمع الذي أخذت منه المعطيات.
7. هل مغنـــزيوم البلازما يعد اختباراً جيداً لمرض الداء السكري؟

الفصل التاسع

اختبارات الاعتداد Significance tests

1.9 اختبار الفرضيات Testing hypothesis

عالجنا في الفصل الثامن التقدير، والدقة في حساب التقديرات. وهذا شكل من أشكال الاستدلال الإحصائي، وهو الطريقة التـــي نستخدم فيها العينات لاستخلاص نتائج تتعلق بالمجتمعات الإحصائية التـــي سحبت منها هذه العينات. وفي هذا الفصل سنقدم شكلاً آخر من الاستدلال هو اختبار الاعتداد أو اختبار الفرضيات.

يمكّننا اختبار الاعتداد من قياس قوة الدلالة التـــي تزودنا بها المعطيات متخذين بعض الفروض ذات الأهمية. لنتخذ كمثال تجربة العبور التقاطعي في معالجة الذبحة الصدرية باستخدام الـــ (Pronethalol) حسب الفقرة (6.2). يبين الجدول (1.9) عدد الهجمات على مدى أربعة أسابيع لكل معالجة. يشكل هؤلاء المرضى الأثنا عشر عينة من مجتمع المرضى. ولنتساءل هل يتعرض الآخرون من هذا المجتمع لعدد أقل من الهجمات أثناء استعمالهم الـــ (Pronethalol)؟ يمكننا أن نرى أن عدد الهجمات يتغير بشكل كبير من مريض لآخر، وربما من فترة زمنية لأخرى. وهكذا فإن بعض المرضى الذين يتناولون الـــ (Pronethalol) قد يتعرضون لعدد أقل من الهجمات بمحض المصادفة من أولئك الذين يأخذون "غفلاً". ونتساءل ما إذا كان الفرق الملاحظ في اختبار الاعتداد هو من الصغر بحيث يرد إلى مجرد المصادفة إذا لم يكن ثمة فرق حقيقي في المجتمع الإحصائي. إذا كان الأمر كذلك فإن الدلالة على وجود فرق بين مدتـــي المعالجة سيكون ضعيفاً. من جهة ثانية إذا كان الفرق أكبر

بكثير مما يمكن أن يعزى للمصادفة، في حال عدم وجود فرق بين المجتمعين، فإن الدلالة على وجود فرق حقيقي ستكون قوية.

لإنجاز اختبار الاعتداد، نفرض أنه لا يوجد فرق بين المعالجتين على مستوى المجتمع الإحصائي، هذا الافتراض يدعى **الفرضية الابتدائية (null hypothesis)** ونختزل ذلك بالعبارة "لا يوجد فرق" على مستوى المجتمع. فإذا لم يكن هذا صحيحاً أي إذا وجد فرق بين المعالجتين، في اتجاه ما أو في الاتجاه الآخر، فإن **الفرضية البديلة** ستكون صحيحة. ثم نوجد احتمال حصولنا على معطيات تختلف عما يمكن توقعه، في حال صحة الفرضية الابتدائية، كاختلاف تلك المعطيات عن المشاهدة فعلياً. فإذا كان هذا الاحتمال كبيراً فالمعطيات توافق مع الفرضية الابتدائية. أما إذا كان هذا الاحتمال صغيراً، فمن غير المحتمل أن نحصل على مثل هذه المعطيات في حال كون الفرضية الابتدائية صحيحة، ويكون القرار لصالح الفرضية البديلة.

الجدول 1.9 : تجربة البروتينالول للوقاية من الذبحة الصدرية

عدد الهجمات عندما يتناول المريض		الفرق	إشارة
عفل	بروتينالول	عفل — بروتينالول	الفرق
71	29	42	+
323	348	−25	−
8	1	7	+
14	7	7	+
23	16	7	+
34	25	9	+
79	65	14	+
60	41	19	+
2	0	2	+
3	0	3	+
17	15	2	+
7	2	5	+

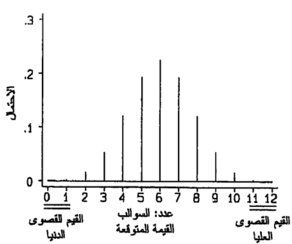
2.9 مثال: اختبار الإشارة An example: the sign test

سنصف الآن اختباراً اعتدادياً خاصاً هو "اختبار الإشارة" وذلك لاختبار الفرضية التي تفيد أن الـ (Pronethalol) و"الغفل" لهما التأثير نفسه في معالجة الذبحة الصدرية. لنأخذ

الفروق بين عدد الهجمات في كلتا المعالجتين لكل مريض، كما هو مبين في الجدول (1.9) فإذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة، فإن الفروق في عدد الهجمات يمكن أن يكون موجباً أو سالباً عشوائياً. فاحتمال أن يكون التغير سالباً يساوي احتمال أن يكون موجباً، وهكذا فكل من الاحتمالين يساوي النصف. ثم إن عدد الحالات السالبة هو متغير حدانـــي الفقرة (4.6) حيث $n = 12$ و$p = 0.5$ (إذا وجد مرضى لهم العدد ذاته من الهجمات في كلا النظامين فيمكننا استبعادهم لأنهم لا يزودننا بأي استعلام حول اتجاه الفرق بين المعالجتين. ففي هذا الاختبار تمثل n عدد المرضى الذين توجد لديهم فروق باتجاه أو بآخر).

إذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة، ما هو احتمال حصولنا على مشاهدة من هذا التوزيع هي من الكبر بقدر القيمة المشاهدة فعلاً؟ العدد المتوقع للسوالب هو $np = 6$، ما هو احتمال حصولنا على قيمة تبعد عن المتوسط هذا بقدر بعد القيمة المشاهدة؟ نلاحظ أن عدد الفروق السالبة يساوي الواحد. واحتمال حصولنا على مثل هذه النتيجة يساوي:

$$\frac{n!}{r!\,(n-r)!}\,p^r(1-p)^{n-r} = \frac{12!}{1!11!}\times 0.5^1 \times 0.5^{11} = 12\times 0.5^{12} = 0.002\,93$$



الشكل 1.9 : القيم القصوى للتوزيع الحدانـــي في اختبار الإشارة

وهذه حادثة من المستبعد وقوعها. وسنهتم باحتمال حصولنا على قيمة بعيدة عن القيمة المتوقعة 6 كبعد 1 عنها أو أبعد. من الواضح أن الصفر أبعد فيجب أن يُتضمن في حساب الاحتمال. ويكون احتمال الصفر (أي احتمال عدم وجود أي من السوالب) هو:

$$\frac{12!}{0!12!} \times 0.5^0 \times 0.5^{12} = 0.00024$$

وهكـــذا فـــإن احتمـــال وجـــود ســـالب واحـــد أو أقـــل هـــو المجمـــوع 0.00317 = 0.00024 + 0.00293 فالفرضية الابتدائية هي عدم وجود فرق، فتكون الفرضية البديلة يوجد فرق باتجاه أو بآخر. ولذلك يجب أن نأخذ بعين الاعتبار حصولنا على قيمة قصوى في الطرف الآخر من المتوسط توافق الحصول على 11 سالباً أو 12 الشكل (1.9) فاحتمال الحصول على 11 سالباً أو 12 يساوي 0.00317 أيضاً، لأن التوزيع متناظر، ومنه احتمـــال حصولنا على قيمة متطرفة في أي من الاتجاهين لها بعد القيمة المشاهدة هو 0.00634 = 0.00317 + 0.00317. وهذا يعنـــي أنه إذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة أمكننا الحصول على عينة من التطرف بحيث أن احتمال ظهورها بالمصادفة هو 0.006، أي أقل من 0.01.

وهكذا نكون قد حصلنا على حادثة نادرة الوقوع، في حال صحة الفرضية الابتدائية، وهذا يعنـــي أن المعطيات لا تتوافق مع هذه الفرضية، ونستخلص من ذلك وجود دليل قوي يرجح وجود فرق بين المعالجتين (وبما أن هذه تجربة عشوائية ثنائية التعمية، فمن المعقول افتراض أن هذا كان بسبب فعالية الدواء).

3.9 مبادئ اختبارات الاعتداد

Principles of significance tests

يُعد اختبار الإشارة مثالاً لاختبارات الاعتداد، ونسمي عدد الإشارات السالبة في هذه الحالة: **إحصائية الاختبار (test statistic)** وهو ما نحسبه من المعطيات، ويمكننا استخدامه لاختبار الفرضية الابتدائية. والطريقة العامة لاختبارات الاعتداد تجري كما يلي:

1. نضع الفرضية الابتدائية، والفرضية البديلة لها.
2. نحسب قيمة إحصائية الاختبار.
3. نرجع إحصائية الاختبار إلى توزيع معروف، تخضع له هذه الإحصائية في حال صحة الفرضية الابتدائية.

4. نوجد احتمال أن تبلغ قيمة احصائية الاختبار القيمة المشاهدة أو تزيد عنها، في حالة صحة الفرضية الابتدائية.
5. نستنتج أن المعطيات تتوافق أو لا تتوافق مع الفرضية الابتدائية.

سنتعامل في هذا الفصل وما يتبعه من فصول مع اختبارات متعددة للاعتداد وسوف نرى أنها جميعاً تتبع هذه الخطة.

إذا كانت المعطيات لا تتوافق مع الفرضية الابتدائية، فيقال إن الفرق يُعتد به إحصائياً **"statistically significant"** ونقول أحياناً إننا نرفض هذه الفرضية، أما إذا كانت المعطيات تتوافق مع هذه الفرضية فنقول إننا نقبلها. ولكن التوصل إلى اتخاذ مثل هذا القرار "الكل أو لا شيئ" نادراً ما يلائم البحوث الطبية. فمن المفضل التفكير في احتمال اختبار الاعتداد، كمؤشر على قوة الدلالة مقابل الفرضية الابتدائية. كما أن العبارة "نقبل الفرضية الابتدائية" هي أيضاً مضللة لأنها تتضمن أننا استنتجنا أن الفرضية الابتدائية صحيحة مع أننا لم نفعل هذا. ولا نستطيع أن نبرهن إحصائياً أن تأثير المعالجة مثلاً غير قائم، فمن الأفضل القول إننا لم نرفض الفرضية أو نقول لقد فشلنا في رفضها.

إن احتمال حصولنا على مثل هذه القيمة القصوى لإحصائية الاختبار إذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة، تدعى غالباً **القيمة P**. وهي ليست احتمال أن تكون فرضية الابتدائية صحيحة، هذا اعتقاد خاطئ، فالفرضية الابتدائية هي إما صحيحة أو خاطئة، فهي ليست كمية عشوائية وبالتالي ليس لها احتمال. وأظن أن كثيراً من الباحثين قد استخدموا اختبارات الاعتداد بكفاءة تامة بالرغم من امتلاكهم لهذه الفكرة الخاطئة.

4.9 مستويات الاعتداد وأنواع الأخطاء

Significance levels and types of error

ما يزال علينا أن نطرح السؤال التالي ما هو الصغر الذي نعنيه؟ إن الاحتمال 0.006 في المثال السابق هو صغير وضوحاً، وهذا يعنـــي أن لدينا حادثة غير محتملة الوقوع. ولكن ماذا نقول عن الاحتمال 0.06 أو 0.1؟ نفرض أننا اتخذنا الاحتمال 0.01 أو أقل كمستوى دلالة معقولة ضد الفرضية الابتدائية. فإذا كانت هذه الفرضية صحيحة نكون قد اتخذنا قراراً

خاطئاً بنسبة 0.01. نسمي القرار المتخذ ضد الفرضية الابتدائية **الخطأ من النوع الأول (type I error)** أو **الخطأ** α. كما نحصل على **الخطأ من النوع الثانـــي (type II error)** أو **الخطأ** β إذا لم نرفض الفرضية الابتدائية التـــي هي في الواقع خاطئة. (α وβ حرفان يونانيان يلفظان ألفا وبيتًا) والآن كلما كان الاحتمال الذي نتطلبه صغيراً قبل أن نقرر رفض الفرضية الابتدائية كلما اقتضى أن يكون الفرق الملاحظ كبيراً، وهكذا سيزداد احتمال أن نغفل الفروق الحقيقة. وبتقليص مخاطرة الوقوع في الخطأ من النوع الأول، ستزداد مخاطرة الوقوع في الخطأ من النوع الثانـــي.

والحل التوفيقي أن نقول أن الفروق التـــي يُعتد بها لا يقل الاحتمال فيها عن 0.05. وهذا توجه معقول ولكن يجب ألا يتخذ كشيء مطلق. إذ ليس ثمة فرق كبير بين الاحتمالين 0.06 و0.04 وهما يشيران بالتأكيد إلى قوة دلالة متماثلة. ومن الأفضل أخذ الاحتمالات حول القيمة 0.05 لتزودنا ببعض الدلالة ضد الفرضية الابتدائية، والتـــي تزداد قوة كلما تناقص الاحتمال. فإذا اتفقنا أن الفرق مما يُعتد به، فإن الاحتمال يسمى أحياناً مستوى الاعتداد. ونقول أن **مستوى الاعتداد** يكون عالياً إذا كانت قيمة P منخفضة.

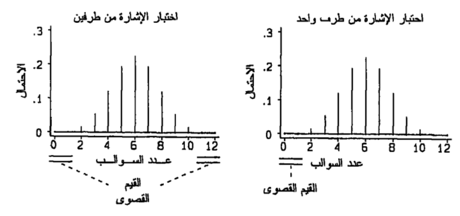
5.9 اختبارات الاعتداد من طرف واحد ومن طرفين

One and two sided tests of significance

في المثال السابق كانت الفرضية البديلة: يوجد فرق في أحد الاتجاهين أو في الاتجاه الآخر، يسمى هذا الاختبار من **طرفين** أو **اختبار الذيلين** لأننا استخدمنا احتمالات القيم القصوى في كلا الاتجاهين. من الممكن اتخاذ الفرضية البديلة: وجود تناقص في الهجمات لدى المعالجة بـــ (Pronethalol) في الحالة التـــي تكون فيها الفرضية الابتدائية: إن عدد الهجمات في المعالجة (بالغفل) تساوي مثيلتها لدى المعالجة بـــ (Pronethalol) أو أقل منها. وهذا يعـــطي P = 0.00317. وهو طبعاً أعلى من مستوى الاعتداد للاختبار من الطرفين. نسمي هذا الاختبار، اختبار **الطرف الواحد** أو اختبار **الذيل الواحد** الشكل (2.9). وتعليل هذا أن علينا أن نتجاهل الحالات التـــي يكون فيها الدواء الفعال مؤذياً للمرضى. وإذا كان ما قلناه يعنـــي: إذا لم تبرهن هذه التجربة على تراجع الذبحة الصدرية باستخدام الـــ (Pronethalol)

فلن نستخدمه مرة ثانية، فهذا سيكون معقولاً، ولكن طرائق البحوث الطبية لا تتم وفق هذا، لذا علينا أن نستخدم طريقة في الاستدلال تمكّننا من التحري عن التأثيرات في كل اتجاه.

هل الاختبار ذو الطرف الواحد هو المعيار أم الاختبار ذو الطرفين؟ هذا هو الموضوع الهام المطروح بين الأطباء، فيما يتعلق بالطرائق الإحصائية. ربما كان الافتراض المتبنـى يتوقف على الحقل الذي يجري فيه الاختبار عادة. ففي العلوم البيولوجية نادراً ما يكون للمعالجات مفعول واحد فقط، والعلاقات بين المتغيرات تكون عادة معقدة. وغالباً ما تكون اختبارات الطرفين هي المفضلة.



الشكل 2.9 : اختبار من طرف واحد واختبار من طرفين

إلا أنه توجد حالات يكون فيها الاختبار من طرف واحد أكثر ملائمة. لقد قامت (Luthra ورفاقها 1982) بدراسة تأثير إجراءات التقصي مثل تنظير جوف البطن وتمويه البوق على الخصوبة عند النساء قبل سن البلوغ، وتناولت الدراسة مجموعة من النساء حضرن إلى عيادة العقم. روقبت هذه النساء لعدة أشهر، وقد حمل بعضهن خلال هذه الفترة ثم أخضع للتنظير أولئك اللواتـي لم يخصبن بعد. ثم روقبن لعدة أشهر أخرى وقد حمل بعضهن أيضاً. أجريت مقارنة بين معدل الحمل في الفترة ما قبل التنظير مع الفترة التـي بعده. وطبعاً لم تخضع النساء اللاتـي حملن خلال الفترة الأولى، للتنظير، فكانت النتيجة أنه كلما كانت خصوبة المرأة أقل، كلما طالت المدة التـي من المحتمل أن تستغرقها كي تحمل. وهكذا فالنساء اللاتـي خضعن للتنظير سيكون معدل حملهن أقل (بمقدار غير معروف) من المجموعة

الكبيرة الداخلة في الدراسة، لأن النساء الأكثر خصوبة قد حملن قبل أن يأتــي دورهن في التنظير. لمعرفة الآن ما إذا كان التنظير يزيد الخصوبة، يمكننا اختبار الفرضية التالية: إن معدل الحمل بعد التنظير أقل منه قبل التنظير أو يساويه، مقابل الفرضية البديلة: إن معدل الحمل بعد التنظير أعلى منه قبله. ويكون اختبار الذيلين غير ملائم هنا، لأنه إذا لم يكن للتنظير تأثير على الخصوبة ، فالمعدل بعد التنظير يتوقع أن يكون أدنى، والمصادفة لا تدخل في ذلك. في الحقيقة معدل الحمل بعد التنظير كان عالياً والفرق يعتد به وضوحاً.

6.9 الاعتداد واقعاً وأهمية Significant real and important

إذا كان الفرق مما يعتد به إحصائياً، فمن الممكن أن يكون حقيقياً فعلاً، ولكن ليس من الضروري أن يكون هاماً. لننظر مثلاً إلى تأثير دواء ما على ضغط الدم. نفرض أننا وجدنا أن الدواء يرفع ضغط الدم بمعدل 1 مم زئبقي، وأن هذا مما يعتد به إحصائياً. ولكن ارتفاع الضغط 1 مم ليس مهماً سريرياً، فبالرغم من إمكان حدوث هذا فليس الأمر ذا شأن، فهو مما يعتد به إحصائياً ولكنه غير مهم.

من جهة ثانية، إذا كان الفرق لا يعتد به إحصائياً، فيمكن أن يكون مع ذلك حقيقياً. ويمكننا بسهولة إيجاد عينة صغيرة جــداً لنبين أن الفــرق موجــود، وبالإضافة لذلك، يمكن أن يكون هامــاً أيضــاً. إن الفرق في معــدل الوفيات في تجربــة مضــاد التخثر لـــ (Carleton) ورفاقه (1960) الموصوفة في الفصل الثانـــي لم يكن مما يعتد به، فالفرق في النسبة المئوية للذين بقوا على قيد الحياة كانت 5.5 لصالح المعالجة الفعالة. من جهة ثانية، فقد أورد المؤلفون أيضاً مجالاً للثقة للفرق في النسب المئوية للبُقيا، كانت نقطة النسبة المئوية 24.2 لصالح الـــ (heparin) مقابل نقطة النسبة المئوية 13.3 لصالح معالجة الشاهدة. إن الفرق في البُقيا المقابل لنقطة النسبة المئوية 24 لصالح المعالجة هو مهم بالتأكيد، فإذا ثبت أنه مما لا يعتد به فلا يقتضي هذا أنه لا يوجد تأثير. وهذا يعنـــي أننا فشلنا في إثبات وجود أي منهما.

7.9 مقارنة متوسطات عينات كبيرة

Comparing the means of large samples

وجدنا سابقاً في الفقرة (5.8) أنه إذا كانت لدينا عينتان حجماهما n_1 وn_2 ومتوسطاهما $\bar{x}_1$ و $\bar{x}_2$، كما أن خطئيهما المعياريين هما se_1 وse_2. فيكون الخطأ المعياري لتقدير الفرق $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$ هو $\sqrt{se_1^2 + se_2^2}$ وبالإضافة لذلك إذا كانت n_1 وn_2 كبيرتين فإن $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$ يتوزع توزعاً طبيعياً متوسطه $\mu_1 - \mu_2$ وهو فرق متوسطي المجتمعين، وانحرافه المعياري يقدر تماماً بالخطأ المعياري للتقدير. ويساعدنا هذا في إيجاد مجال الثقة للفرق بين المتوسطين وهو:

$$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - 1.96\sqrt{se_1^2 + se_2^2} \text{ to } \bar{x}_1 - \bar{x}_2 + 1.96\sqrt{se_1^2 + se_2^2}$$

ويمكننا استخدام هذا المجال لإنجاز اختبار الاعتداد للفرضية الابتدائية التـــي تفيد أن الفرق بين المتوسطين يساوي الصفر، وهذا يعنـــي أن الفرضية البديلة هي عدم تساوي μ_1 و μ_2. فإذا كان مجال الثقة يحوي الصفر فإن احتمال حصولنا على مثل هذه المعطيات الحدية أكبر من 0.05 (أي 0.95 – 1) إذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة. أما إذا كان مجال الثقة لا يحوي الصفر، فإن احتمال مثل هذه المعطيات الحدية بفرض صحة الفرضية الابتدائية هي أقل من 0.05 والفرق يعتد به. وكطريقة أخرى لإنجاز هذا الاختبار هي أن نلاحظ أن:

$$z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{se_1^2 + se_2^2}}$$

تتوزع توزعاً طبيعياً معيارياً وهذا يعنـــي أن متوسطه يساوي الصفر وانحرافه المعياري يساوي 1. وبناءً على الفرضية الابتدائية التـــي تفيد أن $\mu_1 = \mu_2$ أو $\mu_1 - \mu_2 = 0$ تصبح احصائية الاختبار:

$$z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{se_1^2 + se_2^2}}$$

فإذا وقعت بين القيمتين – 1.96 و + 1.96 فاحتمال مثل هذه القيمة الحدية هو أكبر من 0.05 والفرق لا يعتد به. أما إذا كانت إحصائية الاختبار أكبر من 1.96 أو أقل من – 1.96

فاحتمال ظهور مثل هذه المعطيات أقل من 0.05 إذا كانت الفرضية الأبتدائية صحيحة، والمعطيات لا تتوافق مع هذه الفرضية. والفرق يعتد به بمستوى 0.05.

ففي دراسة الأعراض التنفسية في مثال مدرسة الأطفال الوارد في الفقرة (5.8)، نريد أن نعرف فيما إذا كان الأطفال الذين أفادوا بأنهم يتعرضون لأعراض تنفسية، يملكون رئات لا تقوم بوظائفها بشكل جيد، أكثر من الأطفال الذين لم يفيدوا بهذا. ففي هذا المثال أفاد 92 طفلاً أنهم يتعرضون للسعال أثناء النهار أو أثناء الليل، ومتوسط الـ PEFR هو 294.8 ليتر/دقيقة بانحراف معياري 57.1 ليتر/دقيقة. كما أفاد 1643 طفلاً بأن ليس لديهم ثمة أعراض، وكان متوسط الـ PEFR لديهم 313.6 ليتر/دقيقة بانحراف معياري 55.2 ليتر/دقيقة. وهكذا يكون لدينا عينتان كبيرتان، حيث يمكننا تطبيق اختبار التوزيع الطبيعي. لدينا:

$$se^1 = \sqrt{\frac{s_1^2}{n^1}} = \sqrt{\frac{57.1^2}{92}} \quad \text{و} \quad se^2 = \sqrt{\frac{s_2^2}{n_2}} = \sqrt{\frac{55.2^2}{1643}}$$

فالفرق بين المجموعتين هو: $\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 294.8 - 313.6 = -18.8$ والخطأ المعياري للفرق هو:

$$\text{SE}\,(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) = \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_1}} = \sqrt{\frac{57.1^2}{92} + \frac{55.2^2}{1643}} = 6.11$$

وإحصائية الاختبار هي:

$$\frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\text{SE}\,(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)} = \frac{-18.8}{6.11} = -3.1$$

وبناء على الفرضية الابتدائية فإن هذه المشاهدة تتبع التوزيع الطبيعي المعياري وهكذا فإن $P < 0.01$ الجدول (2.7) فإذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة فالمعطيات الملاحظة لا تبدو محتملة الوجود. ويمكننا أن نستنتج وجود دلالة جيدة أن الأطفال الذين أفادوا بأنهم يتعرضون للسعال أثناء النهار أو الليل تقل كمية الـ PEFR عندهم عن الأطفال الآخرين.

في هذه الحالة، لدينا طريقتان لاستخدام الخطأ المعياري نفسه: إما لتقدير مجال الثقة، أو في اختبار الاعتداد. ومجال الثقة يُفضل عادة لأنه لا يدل على وجود الفرق فحسب، وإنما يعطينا فكرة عن حجمه، ولهذا أهمية، خاصة عندما يكون الفرق لا يعتد به. مثلاً في الدراسة السابقة أفاد 27 طفلاً أهم يجدون بلغماً أثناء النهار أو في الليل ومتوسط الـــ PEFR عند هؤلاء 298.0 ليتر/د بانحراف معياري 53.9 ليتر/د ومنه الخطأ المعياري للمتوســـط هـــو 10.4 ليتر/د. وهو أكبر من الخطأ المعياري للمتوسط للذين يعانون من السعال. والسبب في ذلك أن حجم العينة أصغر. أما الأطفال الـــ 1708 الذين أفادوا بعدم وجود هذا العرَض كان متوسط الـــ PEFR عندهم 312.6 ليتر/د، والانحراف المعياري 55.4 ليتر/د، وهذا يعطي خطأ معيارياً 1.3 ليتر/د ويكون الفرق بين المتوسطين، – 14.6 بخطأ معياري يعطى بالعبارة $10.5 = \sqrt{10.4^2 + 1.3^2}$ وتكون إحصائية الاختبار:

$$\frac{-14.6}{10.5} = -1.4$$

واحتمال هذه النتيجة حوالي 0.16، وتتوافق المعطيات مع الفرضية الابتدائية. مـــن جهة ثانية فإن مجال الثقـــة باحتمـــال 95% للفـــرق هـــو مـــن $-14.6 - 1.96 \times 10.5$ إلى $-14.6 + 1.96 \times 10.5$ أو من -35 إلى 6 ليتر/د. ونرى أن هذا الفرق يضاهي في الكبر الفرق في تجربة السعال. ونظراً لأن حجم العينة الصغرى ليس كبيراً بقدْر كاف، فالاختبار هو أقل إمكاناً في الكشف عن الفرق لدى مقارنة البلغم منه في مقارنة السعال. وقد نوقشت أفضلية مجالات الثقة على اختبارات الاعتداد من قبل Gardner وAltman (1986).

8.9 مقارنة نسبيتين Comparison of two proportions

نفرض أننا نرغب في مقارنة نسبتين p_1 وp_2 مُقدرتين من عينتين مستقلتين وكبيرتين حجماهما n_1 وn_2. إن الفرضية الابتدائية هنا أن النسبتين في المجتمعين اللذين أخذت منهما العينتان متساويتان ولتكن القيمة المشتركة لهما p مثلاً. وبما أن النسبتين في هاتين المجموعتين

متساويتان بناء على هذه الفرضية، فيمكننا إيجاد التقدير المشترك لهذه النسبة وتوظيفها لتقدير الأخطاء المعيارية. تقدر النسبة المشتركة من المعطيات بالعبارة.

$$p = \frac{r_1 + r_2}{n_1 + n_2}$$

حيث: $p_1 = r_1/n_1$ و$p_2 = r_2/n_2$ ونريد الآن أن نجري استدلالات ابتداء من الفرق بين نسبتـــي العينتين، $p_1 - p_2$، ولذا سنحسب الخطأ المعياري لهذا الفرق:

$$\mathrm{SE}(p_2) = \sqrt{\frac{p\,(1-p)}{n_2}} \qquad \mathrm{SE}(p_1) = \sqrt{\frac{p\,(1-p)}{n_1}}$$

$$\mathrm{SE}\,(p_1 - p_2) = \sqrt{\mathrm{SE}(p_1)^2 + \mathrm{SE}(p_2)^2}$$

وبما أن العينتين مستقلتان فإن:

$$\mathrm{SE}\,(p_1 - p_2) = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n_1} + \frac{p(1-p)}{n_2}} + \sqrt{p(1-p)\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}$$

حيث p تعتمد على معطيات أخرى غير المحسوبة p_1 وp_2. فإذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة فإن الأخطاء المعيارية المحسوبة بهذه الطريقة هي أدق من تلك المقدرة في الفقرة (6.8) حيث استخدمت p_1 وp_2 بشكل منفصل. وعندها نجد إحصائية الاختبار.

$$z = \frac{p_1 - p_2}{\mathrm{SE}(p_1 - p_2)} = \frac{p_1 - p_2}{\sqrt{p(1-p)\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

وبفرض تحقق الفرضية الابتدائية، فإن متوسط هذه الإحصائية يساوي الصفر. ونظراً لكبر العينة، نفترض أن p مقدرة بشكل يمثل المقدار $\sqrt{p(1-p)\,(1/n_1 + 1/n_2)}$ تقديراً جيداً للانحراف المعياري للتوزيع الذي أخذ منه الفرق $p_1 - p_2$، أي يمثل الخطأ المعياري، كما يمكن أن نفترض $p_1 - p_2$ مأخوذة من توزيع طبيعي. وهكذا، إذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة فإحصائية الاختبار ستتبع التوزيع الطبيعي المعياري.

نظرنا في الفقرة (6.8) في نسب الأطفال الذين سبق أن تعرضوا لالتهاب القصبات في طفولتهم، والذين لم يسبق لهم هذا، والذين أفادوا بإصابتهم بأعراض تنفسية في الكبر. فكان لدينا 273 طفلاً أصيبوا بالتهاب قصبات قبل سن الخامسة وقد أفاد 26 منهم بتعرضهم لنوبات سعال ليلاً ونهاراً في سن الرابعة عشرة. كما كان لدينا 1046 طفلاً لم يسبق أن أصيبوا بالتهاب القصبات قبل سن الخامسة، أفاد 44 منهم أنهم يعانون من السعال في الرابعة عشرة. وسنختبر الفرضية التالية: إن انتشار الأعراض التنفسية هو نفسه في كلا المجتمعين، مقابل الفرضية البديلة ليس انتشار الأعراض نفسه.

يوجد لديهم التهاب قصبات	ليس لديهم التهاب قصبات
$n_1 = 273$	$n_2 = 1046$
$p_1 = 26/273 = 0.095\ 24$	$p_2 = 44/1046 = 0.04207$

$$p = \frac{26+44}{273+1046} = 0.05307$$

$$p_1 - p_2 = 0.04207 - 0.09524 = 0.05317$$

$$\mathrm{SE}\,(p_1 - p_2) = \sqrt{p(1-p)\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}$$

$$= \sqrt{0.05307 \times (1 - 0.05307) \times \left(\frac{1}{273} + \frac{1}{1046}\right)} = 0.01524$$

$$\frac{p_1 - p_2}{\mathrm{SE}(p_1 - p_2)} = \frac{0.05317}{0.1524} = 3.49$$

بالعودة لجدول التوزيع الطبيعي. الجدول (2.7)، نجد احتمال مثل هذه القيمة الحدية هو أقل من 0.01، ونستنتج من هذا أن المعطيات لا تتوافق مع الفرضية الابتدائية. ويوجد دليل قوي أن الأطفال ذوي الماضي المرضي هم أكثر احتمالاً أن يصابوا بالسعال في سن الرابعة عشرة.

وليلاحظ أن الخطأ المعياري المستخدم هنا ليس هو نفسه الذي وجدناه في الفقرة (6.8)، ولا يكون صحيحاً إلا إذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة. وعبارة الفقرة (6.8) يجب أن

تستخدم لإيجاد مجال الثقة. وهكذا فالخطأ المعياري المستخدم في الاختبار ليس مطابقاً لذاك المستخدم في التقدير، كما كان الأمر في مقارنة متوسطين. من الممكن أن يكون الاختبار معتداً به، ومجال الثقة مع ذلك يحوي الصفر.

هذه هي طريقة العينات الكبيرة، وهي مكافئة لاختبار كاي مربع في حالة جدول 2x2 حسب الفقرتين (1.13) و(2.13). أما الطرائق المتبعة في حالة العينات الصغيرة، ومقدار صغر العينة فستناقش في الفقرتين (3.13) و(6.13).

لنلاحظ أننا لا نحتاج لاختبار مختلف لمعدل نسبتين، فالفرضية الابتدائية التـي تفيد: إن معدل النسبتين في المجتمع يساوي الواحد، تكافئ الفرضية القائلة: إن فرق النسبتين في المجتمع يساوي الصفر.

9.9 قوة الاختبار The power of a test

إن اختبار مقارنة المتوسطات الوارد في الفقرة (7.9) يُرجح في اكتشاف الفروق الكبيرة بين مجتمعين أكثر من الفروق الصغيرة فاحتمال أن ينتج اختبار ما فرقاً يُعتد به بمستوى اعتداد معطى يسمى قوة الاختبار، ففي اختبار مفروض، تتوقف قوة الاختبار على الفرق الحقيقي بين المجتمعات المتقارنة، وحجوم العينات، ومستوى الاعتداد المختار. وقد لاحظنا سابقاً في الفقرة (4.9)، أن الحصول على فرق يعتد به بمستوى اعتداد 0.05 أكثر احتمالاً منه بمستوى 0.01. وتكون قوة الاختبار أكبر إذا كانت قيمة P مختارة بحيث تجعل مستوى الاعتداد أكبر.

فتستطيع مثلاً حساب قوة الاختبار في مقارنة متوسطين بسهولة. فالفرق $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$ هو مشاهدة تنتمي للتوزيع الطبيعي بمتوسط $\mu_1 - \mu_2$ وبانحراف معياري $\sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}$، وهو الخطأ المعياري للفـــرق والذي نرمز له بـــ se_{diff}. أما إحصائية الاختبار الموافقة للفرضية الابتدائية $\mu_1 = \mu_2$ هي $(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)/se_{diff}$. ويكون الاختبار معتداً به بمستوى 0.05 إذا كانت إحصائية الاختبار تبعد عن الصفر بمقدار يزيد عن 1.96. فإذا كانت $\mu_1 > \mu_2$،

فمن غير المرجح أبداً أن نجد $\bar{x}_1$ أقل اعتدادياً من $\bar{x}_2$، وهكذا فلكل فرق يعتد به لدينا $(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)/se_{diff} > 1.96$ بطرح الكمية $(\mu_1 - \mu_2)/se_{diff}$ من طرفي العلاقة السابقة نجد:

$$\frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{se_{diff}} - \frac{\mu_1 - \mu_2}{se_{diff}} > 1.96 - \frac{\mu_1 - \mu_2}{se_{diff}}$$

$$\frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - (\mu_1 - \mu_2)}{se_{diff}} > 1.96 - \frac{\mu_1 - \mu_2}{se_{diff}}$$

نلاحظ أن المقدار $(\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - (\mu_1 - \mu_2))/se_{diff}$ يتبع التوزيع الطبيعي المعياري وذلك لأننا طرحنا من الكمية $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$ تقديرها $\mu_1 - \mu_2$ وقسمنا الناتج على انحرافها المعياري se_{diff}، ويمكننا إيجاد احتمال أن يزيد هذا المقدار عن أية قيمة مفروضة z من العبارة $1 - \Phi(z)$ بالاستعانة بالجدول الطبيعي (1.7) ومنه قوة الاختبار، أي احتمال حصولنا على نتيجة يعتد بها، هي $1 - \Phi(z)$ حيث $z = 1.96 - (\mu_1 - \mu_2)/se_{diff}$.

لمقارنة الـ PEFR في الأطفال الذين يصاحب سعالهم بلغم والذين لا يصاحبه بلغم الفقرة (7.9). نفرض على سبيل المثال أن متوسطي المجتمعين في الحقيقة $\mu_1 = 310$ و$\mu_2 = 295$ ليتر/د، والانحراف المعياري لكل منهما 55 ليتر/د. وحجما العينتين $n_1 = 1708$ و$n_2 = 27$، ومنه الخطأ المعياري للفرق هو:

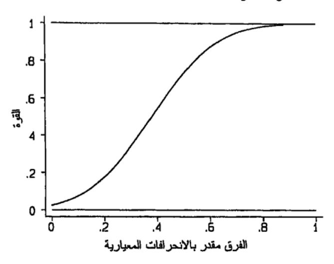
$$se_{diff} = \sqrt{\frac{55^2}{1708} + \frac{55^2}{27}} = 10.67 \text{ ليتر/د}$$

وفرق متوسطي المجتمعين اللذين نريد أن ندرسهما هو $\mu_1 - \mu_2 = 310 - 295 = 15$ وهكذا نجد:

$$1.96 - \frac{\mu_1 - \mu_2}{se_{diff}} = 1.96 - \frac{15}{10.67} = 1.96 - 1.41 = 0.55$$

من الجدول (1.7) نجد أن $\Phi(0.55)$ هو بين 0.691 و0.726 أي حوالي 0.71. وستكون قوة الاختبار 0.29 =0.71 – 1. وضمن هذه المعطيات ثمة فرصة ضعيفة لاكتشاف الفرق بين المتوسطين في هذا الاختبار، حتى لو كان موجوداً. وقوة الاختبار ستكون ضعيفة. والشكل (3.9) يبين كيف تتغير قوة الاختبار بتغير الفرق بين متوسطي المجتمعين. فكلما كبر

الفرق ازدادت القوة مقتربة أكثر فأكثر من الواحد. ولا يمكن للقوة أن تكون مساوية للصفر حتـــى لو كان فرق متوسطي المجتمعين معدوماً، وذلك لأنه يوجد دوماً إمكانية لوجود فرق يعتد به، حتـــى عندما تكون الفرضية الابتدائية صحيحة.



الشكل 3.9 : منحنـــي القوة بدلالة متوسطي عينتين حجماهما 1708 و 27

10.9 اختبارات الاعتداد المتعددة Multiple significance tests

إذا اختبرنا فرضية ما بمستوى اعتداد 0.05 مثلاً، وكانت هذه الفرضية صحيحة فعلاً، فإن احتمال أن نتوصل إلى قرار أن النتيجة التـــي حصلنا عليها لا يُعتد بها (وهذا يعنـــي أن الفرضية صحيحة) هو 95%. وإذا أجرينا اختباراً لفرضيتين مستقلتين وصحيحتين فإن احتمال ألا يعتد بأي من الاختبارين هو $0.90 = 0.92 \times 0.95$ الفقرة (2.6). وإذا اختبرنا 20 فرضية من هذه الفرضيات فإن احتمال ألا يعتد بأية واحدة منها هو $0.36 = (0.95)^{20}$ وهذا يقتضي أن يكون احتمـــال الحصول علـــى نتيجة واحـــدة يعتـــد بها علـــى الأقـــل هـــو $0.64 = 0.36 - 1$. فاحتمال الحصول على نتيجة واحدة يفوق احتمال ألا نحصل على شيء. والقيمة المتوقعة للنتائج التـــي يعتد بها والتـــي هي في الواقع زائفة هو $1 = 0.05 \times 20$.

إن كثيراً من الأبحاث الطبية قد أعدت باستخدام عدد كبير من اختبارات الاعتداد. هذه الاختبارات ليست عادة مستقلة، لكونها مطبقة على المجموعة ذاتها من المختبرين. وعليه

فالحسابات السابقة ليست صحيحة تماماً. ومهما يكن من أمر، فمن الواضح أنه إذا واصلنا إجراء الاختبارات عدداً كافياً، فستحصل على نتائج يعتد بها. ويجب أن نحذّر من تعليق أهمية كبيرة على نتيجة واحدة فقط يعتد بها من بين عدد كبير من التجارب لا يعتد بها. ولعلها النتيجة الوحيدة التـــي نحصل عليها بالمصادفة من بين 20 واحدة.

وهذا مهم خاصة عندما نجد أن التجربة السريرية أو الدراسة الوبائية لا تعطي على العموم فرقاً يعتد به، بينما يحدث العكس في حالة مجموعة جزئية خاصة من المختبرين، مثل مجموعة من النساء فوق الستين. فعلى سبيل المثال افترض (Lee ورفاقه 1980) تجربة سريرية لمعالجة مرضى الشريان التاجي وذلك بفرز 1073 من المرضى السابقين بشكل عشوائي إلى مجموعتين معالجتين، ثم اجري تحليل للمُخرجات كما لو أنها تجربة ذبحة صدرية أنجزت وفق معالجتين. وكان التحليل مفصلاً وشاملاً. وكما توقعنا فقد فشل في تبيان أي فرق ذي أهمية في البقاء على قيد الحياة بين أولئك المرضى المفرزين للمعالجتين. ثم أجريت تجزئة للمرضى وفق متغيرين يؤثران على سيرورة المرض. أولهما عدد الأوعية التاجية المريضة، وثانيهما ما إذا كان مخطط تقلص البطين الأيسر طبيعي أم لا. فالفرق الذي يُعتد به في البقاء على قيد الحياة بين المجموعتين المعالجتين موجود في أولئك المرضى الذين لديهم ثلاثة أوعية مريضة على الأكثر، وتقلص البطين الأيسر لديهم غير طبيعي. وبما أن هذه تشكل مجموعة جزئية من المرضى يتوقع أن تسوء حالتهم الصحية فإن النتائج من السهل تعليلها بالقول إن المعالجة الجيدة لها ميزة كبيرة لدى معظم المصابين بأمراض شديدة. ومغزى هذه القصة أنه إذا لم يكن ثمة فرق بين المعالجتين بشكل عام، فالفروق التـــي يعتد بها في المجموعات الجزئية، يجب أن ينظر إليها بقدر كبير من الشك. هذه الطريقة في البحث عن الفرق في تأثير المعالجة بين المجموعات الجزئية للمختبرين غير صحيح. والطريقة الصحيحة تقوم على استخدام التحليل متعدد العوامل كما هو مبين في الفصل 17 باتخاذ عاملين هما: المجموعة والمعالجة، واختبار التفاعل بين المجموعات والمعالجات. إن قوة اكتشاف مثل هذه التفاعلات هي ضعيفة تماماً، ونحتاج إلى عينة أكبر مما نحتاج إليه في تبيان الفرق الإجمالي.

هذا الفرق الزائف والذي يُعتد به يحدث لأنه عندما لا يوجد فرق حقيقي فإن احتمال عدم الحصول على فروق يعتد بها في ست مجموعات جزئية هو $0.74 = 0.59^6$ وليس 0.95.

ونستطيع أن نتعامل مع هذا الواقع باستخدام طريقة **بولفيروني (Bonferroni)**. في الحالة العامة إذا كان لدينا k اختباراً مستقلاً بمستوى اعتداد α لفرضيات صحيحة، فإن احتمال ألا نحصل على فروق يعتد بها هو $(1 - \alpha)^k$. إذا جعلنا α صغيرة بقدر كاف فنستطيع جعل احتمال ألا يكون أي من الاختبارات المنفصلة معتداً به يساوي 0.05. ثم إذا كان لأي اختبار من الاختبارات k قيمة P أقل من α، فسنحصل على فرق يُعتد به بين المعالجتين بمستوى 0.05، وبما أن α صغيرة جـــداً فيمكن البرهان علـــى أن $(1 - \alpha)^k \approx 1 - k\alpha$. إذا وضعنا $k\alpha = 0.05$، إذن $\alpha = 0.05/k$، وســـيكون لدينا احتمال 0.05 أن واحـــداً من الاختبارات k تكون قيمة P الموافقة له أقل من α إذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة. وهكذا إذا قارنا في تجربة سريرية معالجتين بفرز المرضى إلى خمس مجموعات جزئية فستكون المعالجات مختلفة اعتدادياً بمستوى 0.05 إذا وجدت قيمة لـــ P أقل من 0.01 في أية مجموعة جزئية منها، وتعرف هذه الطريقة باسم طريقة (Bonferroni). ولنلاحظ أن هذه المعالجات لا يعتد بها بمستوى 0.01، وإنما بمستوى 0.05 فقط.

يمكننا فعل الشيء ذاته بضرب قيمة P الملاحظة في الاختبارات التي يعتد بها بعـــدد هذه الاختبارات، k، فأية قيمة لـــ kP تتجاوز الواحد تكون مرفوضة. ثم لأية قيمة لـــ kP أصغر من 0.05، فالمعالجتان يُعتد بهما بمستوى 0.05.

قام (Williams) ورفاقه 1992 على سبيل المثال بفرز المرضى الأكبر سناً المُخرَّجين من المشفى إلى مجموعتين عشوائياً، مجموعة التدخُّل وهي تتلقى زيارات مجدولة من قبل مساعدين صحيين، أما الثانية، المجموعة الشاهد، و لم تتلق هذه زيارات ما لم توجد حاجة مقبولة لذلك. ثم قُوّم العجز الجسدي والحالة العقلية للمرضى بعد تخريجهم مباشرة ثم بعد ذلك بسنة باستخدام استبيانات أعدت لذلك. وقد لوحظ بوجه عام انه لا توجد فروق يعتد بها بين المجموعتين "مجموعة التدخُّل" والمجموعة الشاهد" في حين لوحظ بين النساء من فئة الأعمار (75-79) اللاتـــي يعشن وحيدات، أن المجموعة الشاهد أظهرت تدهوراً أكبر وفق المقياس الجسدي من مجموعة "التدخُّل" بمقدار ملحوظ. فكانت: $(P = 0.04)$، كما أظهر الرجال فوق الثمانين من المجموعة الشاهد تدهوراً أكبر في مقياس العجز الجسدي بالقدر الذي يُعتد به من مجموعة "التدخُّل" حيث كانت $(P = 0.03)$. وقد أقر بعض المؤلفين أنه من الممكن أن

تظهر فائدة التدخُّل في مجموعتين جزئيتين صغيرتين، ولكن يجب أن نتعامل مع هذه النتيجة بشيء من الحذر، فيمكن أن يرد هذا إلى عوامل المصادفة. صنف المختَبرون تقاطعياً وفق مجموعات الأعمار من جهة، والجنس والعيش المنفرد من جهة أخرى. وبهذا يمكن الحصول على ثماني مجموعات جزئية على الأقل، إن لم يكن أكثر. وحتى لو اتخذنا المقاييس الثلاثة بشكل منفصل، فإن قيمة P التي تقل عن $0.006 = 0.05/8$ فقط يمكن أن تزودنا بدليل على تأثير المعالجة، وبالمقابل فإن القيمة الحقيقية لـ P في الحالتين السابقتين هي: $8 \times 0.04 = 0.32$ و$8 \times 0.03 = 0.24$.

ونصادف مسألة مماثلة إذا ما نظرنا في قياسات مُخرجات متعددة. فعلى سبيل المثال قام (Newnham ورفاقه 1993) باختبار عشوائي لنساء حوامل لإخضاعهن لسلسة من الأمواج فوق الصوتية لقياس تدفق الدم أو للمراقبة وقد وجدوا نسبة عالية يعتد بها لأوزان المواليد تحت المئتين العاشر والثالث ($P = 0.006$) و($P = 0.02$) وهاتان نسبتان فقط من مقارنات كثيرة. ومن الممكن أن يشتبه الباحث بوجود بعض الفروق الزائفة التي يعتد بها بين هذه النسب الكثيرة. على الأقل 35 وردت في النشرة، ومع ذلك لم تسجل سوى هاتين الحالتين بالمختصر. (ليس وزن المولود هو المتغير المخُرج المقصود في هذه التجربة). هذه الاختبارات ليست مستقلة لأنها جميعاً مطبقة على الأفراد ذاتهم، وتُستخدم متغيرات يمكن ألا تكون مستقلة فمثلاً نسب أوزان المواليد تحت المئين العاشر والمئين الثالث غير مستقلة وضوحاً. إن احتمال ألا يعطي متغيران مرتبطان فروقاً يعتد بها، عندما تكون الفرضية الابتدائية صحيحة هو أكبر من $(1 - \alpha)^2$، وذلك لأنه إذا كان الاختبار الأول لا يعتد به، فإن احتمال ألا يعتد بالاختبار الثاني أيضاً هو أكبر من $(1 - \alpha)$ (بالمماثلة، فإن احتمال أن يكون الاختباران مما يعتد بهما يزيد عن α^2، واحتمال أن يُعتد بواحد فقط أقل). فاحتمال ألا نجد فروقاً يعتد بها في k اختباراً هو أكبر من $(1 - \alpha)^k$ أي أكبر من $1 - k\alpha$. فإذا أجرينا كل اختبار بمستوى $\alpha = 0.05/k$، فاحتمال ألا توجد فروق يعتد بها، مع ذلك، يزيد عن 0.95. وقيمة P لأي متغير، والتي تقل عن α، أو $kP < 0.05$، يمكن أن تعني أن المعالجات تختلف بشكل جوهري. ففي مثالنا لدينا $\alpha = 0.05/35 = 0.0014$. وباستخدام معيار (Bonferroni) لا

تختلف المجموعات المعالجة بشكل يعتد به. بالمقابل يمكن أن تعدل قيم P بما يتوافق مع عدد الاختبارات 35 فتصبح $0.21 = 0.006 \times 35$ و$0.70 = 0.02 \times 35$.

وبسبب أن احتمال عدم الحصول على فروق يعتد بها، إذا كانت الفرضيات الابتدائية جميعها صحيحة، هو أكبر من 0.95، وهو ما نرغبه، فإن قيمة P على العموم هي في الحقيقة أصغر من القيمة المفروضة 0.05 بكمية غير معروفة تتوقف على ضعف الاستقلال بين الاختبارات. وقوة الاختبار، أي قدرته على اكتشاف الفروق الحقيقية في المجتمع، تتناقص معه بالتوافق. وفي التعبير الإحصائي: الاختبار محافظ.

ثمة مسائل اختباريه متعددة تصادفنا عندما يكون لدينا أكثر من مجموعتين من المختبرين، ونرغب بمقارنة كل زوج من المجموعات حسب الفقرة (9.10). فعندما يكون لدينا سلسلة من المشاهدات خلال فترة زمنية ما، مثل قياس ضغط الدم كل 15 دقيقة بعد إعطاء الدواء، وحيث يوجد إغراء لاختبار كل نقطة زمنية بشكل منفصل الفقرة (7.10)، وعندما تكون لدينا علاقات بين متغيرات كثيرة معدة للاختبار، كما في عملية المسح. ففي جميع هذه المسائل تكون الاختبارات المتعددة مترابطة بشكل قوي، وتصبح طريقة (Bonferroni) غير ملائمة، لأنها ستكون محافظة جداً ويمكن أن تغفل الفروق الحقيقية.

M 9 أسئلة الاختيار من متعدد من 44 إلى 49

يجاب على كل سؤال إما بصح أو خطأ.

44. في دراسة الحالة والشاهد يشرب المصابون بمرض معين القهوة بتواتر أكبر من أفراد المجموعة الشاهدة، وقد جد أن الفرق ذو اعتداد عال. يمكننا أن نستخلص أن:

آ – شرب القهوة يسبب المرض

ب – يوجد دليل على وجود علاقة حقيقية بين المرض وشرب القهوة في المجتمع الذي أخذت منه العينة

ج – لا يتعلق المرض بشرب القهوة

د – الامتناع عن القهوة يمنع المرض

هـ – القهوة والمرض متلازمان دوماً

45. عندما نقارن متوسطي عينتين كبيرتين نستخدم اختبار التوزيع الطبيعي:

آ – الفرضية الابتدائية هي: متوسطا العينتين متساويان

ب – الفرضية الابتدائية هي: المتوسطان لا يختلفان بقدر يعتد به

ج – الخطأ المعياري للفرق هو مجموع الأخطاء المعيارية للمتوسطات

د – الأخطاء المعيارية للمتوسطات يجب أن تكون متساوية

هـ – إحصائية الاختبار هي نسبة الفرق إلى خطئه المعياري

46. لدى مقارنة قياس PEFR بطريقتين، سجل 6 مختَبَرين من 17: قراءات عليا على مقياس (Wright peak Flow)، بينما سجل 10 منهم قراءات عليا على مقياس(mini peak Flow)، وواحد فقط سجل القراءة نفسها على كليهما. فإذا أجري اختبار الفرق بين الجهازين باستخدام اختبار الإشارة فإن:

آ – إحصائية الاختبار يمكن أن تكون العدد الدال على القراءة العليا على جهاز (Wright)

ب – الفرضية الابتدائية هي: لا يوجد مسوغ لأن تكون القراءة في أحد الجهازين أكبر من الأخرى

ج – يجب أن نستخدم اختبار الاعتداد ذي الذيل الواحد

د – تخضع إحصائية الاختبار للتوزيع الحداني ($n = 16$ و$p = 0.5$) إذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة

هـ – يجب أن يستعمل جهازا القياس بترتيب عشوائي

47. لدى اختبار عينة عشوائية صغيرة في تجربة التعمية الثنائية للقيام بمعالجة جديدة لاحتشاء العضلة القلبية، وجد أن نسبة الوفيات في مجموعة المعالجة كانت نصف ما هي عليه في المجموعة الشاهد، لكن الفرق لا يعتد به. يمكننا استنتاج أن:

آ – المعالجة لا فائدة منها

ب – لا يوجد هدف من الاستمرار في التوسع في المعالجة

ج – نقص عدد الوفيات هو من الكبر بحيث علينا أن نقوم بالمعالجة حالاً

د - علينا الاستمرار في إضافة مرضى آخرين إلى التجربة حتـــى يصبح اختبار المقارنة بين نسبتين معتداً به.

هـــ - يجب أن تجرى التجربة بعينة أكبر

48. زيادة حجم العينة في المقارنة بين مجموعتين سوف:

آ - يحسن من تقريب إحصائية الاختبار من التوزيع الطبيعي

ب - ينقص من فرصة حدوث خطأ من النوع الأول

ج - ينقص من فرصة وجود خطأ من النوع الثانـــي

د - يزيد قوة الاختبار مقابل فرضية بديلة ما

هـــ - يقلل من احتمال صحة الفرضية الابتدائية

49. في دراسة العلاقة بين الإرضاع الطبيعي والذكاء (Lucas ورفاقه 1992) أعطي 300 طفلاً ولدوا صغار الحجم حليب أمهاتهم أو حليب بديل مخصص للأطفال من اختيار الأم. وفي سن الثامنة قيس الـــ IQ لهؤلاء الأطفال، فكان متوسط IQ لذوي التغذية الصناعية 92.8 بالمقارنة مع المتوســـط 103.0 في الإرضاع الطبيعي، والفـــرق يعتـــد به ($P < 0.001$):

آ - يوجد دليل جيد أن التغذية الصناعية للمواليد صغار الحجم ينقص IQ في سن الثامنة

ب - يوجد دليل جيد أن اختيار الإرضاع الطبيعي مرتبط بقيمة أكبر لـــ IQ في سن الثامنة

ج - نوع الحليب ليس له تأثير على قيمة IQ اللاحقة

د - احتمال أن يؤثر نوع الحليب على قيمة IQ اللاحقة أقل من 0.1%

هـــ - إذا لم يرتبط نوع الحليب بقيمة IQ اللاحقة، فاحتمال الحصول على فرق في متوسط IQ يعادل الفرق الملاحظ هو أقل من 0.001

E 9 تمرين: مرضى (Crohn) والـــ (Cornflakes)

إن افتراض أن الكورن فليكس (Cornflakes) يسبب مرض (Crohn) قد ظهر في أبحاث جيمس (james) عام 1977. مرض (Crohn) هو مرض التهابـــي يصيب الجزء الأخير من

المعي الدقيقة ويمكن أن يسبب أعراضاً مختلفة تتضمن آلاماً مبهمة، واسهالات وآلام حادة وانسداد. ويمكن أن تتم المعالجة بالأدوية أو بالجراحة. ولكن كثيراً من المرضى يعانون من هذا المرض لعدة سنوات. لقد كانت فرضية جيمس الابتدائية أن الطعام الذي يؤخذ في الصباح يمكن أن يترافق مع المرض. وقد درس (جيمس) أوضاع 16 رجلاً و18 امرأة مصابين بمرض (Crohn) تتراوح أعمارهم ما بين 49 و64 سنة. فكان متوسط مدة المرض منذ تشخيصه 4.2 سنة. قورن هؤلاء المرضى مع المجموعة الشاهد من مرضى المشفى الذين لا يعانون أعراضاً معوية هامة. اختير شاهدان لكل مريض متماثلان في العمر والجنس. وقد أجرى (جيمس) بنفسه مقابلات لكل الحالات والشواهد. وقد سئل المرضى (الحالات) فيما إذا كانوا يتناولون أنواعاً مختلفة من الطعام في الصباح قبل ظهور الأعراض لديهم، كما سئل المرضى من المجموعة الشاهدة فيما إذا أكلوا أنواعاً مختلفة من الطعام قبل الفترة المقابلة. الجدول (2.9). وقد وجدت زيادة يُعتد بها للمصابين بمرض (Crohn) بين الذين كانوا يتناولون الكورن فليكس، والدقيق مع النخالة. إن تناول أنواع مختلفة من الحبوب يؤدي إلى قيام علاقة بينها. يرى (جيمس) أن مرض (Crohn) يترافق بشكل رئيسي مع الكورن فليكس، اعتماداً على شدة التوافق الظاهرية، حيث توجد حالة واحدة فقط لم يتناول المريض فيها "كورن فليكس".

الجدول 2.9 : عدد مرضى "كرون" والشواهد الذين يأكلون الحبوب بانتظام (على الأقل مرة واحدة في الأسبوع) (1977 James)

		المرضى	الشواهد	اختبار الاعتداد
كورن فليكس	بانتظام	23	17	P< 0.0001
	نادراً أو أبداً	11	51	
قمح	بانتظام	16	12	P < 0.01
	نادراً أو أبداً	18	56	
ثريد	بانتظام	11	15	0.5 > P> 0.1
	نادراً أو أبداً	23	53	
رز	بانتظام	8	10	0 5 > P > 0.1
	نادراً أو أبداً	26	56	
نخالة	بانتظام	6	2	P = 0.02
	نادراً أو أبداً	28	66	
مويزلي	بانتظام	4	3	P = 0.17
	نادراً أو أبداً	30	65	

ثم ظهرت عدة نشرات أعيدت فيها هذه الدراسة مع بعض التغيُّرات، ولم يتفق أي من الدارسين مع تصميم (جيمس) ولا يبدو أن أحداً يدعم ما وجده الآخر. أجرى (Moylerry) ورفاقه 1978) مقابلة مع 100 مريض مصابين بمرض (Crohn)، وكان متوسط فترة المرض تسع سنوات. قورنوا مع 100 شاهد مماثلين لهم في الجنس والعمر من المرضى وذويهم الملازمين لهم في العيادات العظمية. ويبين الجدول (3.9) الطعام الذي اعتادت الحالات والشواهد أن تتناوله في وجبة الإفطار. وقد كان الفرق الوحيد الذي يعتد به هو زيادة عصير الفواكه الذي كانت الشواهد تشربه، كما أن 29 من "الحالات" كانوا يتناولون الكورن فليكس مقابل 22 من الشواهد، وهذا لا يشكل فرقاً يُعتد به. ولم تُفِد "الحالات" بأي ميل خاص لتناول الأطعمة أكثر من الشواهد. وقد سأل الباحثون "الحالات" أيضاً فيما إذا كانوا يعرفون بوجود علاقة بين الطعام (غير المعين) ومرض (Crohn). إن العلاقة بين المرض والكورن فليكس قد صرح بها 29 حالة، وقد توقف 12 منهم عن تناول الكورن فليكس بعد أن كانوا يتناولونها بشكل منتظم. وبالمقابل ففي 29 من الشواهد المماثلين كان ثلاثة منهم يأكلون الكورن فليكس في الماضي. ومن أصل 71 مريضاً ممن يجهلون العلاقة بين الكورن فليكس ومرض (Crohn) انقطع 21 منهم عن تناول الكورن فليكس، بالمقارنة مع 10 من مجموعتهم الشاهدة التي تضم 71 فرداً. وقد لاحظ الباحثون على ما يبدو أن مرضى (Crohn) قد أنقصوا من استهلاكهم للكورن فليكس بالمقارنة مع الشواهد بصرف النظر عما إذا كانوا مدركين لهذه العلاقة أم لا.

1. هل "الحالات" و"الشواهد" قابلة للمقارنة في هذه الدراسات؟
2. ما هي الأسباب الأخرى للتحيز يمكن أن تكون في هذه التصاميم.
3. ما هو الفرق الأساسي في التصميم بين دراستي (James) و(Mayberry)
4. في دراسة (Mayberry) ورفاقه كم عدد "الحالات" المصابة بمرض (Crohn) وكم عدد الشواهد الذين يتناولون الكورن فليكس بانتظام؟ كيف نقارن هذه الدراسة مع النتائج التي حصل عليها (James)؟
5. لماذا فكر (James) أن تناول الكورن فليكس كان هاماً بشكل خاص.

6. احسب النسبة المئوية "للحالات" و"الشواهد" في الجدول (2.9) الذين صرحوا أنهم كانوا يتناولون أنواعاً مختلفة من الحبوب. لنقسم الآن نسبة الذين كانوا يتناولون الحبوب من "الحالات" على نسبة أمثالهم من "الشواهد"، نجد ــ بشكل غير دقيق ــ أن الذين أفادوا أنهم يتناولون الحبوب من "الحالات" هم على الأرجح أكثر من "الشواهد". هل تعتقد أن تناول الكورن فليكس مهم في هذا المجال بصورة خاصة؟

الجدول 3.9 : عدد المرضى والشواهد الذين يستهلكون أطعمة معينة بانتظام على الأقل مرتين في الأســبوع (Mayberry ورفاقه 1978)

طعام الصباح	مرضى كرون ($n = 100$)	الشواهد ($n = 100$)	اختبار الاعتداد
خبز	91	86	
توست	59	64	
بيض	31	37	
فواكه أو عصير فواكه	14	30	P < 0 02
ثريد	20	18	
قمح مقطع	21	19	
كورن فليكس	29	22	
فطيرة خاصة	4	7	
رز كريسبايز	6	6	Krispies
فطيرة حلوة	3	1	
نخالة	13	12	
موزلي	3	10	
حبوب مختلفة	55	55	

7. إذا كان ثمة زيادة في عدد المرضى لدى من يتناولون الحبوب عندما نسأل ماذا كانوا عادة يأكلون، وإذا لم تكن ثمة زيادة عندما نسأل ماذا يأكلون الآن، ما هي العوامل الممكنة التـــي تؤخذ في الحسبان من أجل هذا؟

الفصل العاشر

مقارنة المتوسطات لعينات صغيرة

Comparing the means of small samples

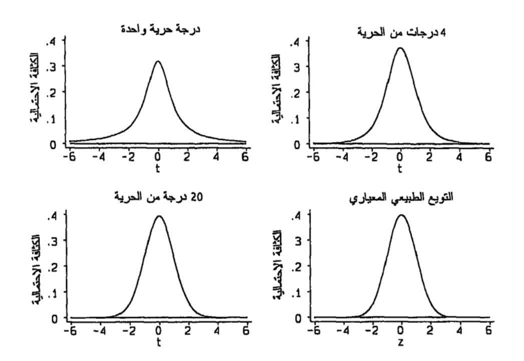
1.10 توزيع t — The t distribution

رأينا في الفصلين الثامن والتاسع كيف يمكن استخدام التوزيع الطبيعي لحساب مجالات الثقة وإجراء اختبارات الاعتداد في حالة متوسطات عينات كبيرة. وسنرى في هذا الفصل كيف يمكن استخدام طرق مشابهة عندما تكون لدينا عينات صغيرة، وذلك بتطبيق توزيع t ومن ثم مقارنة عدة متوسطات.

إن التوزيعات الاحتمالية التـــي تعاملنا معها حتـــى الآن، نشأت إما من طريقة جمع المعطيات وإما من الطريقة التـــي سحبت وفقها العينات (التوزيع الحدانـــي)، أو من الخصائص الرياضية للعينات الكبيرة (التوزيع الطبيعي). ولا يتوقف التوزيع على أية خاصة للمعطيات ذاتها. لاستخدام توزيع t يجب أن نضع افتراضاً يتعلق بالتوزيع الذي أخذت منه المشاهدات، أي توزيع المتغير في المجتمع الإحصائي، الذي يجب أن نفترضه توزيعاً طبيعياً. وكما رأينا في الفصل السابع، فإن المتغيرات التـــي نصادفها عادة تتبع على وجه التقريب التوزيع الطبيعي. وسنناقش فيما بعد تأثيرات الحيدان عن هذا التوزيع.

لقد ذكرنا سابقاً أن توزيع t الفقرة (A7)، هو أحد التوزيعات المشتقة من التوزيع الطبيعي. وسندرسه الآن بالتفصيل. نفرض أن لدينا عينة عشوائية من المشاهدات مأخوذة من توزيع طبيعي متوسطه μ وتفاوته σ^2. يمكن تقدير μ و σ^2 من المعطيات بدلالة متوسط العينة $\bar{x}$ وتفاوتها s^2. إن توزيع جميع متوسطات العينات الممكنة أي جميع قيم $\bar{x}$s الممكنة هو

الخطأ المعياري لمتوسط العينة المقدر بالصيغة $\sqrt{s^2/n}$ حسب الفقرة (2.8). فإذا كانت لدينا عينة كبيرة. يمكننا القول إن المتوسط $\bar{x}$ يتوزع توزعاً طبيعياً وأن $\sqrt{s^2/n}$ هو تقدير جيد لانحرافه المعياري. أما النسبة $(\bar{x}-\mu)/\sqrt{s^2/n}$ فتتبع التوزيع الطبيعي ذي المتوسط صفر والانحراف المعياري 1، أي تتبع التوزيع الطبيعي المعياري، لكن هذا لا يصح في العينات الصغيرة. إذ أن القيمة المقدرة للانحراف المعياري، s، يمكن أن تتغير من عينة لأخرى. فالعينات التـــي يكون الانحراف المعياري لها صغيراً تغدو هذه النسبة كبيرة جداً ويصبح ذيلا التوزيع أطول مما هما في التوزيع الطبيعي.



الشكل 1.10 : توزيع ستيودنت بـــ 1 و4 و20 درجة من الحرية، وهو يبين تقاربه من التوزيع الطبيعي

إن توزيع النسبة بين المتوسط والخطأ المعياري المحسوب من عينة صغيرة يتوقف على التوزيع الذي صدرت عنه المشاهدات الأصلية. ولننظر الآن ماذا يحدث لو أن مشاهداتنا كانت مأخوذة من التوزيع الطبيعي. أولاً سيكون لــ $\bar{x}$ هذا التوزيع أيضاً، ولكننا لا نستطيع اتخاذ $\sqrt{s^2/n}$ كتقدير جيد لانحرافها المعياري (أي لــ $\bar{x}$). إذ علينا أن نأخذ في الحسبان أن

s^2 تتغير من عينة لأخرى، ويمكننا أن نبرهن أنه إذا كانت المشاهدات تتبع التوزيع الطبيعي، فإن توزيع الاعتيان للإحصائية $(\bar{x}-\mu)/\sqrt{s^2/n}$ هو توزيع ستيودنت بـــ $n-1$ درجة من الحرية أو توزيع t الفقرة (A10) ولهذا علينا أن نستبدل بالتوزيع الطبيعي توزيع t في مجالات الثقة، واختبارات الاعتداد في حالة العينات الصغيرة. في الحقيقة عندما نقسم أي متغير يتوزع توزعاً طبيعياً متوسطه يساوي الصفر، مثل $\bar{x}-\mu$ على خطئه المعياري الذي يمثل مجموع المربعات لمعطيات تتوزع طبيعياً نحصل على توزيع t.

يبين الشكل (1.10) توزيع t بدرجات 1، 4، 20 من الحرية. ويتصف هذا التوزيع بأنه متناظر، وله ذيلان أطول من مثيليهما في التوزيع الطبيعي. ففي درجة الحرية 4 مثلاً يكون احتمال $t > 2.78$ هو 2.5%، بينما في التوزيع الطبيعي المعياري يكون احتمال $z > 2.78$ هو 0.3% فقط. وهذا ما كنا نتوقعه، وذلك لأن تغير s^2 الواردة في العبارة $(\bar{x}-\mu)/\sqrt{s^2/n}$ من عينة لأخرى يقتضي أن تكون قيم s^2 في بعض العينات صغيرة، وهذا يعطي لـــ t قيم كبيـــرة. وعندما تزداد درجات الحرية، وبالتالي حجم العينة، فإن s^2 يسعى إلى قيمته المتوقعة σ^2. وتصبح تغيرات s^2 أقل، والأمر ذاته يقال فيما يتعلق بـــ t وهذا يعنـــي أن القيم القصوى لـــ t تصبح أقل احتمالاً، وهكذا فذيلا التوزيع، اللذان يحتويان الاحتمالات الموافقة للقيم القصوى لـــ t، سيكونان أقصر. لقد وجدنا في حالة العينات الكبيرة أن $(\bar{x}-\mu)/\sqrt{s^2/n}$ يتبع التوزيع الطبيعي المعياري. أما توزيع t فيغدو أكثر شبهاً بالتوزيع الطبيعي المعياري كلما ازدادت درجة الحرية.

وكما في التوزيع الطبيعي فإن تابع توزيع t غير قابل للاستكمال جبرياً، وقد أدرجت القيم العددية لهذا التابع في جدول خاص. ونظراً لأن توزيع t يتوقف على درجة الحرية، فلم نثبت جميع قيمه كما فعلنا في التوزيع الطبيعي الجدول (1.7). وعوضاً عن ذلك، نكتفي بوضع نقط الاحتمال من طرفين من أجل قيم مختارة لدرجات الحرية. يبين الجدول (1.10) النقط الاحتمالية من طرفين الموافقة لدرجات حرية مختارة وهكذا من أجل درجة الحرية 4 نستطيع أن نرى أن قيمة t تساوي 2.78 أو أكثر بدءاً من متوسط التوزيع صفر وذلك باحتمال 0.05.

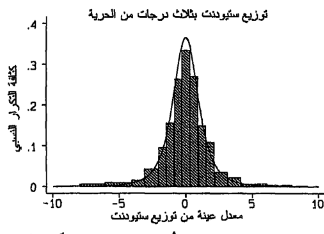
الجدول 1.10 : النقط الاحتمالية من طرفين لتوزيع ستيودنت

D.f	الاحتمال				D.f.	الاحتمال			
	0 10 10%	0.05 5%	0.01 1%	0.001 0.1%		0.10 10%	0.05 5%	0.01 1%	0.001 0.1%
1	6.31	12.70	63.66	636.62	16	1.75	2.12	2.92	4.01
2	2.92	4.30	9.93	31.60	17	1.74	2.11	2.90	3.97
3	2.35	3.18	5.84	12.92	18	1.73	2.10	2.88	3 92
4	2.13	2.78	4.60	8.61	19	1.73	2.09	2.86	3.88
5	2.02	2.57	4.03	6.87	20	1.72	2.09	2.85	3.85
6	1.94	2.45	3.71	5.96	21	1.72	2.08	2.83	3 82
7	1.89	2.36	3.50	5.41	22	1.72	2.07	2.82	3.79
8	1.86	2.31	3.36	5.04	23	1.71	2.07	2.81	3.77
9	1.83	2.26	3.25	4.78	24	1.71	2.06	2.80	3.75
10	1.81	2.23	3.17	4.59	25	1.71	2.06	2.79	3.73
11	1.80	2.20	3.11	4.44	30	1.70	2.04	2.75	3.65
12	1.78	2.18	3.05	4.32	40	1.68	2.02	2.70	3.55
13	1.77	2.16	3.01	4.22	60	1.67	2.00	2.66	3.46
14	1.76	2.14	2.98	4.14	120	1.66	1.98	2.62	3.37
15	1.75	2.13	2.95	4.07	∞	1.64	1.96	2.58	3.29

D.f. = درجة الحرية

∞ = اللانهاية

ونظراً لأن الجدول يحوي فقط احتمالات معينة، فلا يمكننا أن نجد بدقة الاحتمال الموافق لكل قيمة لـــ t. فمثلاً نفرض أننا نريد أن نعرف احتمال $t \geq 3.7$ من أجل درجة الحرية 9. نرى من الجدول (1.10) أن النقطة الموافقة للاحتمال 0.01 هي 3.25، ونقطة الاحتمال 0.001 هي 4.78. ويمكن كتابة ذلك بالشكل $0.01 > P > 0.001$. وغالباً ما يحذف الحد الأدنـــى 0.001 ونكتب $P < 0.01$. ومن الممكن حساب الاحتمالات بدقة باستخدام الحاسوب ، مما سيؤدي إلى التخلي عن هذه الطريقة.



الشكل 2.10 : معدلات عينة من توزيع ستيودنت مأخوذة من 750 عينة تتكون الواحدة منها من 4 أطوال. (ستيودنت 1908)

ولعل اسم هذا التوزيع "توزيع ستيودنت" يحير المتعاملين الجدد مع هذا الموضوع فهو لا يمثل، كما يظن، طريقة سهلة الاستخدام وملائمة للطلاب، إذ أن أصل التسمية يمثل جزءاً من فلوكلور الإحصاء. فقد اكتشف هذا التوزيع من قبل W.S.Gossett المستخدم لدى مصنع Guinness للجعة في دوبلن. و لم تكن المؤسسة في ذلك الوقت تسمح لمستخدميها أن ينشروا نتائج أعمالهم، خشية أن يؤدي هذا لفقد المؤسسة بعض الميزات التجارية. لذلك نشر Gossett بحثه تحت الاسم المستعار "ستيودنت" (ستيودنت 1908). ولقد عرض في هذه النشرة الاستنباط الرياضي للتوزيع، كما أعطى أيضاً نتائج تجربة اعتيانية مماثلة لتلك المذكورة في الفقرتين (7.4) و(2.8). فقد أخذ أطوال 3000 مجرم، فكتب طول كل منهم على بطاقة ثم سحب 750 عينة حجم الواحدة 4 فوجد 750 إحصائية من الشكل $(\bar{x}-\mu)/\sqrt{s^2/n}$. والشكل (2.10) يبين التوافق الجيد الذي حصل عليه.

2.10 طريقة t في حالة عينة واحدة

The one sample t method

يمكننا استخدام توزيع ستيودنت لإيجاد مجالات الثقة للمتوسطات المقدرة من عينات صغيرة مأخوذة من التوزيع الطبيعي. وليس لدينا عادة عينات صغيرة في المسح الشامل، ولكن نجدها غالباً في الدراسات السريرية. فمثلاً، نستطيع استخدام توزيع t لإيجاد مجالات الثقة للفرق بين مجموعتين معالجتين، أو بين القياسات التـــي نحصل عليها من المختَبَرين الخاضعين لشرطين. وسنتعامل مع الحالة الثانية، ونبدأ بمسألة عينة واحدة أولاً.

نفرض أن متوسط المجتمع الإحصائي μ مجهولاً ونرغب في تقديره باستخدام مجال الثقة بمستوى 95%. يمكننا أن نرى، من أجل 95% من العينات، أن الفرق بين $\bar{x}$ وμ، هو على الأكثر يساوي t مضروباً بالخطأ المعياري حيث t هو قيمة متغير ستيودنت الذي يحقق الشرط التالي: 95% من المشاهدات تقع في المجال $(-t, t)$. فإذا كانت العينة كبيرة تصبح هذه القيمة 1.96 كما وجدنا في التوزيع الطبيعي. أما في حالة العينات الصغيرة فعلينا أن نستخدم الجدول (1.10)، الذي يعطي احتمالات أن تزيد قيم متغيـــر "ستيودنت" عن قيمة معلومة لـــ t. لذا علينا أن نبدأ بحساب المقدار واحد مطروحاً منه الاحتمال المرغوب فيه وليكن مثلاً

95% أي 0.05 = 0.95 − 1، ننظر الآن إلى العمود الموافق لـ 0.05 في الجدول لنحصل على قيمة t، ثم نشكل مجال الثقة بمستوى 95% وهو: $(\bar{x}-\mu/\sqrt{s^2/n}\text{، }\bar{x}+\mu/\sqrt{s^2/n})$.

نأخذ الآن المعطيات الواردة في الجدول (2.10)، وهي نتائج مقارنة قياسات PEFR بجهازين الأول (Wright Peak Flow) والثاني (mini Peak Flow) مع العلم أن الأفراد المختبرين هنا لا يمثلون عينة عشوائية، وقد أخذت لكل مختبَر قراءتان على كل جهاز بترتيب عشوائي، والجدول (2.10) يبين القراءة الثانية على كل جهاز. وسنقيس مقدار التحيز بين الجهازين. نبدأ بإيجاد الفروق (Wright-mimi) ثم نوجد متوسط هذا الفرق وخطأه المعياري كما هو مذكور في الفقرة (2.8).

الجدول 2.10 : قياسات (PEFR) ليتر/د باستخدام جهازي Wright meter وmimi meter، لعينة من المختبرين

الفرق	Mini PEFR	Wright PEFR	المختبر
35−	525	490	1
18−	415	397	2
4	508	512	3
43−	444	401	4
30−	500	470	5
45−	460	415	6
41	390	431	7
3−	432	429	8
0	420	420	9
48	227	275	10
103−	268	165	11
22−	443	421	12
206−			المجموع
17 2−			المتوسط
17889.7			مجموع المربعات حول المتوسط
1626.3			التفاوت
11.6			الخطأ المعياري للمتوسط

لإيجاد مجال الثقة باحتمال 95% لمتوسط الفرق، علينا أن نفرض أن الفروق تتبع التوزيع الطبيعي، ثم نعين النقطة المناسبة من توزيع ستيودنت من الجدول (1.10). يوجد 12 فرقاً ومنه $n-1=11$ وهذا يعني أن درجة الحرية الموافقة لـ s^2 تساوي 11. ولحساب احتمال أن تقع 95% من الفروق في المجال (t، $-t$). ننظر في الجدول (1.10) حيث الاحتمال 0.05 = 0.95 − 1 ودرجة الحرية 11، فنحصل على $t = 2.20$، ويكون الفرق بين متوسط العينة ومتوسط المجتمع أقل من 2.20 ضعفاً من الخطأ المعياري لـ 95% من العينات. ويكون

مجال الثقة باحتمال 95% هو من × 11.6 – 2.20 – 17.2 إلى × 11.6 + 2.20 – 17.2 أي من 42.7– إلى 8.3 ليتر/دقيقة. في حالة العينات الكبيرة علينا أن نستخدم التوزيع الطبيعي عوضاً عن توزيع ستيودنت، فنضع 1.96 عوضاً عن 2.20. ولا نحتاج عندها لأن تكون الفروق نفسها تتبع التوزيع الطبيعي.

وعلى أرضية هذه المعطيات فإن القراءة على mini meter يمكن أن تزيد عن الأخرى بمقدار 43 ل/د أو تنقص عنها بمقدار 8 ل/د. إن خطأ يبلغ 43 ل/د لهو خطأ كبير ويشكل لدينا مشكلة، ونحتاج لعينة أكبر للحصول على تقدير أكثر دقة إذا طلب منا هذا.

ويمكننا استخدام توزيع ستيودنت أيضاً لاختبار الفرضية الابتدائية التـــي تفيد أن متوسط الفرق يساوي الصفر. فإذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة، والفرق يتبع التوزيع الطبيعي، فإن إحصائية الاختيار التـــي تصبح $\overline{x}/\sqrt{s^2/n}$ تتبع توزيع ستيودنت بدرجة $(n-1)$ من الحرية، وتعليل ذلك أن الفرضية الابتدائية تعنـــي أن متوسط الفرق $\mu = 0$. وبذا يصبح البسط $\overline{x} - \mu = \overline{x}$ ونحصل على العبارة $\overline{x}/\sqrt{s^2/n}$. وفي مثالنا نجد

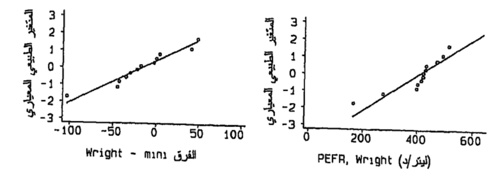
$$\frac{\overline{x}}{\sqrt{\frac{s^2}{n}}} = \frac{-17.2}{11.6} = -1.48$$

وبالعودة إلى الجدول (1.10) من أجل درجة الحرية 11 نجد احتمال ظهور مثل هذه القيمة القصوى يزيد عن 0.10، ونقطة التوزيع الموافقة لـــ 0.01 هي 1.80. وباستخدام الحاسوب نجد $P = 0.17$. ونستنتج أن المعطيات تتوافق مع الفرضية الابتدائية، ونكون قد فشلنا في اثبات وجود أي تحيز. ونلاحظ أن مجال الثقة أكثر إعلاماً من اختبار الاعتداد.

كما يمكننا استخدام اختبار الإشارة أيضاً لاختبار الفرضية الابتدائية التـــي تقول: "لا يوجد تحيز" وهذا يعطينا ثلاث إشارات موجبة من أصل 11 فرقاً (علماً بأن أحد الفروق يساوي الصفر، فلا يفيد في أي استعلام) وهذه توافق احتمالاً من طرفين قدره 0.23 وهي مماثلة للنتيجة التـــي وجدناها في توزيع ستيودنت.

وبفرض صحة تطبيق التوزيع الطبيعي فإن توزيع ستيودنت يفضل هنا، لأنه اختبار أقوى وهو أكثر إمكاناً لتحري وجود الفروق الموجودة. إن شرعية تطبيق الطرائق الموصوفة آنفاً

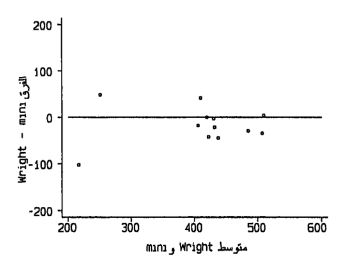
يعتمد على افتراض أن الفروق تتبع التوزيع الطبيعي. ويمكننا اختبار هذا الافتراض بالاختطاط الطبيعي الفقرة (5.7). والشكل (3.10) يبين لنا الاختطاط الطبيعي للفروق ولقراءات Wright meter أيضاً. ونلاحظ أن الاختطاط الطبيعي للفروق يحيد بشكل طفيف عن الخط المســتقيم، وثمة نقطة تبدو خارج المخطط هي الوحـــدة الحادية عشـــرة. أما قراءات Wright meter فلا تنتظم على المستقيم، ولا يحتمل أن تتبع التوزيع الطبيعي، وهذا يدعو للدهشة للوهلة الأولى، إذ أننا لا حظنا قبلاً أن PEFR يتقارب من التوزيع الطبيعي. ولكن هذه العينة ليست من مجتمع متماثل من العمر، أو من مجتمع الكبار في الحالة العامة. فإن معظم هؤلاء المختَبَرين تتراوح أعمارهم بين 20 و30 سنة. ولكن المختبرَيْن، العاشر والحادي عشر كانا من مجموعة أكبر أعماراً مما أدى إلى انخفاض أكبر في PEFR.



الشكل **3.10** : الاختطاط الطبيعي لمعطيات الجدول (2.10)

ثمة مخطط آخر يمثل اختباراً مفيداً هنا. هو مخطط الفرق بدلالة متوسط قياسيْ كل مختبر الشكل (4.10). إذا كان الفرق يتوقف على مقدار الـــ PEFR فعلينا أن نكون حريصين ألا نستخلص أية نتيجة تتعلق بمتوسط الفرق، يمكن أن نحتاج لبحث هذا فيما بعد، ربما بتحويل المعطيات حسب الفقرة (4.10). في هذه الحالة، لا يبدو أن الفرق بين القراءتين يتعلق بمستوى الـــ PEFR فلسنا بحاجة أن نهتم بهذا. وعلينا أن نكون حذرين من استخلاص أية نتائج من هذه العينة تتعلق بقياس التدفق وفق (Mini Wright Peak) بجهاز واحد. وقد جرت العادة في المسح الحقلي للأطفال الذين يعانون من وزيز بالتنفس أن يبقوا في دورهم لمدة أسبوعين (Jonston ورفاقه 1984) ويمكن أن يتعرضوا لهجمات متكررة.

بالرغم من أن قياسات PEFR لا تتوزع توزعاً طبيعياً وضوحاً، فالفروق تبدو أنها تتلاءم جيداً مع التوزيع الطبيعي. ويوجد سببان لهذا فعملية الطرح تزيل التغيرات بين المختبَرين (المتعلقة بالطول والعمر مثلاً) وتبقى أخطاء القياس التــي من الممكن أن تكون طبيعية. فخطأ القياس يضافان إلى بعضها ونحصل على مجموع يتقارب من التوزيع الطبيعي حسب نظرية النهاية المركزية الفقرة (3.7). إن افتراض عينة واحدة تخضع للتوزيع الطبيعي، هي الحالة التــي نصادفها غالباً. سأناقش هذا في الفقرة (5.10). عندما يُستخدم اختبار ستيودنت في حالة الفروق، ولعينة واحدة، كما في مثال قياس PEFR، يُسمى أيضاً اختبار المزاوجة لستيودنت.



الشكل 4.10 : اختطاط الفرق بدلالة متوسط المعطيات في الجدول (4.10)

3.10 متوسطا عينتين مستقلتين

The means of two independent samples

نفرض أن لدينا عينتين مأخوذتين من مجتمعين طبيعيين، ونريد أن نقدر منهما الفرق بين متوسطي المجتمعين. فإذا كانت العينتان كبيرتين فإن مجال الثقة بمستوى 95% للفرق هو (الفرق الملاحظ – 1.96 × الخطأ المعياري، الفرق الملاحظ + 1.96 × الخطأ المعياري) ولسوء الحظ لا نستطيع أن نستبدل بـــ 1.96 العدد المقابل من الجدول (1.10) وذلك لأن الخطأ

المعياري ليس له الشكل البسيط $\sqrt{s^2/n}$ الوارد في الفقرة (1.10). فهو ليس الجذر التربيعي لمجموع مربعات، s^2، بثابت $1/n$. وإنما الجذر التربيعي لمجموع ثابتين مضروباً بمجموع مربعين وهو كما سنرى بعد قليل يساوي $\sqrt{(SS_1+SS_2)/n_1+n_2-2}$. فهو لا يتبع الجذر التربيعي لتوزيع كاي مربع، كما هو الحال فيما يتعلق بمقام t (المتغير العشوائي لتوزيع ستيودنت)، الفقرة (A7). ولتطبيق توزيع ستيودنت يجب أن نضع افتراضاً آخر يتعلق بالمعطيات فلا يكفي أن تكون العينات مأخوذة من توزيعات طبيعية، وإنما أن يكون لهذا التوزيعات التفاوت نفسه، وقد يظن أن هذا الافتراض غير معقول، ولكن الحقيقة أن الفرق في المتوسطات وليس في التغيُّرية هو الظاهرة العامة. إن معطيات PEFR لأطفال مصابين بالأعراض المدروسة في الفقرة (5.8) والفقرة (6.9) تبين هذه الخصائص بشكل جلي.

والآن لتقدير التفاوت الكلي s^2 نبدأ بإيجاد مجموع المربعات حول متوسط كل عينة. وسنرمز لكل منهما بـ SS_1 و SS_2. ثم نشكل المجموع المشترك لهذه المربعات $SS_1 + SS_2$. فمجموع مربعات المجموعة الأولى SS_1 لها $n_1 - 1$ درجة من الحرية، ومجموع مربعات المجموعة الثانية SS_2 لها $n_2 - 1$ درجة من الحرية، فدرجة الحرية الكلية هي إذن $n_1 - 1 + n_2 - 1 = n_1 + n_2 - 2$، وقد خسرنا درجتي حرية لأن لدينا مجموع مربعات حول متوسطين، والتقدير المشترك للتفاوت:

$$s^2 = \frac{SS_1 + SS_2}{n_1 + n_2 - 2}$$

والخطأ المعياري للفرق $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$ هو:

$$\sqrt{\frac{s^2}{n_1} + \frac{s^2}{n_2}} = \sqrt{s^2\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}$$

ويصبح لدينا الآن خطأ معياري مرتبط بالجذر التربيعي لتوزيع كاي مربع، ويمكننا كتابة متغير ستيودنت t بالعبارة:

$$\frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{s^2\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

بدرجة من الحرية $n_1 + n_2 - 2$، ويصبح مجال الثقة للفرق بين المتوسطين باحتمال 95% كما يلي:

$$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - t\sqrt{s^2(1/n_1 + 1/n_2)} \quad \text{و} \quad \bar{x}_1 - \bar{x}_2 + t\sqrt{s^2(1/n_1 + 1/n_2)}$$

حيث t هنا هي النقطة الموافقة للاحتمال 0.05 بـــ $n_1 + n_2 - 2$ درجة من الحرية وفق الجدول (1.10). كما يمكننا اختبار الفرضية الابتدائية التـــي تفيد أن الفرق في المجتمع يساوي الصفر، أي أن $\mu_1 = \mu_2$، باستخدام إحصائية الاختبار.

$$\frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{s^2\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

التـــي تتوزع وفق توزيع ستيودنت بدرجة $n_1 + n_2 - 2$ من الحرية إذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة.

وكمثال عملي، يبين الجدول (3.10) معطيات المختَبرين الذكور الموافقة لما في الجدول (2.10). وسنقدر الفرق بين المختبرين (أي متوسط الفرق بين قياسي (Wright وMini) للذكور والإناث. وقد لا حظنا سابقاً أن الفروق تتوزع توزعاً طبيعياً على وجه التقريب. وعلينا أن نأخذ في الحسبان التماثل بين التفاوتين. من الواضح أن تفاوت عينة الذكور أصغر بكثير مما هي عليه عند الإناث، وأن افتراض تساوي التفاوتين قائم في المجتمعين. ومع ذلك فالتشتت ليس كبيراً بحيث يعزى للمصادفة، كما يمكن تبيانه باستخدام اختبار F الفقرة (8.10). وسنقبل هذا مؤقتاً وندرس أثره فيما بعد.

الجدول 3.10 : PEFR (ليتر/د) مقاسة بـِ Wright meter و mimi meter، لعينة من الذكور

المختبر	Wright PEFR	Mimi PEFR	الفرق
13	611	625	14–
14	638	642	4–
15	633	605	28
16	492	467	25
17	372	370	2
المجموع			37
المتوسط			7.4
مجموع المربعات حول المتوسط			1351 2
التفاوت			337.8
الخطأ المعياري للمتوسط			8 2

نوجد أولاً تقدير التفاوت الكلي، s^2. فمجموع المربعـــات حول متوســطي العينتين همـــا 17889.7 و1351.2. وهـــذا يعطينـــا المجموع المشـــترك للمربعات حـــول متوســطي العينتين: 19240.9 = 135132 + 17889.7 ودرجـــة الحريـــة المشـــتركة تساوي $n_1 + n_2 - 2 = 12 + 5 - 2 = 15$. إذن $s^2 = 1940.9/15 = 1282.73$ والخطأ المعياري للفرق بين المتوسطين هو:

$$\sqrt{s^2\left(\frac{1}{n_2}+\frac{1}{n_2}\right)}=\sqrt{1282.73\left(\frac{1}{12}+\frac{1}{5}\right)}=19.06$$

وقيمة t (متغير ستيودنت). من أجل مجال الثقة باحتمال 95% يمكن إيجاده من الجدول (1.10) العمود الموافق لـــ 0.05 والسطر 15 وهو 2.13. أما الفرق بين المتوسطين فهو 24.6– = 7.4– 17.2– إذن مجال الثقة باحتمال 0.95 هو من 190.06 × 2.13– 24.6– إلى 19.06 × 2.13+ 24.6– أو من 65.2– إلى 16.0 ليتر/دقيقة. وهكذا إما أن يوجد فرق كبير بين استجابة الذكور واستجابة الإناث، من خلال هذه العينة الصغيرة، أو لا يوجد أي فرق أبداً.

لنختبر الآن الفرضية التالية، الفرق بين متوسطي مجتمعي الذكور والإناث يساوي الصفر. إن إحصائية الاختبار تساوي الفرق مقسوماً على الخطأ المعياري أي 1.29– = 24.6/19.06– إذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة. وهذه ستكون مشاهدة من توزيع ستيودنت بـــ 15 درجة من الحرية. من الجدول (1.10) نرى أن احتمال مثل هذه القيمة القصوى أكبر من 10% وهكذا تتوافق المعطيات مع الفرضية الابتدائية ولا نستطيع أن نستنتج أن التحيز يختلف من الذكور إلى الإناث. ونستطيع أن نلاحظ أيضاً أن أي تقدير وفق مجال الثقة يتميز عن أي اختبار اعتدادي آخر.

ماذا يمكن أن يحدث إذا لم نفترض تساوي التفاوتين؟ يوجد حل تقريبـــي يقوم على توزيع ستيودنت انظر (Davies وGold Smith 1972، Snedecar وCochran 1980) باستخدام عبارة الخطأ المعياري الواردة في الفقرة (5.8) وهي: $\sqrt{s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2}$ ويكون الخطأ المعياري للمعطيات التـــي لدينا هو 14.3. إن الفرق بين التفاوتين يقود في الواقع إلى

تخفيض درجات الحرية، وفي هذه الحالة تصبح درجة الحرية 14. ويصبح مجال الثقة في هذا المجال (55.1−، 6 ليتر/د). أو بحساب إحصائية الاختبار t لـــ 14 درجة من الحرية وهي تساوي 1.7− نجد P = 0.11 وهذا مماثل لما حصلنا عليه في الطريقة السابقة.

توجد طرائق أخرى عديدة تعتمد على اختبار t (انظر Armitge وBerry 1987). ثمة طريقة أخرى نتخلى فيها كلية عن استخدام التفاوت ونستخدم اختبار U لـــ Mann Whitney الفقرة (2.12).

4.10 استخدام التحويلات The use of transformations

لقد رأينا في الفقرة (4.7) أن بعض المتغيرات التـــي لا تتبع التوزيع الطبيعي يمكن أن نجعلها طبيعية بتحويل ملائم. توجد تحويلات متعددة تستخدم لهذا الهدف. وأكثر التحويلات استخداماً هو التحويل اللوغارتيمي، فهو يلائم المعطيات التـــي تتصف بتجانف كبير، أو عندما تتناسب الانحرافات المعيارية لمختلف العينات مع متوسطاتها. والمتغير النموذجي في هذه الحالة هو الشحوم الثلاثية المصلية الوارد في الشكل (11.7)، ويصدق هذا في قياسات المصول المماثلة، كما أن الجذر التربيعي هو تحويل مفيد عندما لا يكون التجانف كبيراً، وعندما يتناسب تفاوت العينة مع متوسطها. ومتغيرات بواسون مثلاً تتصف بهذه الخاصة. كما يمكن استخدام التحويل المعاكس عندما يتناسب الانحراف المعياري مع مربع المتوسط، وتتصف المعطيات بتجانف كبير. كما أن أزمنة البُقيا تنـــزع إلى إتباع هذا المسلك:

الجدول 4.10 : قياسات ثخن الجلد بالملم لمجموعتين من المرضى

مرض كرون				مرض كولياك	
1.8	2 8	4.2	6.2	1 8	3.8
2.2	3.2	4.4	6.6	2.0	4.2
2.4	3.6	4.8	7.0	2.0	5.4
2.5	3.8	5.6	10.0	2.0	7.6
2.8	4.0	6.0	10.4	3.0	

في حالـــة العينات الكبيرة توجـــد طرائـــق جيدة لتعيين التحويلات الملائمة انظـــر (Healy 1968). أما في حالة العينات الصغيرة فالمسألة تعود للخبرة، والتجربة والخطأ. يبين الجـــدول (4.10) بعض المعطيات المأخـــوذة من دراســـة تتناول المصابين بأمراض معويـــة.

(Maugdal ورفاقه 1981). وسنهتم بفروق القياسات المأخوذة لمرضى ذوي تشخيصات مختلفة، لدينا الآن قياسات ثخن البشرة لـ 20 مريضاً مصابين بمرض كرون (Crohn) و9 مرضى بمرض الداء البطني (coeliac). إذا رتبنا المعطيات وفق قيمها نلاحظ بوضوح أن التوزيع متجانف نحو اليمين. ويبين الشكل (5.10) هذا بوضوح. فإذا طرحنا متوسط المجموعة من كل مشاهدة نحصل على ما يسمى **المتبقيات داخل المجموعة** (**Within - group residuals**). ثم نوجد التوزيع التكراري والاختطاط الطبيعي. نلاحظ أن التوزيع متجانف بشكل واضح، وينعكس هذا على الاختطاط الطبيعي الذي يُظهر انحناء واضحاً.

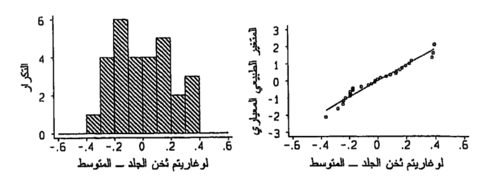


الشكل 5.10 : المنسج والاختطاط الطبيعي لمعطيات ثخن البشرة

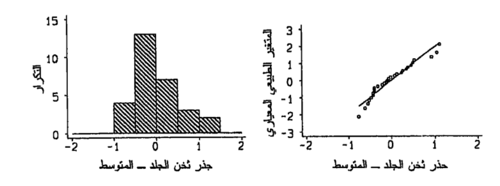
سنحاول، إن أمكن، إيجاد تحويل تطبيعي[1]، والتخمين الأول هو التحويل اللوغارتيمي (يفضل اللوغاريتم الطبيعي عن العشري، ولا يوجد فرق في النتيجة النهائية والحسابات هي نفسها بالحاسوب). يبين الشكل (6.10) المنسج والاختطاط الطبيعي للمتبقيات بعد التحويل. نلاحظ أن التلاؤم مع التوزيع الطبيعي ليس تاماً، ولكنه أفضل من الشكل (5.10). ويمكننا تطبيق طريقة توزيع ستيودنت في حالة عينتين على هذه المعطيات بنجاح. كما يبين الشكل (7.10) نتيجة تحويل الجذر التربيعي الموافق لهذه المعطيات، ويلاحظ أن التجانف لا يزال واضحاً، ولكنه أقل مما كان عليه في المعطيات غير المحولة. أما الشكل (8.10) فيبين نتائج التحويل العكسي. وتظهر هذه النتائج كما لو أن شيئاً ما على الحوافي أسوء من تلك الموافقة

[1] تطبيعي: هو التحويل الذي ينقلنا إلى المتغير الطبيعي.

للتحويل اللوغارتيمي، ومع ذلك ليس من السهل الاختيار بينهما. ومن الوجهة العملية سنختار التحويل اللوغارتيمي، لأن الإحصائيات الناتجة يمكن تفسيرها بصورة أسهل، والتحويل المعاكس على سبيل المثال يغير إشارة الفرق.



الشكل 6.10 : المنسج والاختطاط الطبيعي لمعطيات ثخن البشرة، المحولة لوغاريتميا



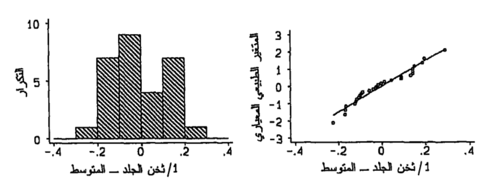
الشكل 7.10 : المنسج والاختطاط الطبيعي لمعطيات ثخن الجلد المحولة إلى الجذر التربيعي

يبين الجدول (5.10) نتائج طريقة t ستيودنت في حالة عينتين استخدمت فيها المعطيات الخام غير المحولة، ثم وفق التحويلات المختلفة. ونلاحظ أن الإحصائية t تتزايد بينما الاحتمال الموافق لها يتناقص كلما اقتربنا من التوزيع الطبيعي. يعطي الجدول (5.10) أيضاً نسبة تفاوتـــي العينتين. ويمكننا أن نرى أن التفاوتين يسعيان لأن يُصبحا متساويين كلما اقتربت المعطيات المحولة من التوزيع الطبيعي، عاكسة ازدياد قوة اختيار t كلما كانت الافتراضات أقرب للتحقق.

الجدول **5.10** : مقارنة ثخن الجلد في مجموعتين من المرضى، باستخدام مختلف التحويلات

التحويل	احتبار t بـ 27 درجة		مجال الثقة بمستوى 95%	معدل التفاوت
	t	P	للفرق في القيم المحولة	الأكبر/ الأصغر
المعطيات الخام	1.28	0.21	mm 3.07 to mm 0.71−	1.52
تحويل الجذر التربيعي	1.38	0.18	0.714 to 0.140 −	1.16
التحويل اللوغاريتمي	1 48	0.15	0.706 to 0.114 −	1.10
التحويل العكسي	1.65 −	0.11	0.22 to 0.203 −	1.63

إن المعطيات المحوّلة تعطي وضوحاً اختباراً اعتدادياً أفضل مما تعطيه المعطيات الخام، ولكن مجالات الثقة للمعطيات المحوّلة أصعب تفسيراً بحيث لا تظهر فائدتها بشكل جلي. كما لا يمكن تحويل حدي مجال الثقة للفرق إلى وحدات القياس الأصلية. فإذا حاولنا ذلك فإن الجذر التربيعي والنهايتين البديلتين تعطي نتائج غير معقولة. فاللوغاريتم يعطينا نتائج قابلة للتفسير (من 0.89 إلى 2.03) ولكن هذه ليست حدود للفرق بالميلليتر. وهذا المجال لا يحوي الصفر ومع ذلك فهذا الفرق لا يعتد به، كيف يكون ذلك؟ في الحقيقة هذا المجال يمثل حدي الثقة باحتمال 95% للنسبة بين المتوسط لمرضى كرون (crohn) والمتوسط لمرضى الداء البطني (coeliac) فإذا لم يكن ثمة فرق، فإن القيمة المتوقعة لهذه النسبة يمكن أن تكون واحداً وليس صفراً، وبالتالي تقع داخل هذا المجال. والسبب هو أنه عندما نأخذ الفرق بين لوغارتيمي العددين نحصل على لوغارتيم نسبتهما وليس على فرقهما. الفقرة (A5). في حين، عندما نأخذ متوسط لوغارتيمات عدة أعداد نحصل على لوغارتيم متوسط من نوع المتوسط الهندسي. ومن المعلوم أن المتوسط الهندسي لـ n عدداً هو الجذر النوني لجداء هذه الأعداد.



الشكل **8.10** : المنسج والاختطاط الطبيعي لمعطيات ثخن الجلد، في التحويل العكسي

5.10 الحيود عن الافتراضات في طرائق ستيودنت
Daeviations from the assumptions of t methods

إن الطرائق الموصوفة في هذا الفصل تتوقف على بعض الافتراضات الضيقة فيما يتعلق بالتوزيع الذي جاءت منه المعطيات. وهذا غالباً يقلق من يستخدم الطرائق الإحصائية، الذين يشعرون أن هذه الافتراضات ستحدُّ كثيراً من استخدام طرائق توزيع ستيودنت، ويجد كثير من الإحصائيين الذين يستخدمون طرائق مبنية على افتراضات طبيعية، أن هذا غالباً أمر مقبول وليس مجرد تفاؤل، وسننظر إلى بعض نتائج الحيود عن الافتراضات.

لنتخذ أولاً توزيعاً غير طبيعي. فكما رأينا سابقاً، فإن بعض المتغيرات تتطابق مع التوزيع الطبيعي بشكل كبير. بينما متغيرات أخرى ليست كذلك. ويحدث الحيود بشكلين أساسين. التجميع والتجانف. أما التجميع فيحصل عندما يُقاس المتغير المستمر، كطول إنسان مثلاً، بوحدات كبيرة نسبياً بالقياس للمجال. وهذا يحدث، مثلاً، إذا قسنا طول انسان لأقرب بوصة، كما في الشكل (2.10). ونلاحظ أن التلاؤم مع توزيع ستيودنت جيد جداً. ولكن هذا التجميع سيء جداً لأن الانحراف المعياري للأطوال هو 2.5 بوصة، أي أن 95% من المشاهدات، وعددها هنا 3000، تقع في مدى 10 بوصة، بمعنـــى أن القيم الممكنة هي إجمالاً 10 أو 11 قيمة فقط. ويمكننا أن نلاحظ من هذا أنه إذا كان التوزيع الأصلي طبيعياً، فتدوير القياسات سوف لا يؤثر على تطبيق توزيع "ستيودنت" بالشيء الكثير.

من جهة ثانية، يمكن للتجانف أن يبطل الطرائق التـــي تعتمد على توزيع "ستيودنت". ففي العينات الصغيرة ذات التجانف الكبير للمعطيات لا يتلاءم توزيع ستيودنت مع توزيع الإحصائية $(\bar{x}-\mu)/\sqrt{s^2/n}$ بشكل جيد. عندما زاوجنا المعطيات، وهذا ليس مهماً كثيراً، لوجود أثر التطبيع في عملية الطرح الفقرة (2.10)، فإن التجانف يؤثر على إحصائية ستيودنت لفرق عينتين الفقرة (3.10) ولكنه لا يؤثر كثيراً في حالة عينة واحدة. في الحالة العامة، إذا كانت العينتان متساويتـــي الحجم، فإن طريقة "ستيودنت" تمانع كثيراً الحيود عن التوزيع الطبيعي، ومع ذلك فكلما اختلف حجما العينتين أصبح التقريب أقل جودة. والتأثير الأكبر احتمالاً للتجانف هو أننا نخسر قوة الاختبار، ويمكن أن نفشل في اكتشاف الفروق

الموجودة، أو نحصل على مجالات ثقة واسعة جداً. وليس من المرجح أن نحصل على فروق غير حقيقية يُعتد بها. وهذا يعنـــي أنه ليس علينا أن نقلق بشأن حيودات طفيفة عن التوزيع الطبيعي. فإذا وُجد انحراف واضح عن الطبيعي، فعلينا أن نجري تحويلاً للمعطيات تنقلنا إلى التوزيع الطبيعي قبل تطبيق توزيع ستيودنت.

أما الافتراض الآخر لطريقة "ستيودنت" في حالة عينتين، هو أن تفاوتـــي المجتمعين هو ذاته. فإذا لم يتحقق هذا، فإن توزيع ستيودنت لا يُطبق بالضرورة. ويكون التأثير عادة طفيفاً إذا كان المجتمعان طبيعيين، وهذا غير مألوف ، لأنه في حالة عينات من المجتمع ذاته، المتوسط والتفاوت مستقلان إذا كان التوزيع طبيعياً الفقرة (A7). كما توجد طريقة تقريبية "لستيودنت"، كما أشرنا في الفقرة (3.10). وعلاوة على ذلك، فاختلاف التفاوتين يترافق على الأغلب مع التجانف في المعطيات، بحيث أن التحويل المعد لتصحيح خطأ واحد، يؤدي غالباً إلى تصحيح الآخر.

طريقة اختبار المزاوجة، وطريقة ستيودنت من أجل عينتين كلتاهما ناجعتان في معظم حالات الحيود عن الافتراضات. والحيودات الكبيرة فقط لها تأثير كبير على هذه الطرائق. والمسألة الرئيسة هي وجود تجانف في المعطيات في حالة عينة واحدة، وللأسباب الواردة في الفقرة (2.10) فإن اختبار المزاوجة يحقق للفروق توزيعاً معقولاً. أما إذا كانت المعطيات تبدو غير طبيعية فإن التحويل التطبيعي يحسِّن الأمور، وإذا لم تُجدِ هذه فعلينا أن نعود إلى الطرائق التـــي لا تتطلب هذه الافتراضات الفقرات: (2.9) و(2.12) و(3.12).

6.10 ماذا نعني بالعينة الكبيرة؟ What is a large sample?

درسنا في هذا الفصل العينات الصغيرة بالطرائق ذاتها التـــي درسنا فيها العينات الكبيرة في الفقرتين (5.8) و(7.9). وكنا نجهل توزيع المتغير، وتغيرات s^2 كليهما. ولنتساؤل الآن ما هي حدود العينة الكبيرة؟ قد يكون هذا السؤال محرجاً لشرعية تطبيق هذه الطرائق ولكنه نادراً ما يناقش في الكتب المدرسية.

فإذا كانت افتراضات اختبار ستيودنت محققة، فمن السهل الإجابة على هذا السؤال. من الجدول (1.10) يتبين أنه في حالة 30 درجة من الحرية أن النقطة الموافقة لاحتمال 0.05 هي

2.04، وهي قريبة جداً من القيمة الطبيعية 1.96 والفرق طفيف بحيث يمكن قبوله. وهكذا في حالة معطيات طبيعية وتفاوت منتظم يمكننا الاستغناء عن توزيع ستيودنت عندما يزيد عدد المشاهدات عن 30. عندما لا تحقق المعطيات هذه الشروط فالأمور ليست بسيطة.

وإذا لم تكن طريقة ستيودنت صالحة للتطبيق، لا يمكننا الافتراض أن طريقة العينة الكبيرة التـــي تقرب إليها صالحة. وأنصح في هذا الوضع بما يلي: أولاً إذا كنت في شك فتعامل مع العينة وكأنها صغيرة. ثانياً تحوَّل إلى التوزيع الطبيعي إذا كان ذلك ممكناً. في حالة المزاوجة علينا أن نجري التحويل قبل الطرح. ثالثاً كلما كانت المعطيات أبعد عن التوزيع الطبيعي فإننا نحتاج لعينة أكبر حتـــى يمكننا تفادي الأخطاء الناشئة عن التقريب الطبيعي.

لا يوجد في الحقيقة جواب بسيط على السؤال التالي: ما هي حدود العينة الكبيرة؟ سيكون الاستدلال فيما يتعلق بالمتوسطات معقولاً إذا زادت العينة عن 100 في حالة عينة واحدة، أو إذا كانت كل من العينتين تزيد عن 50 في حالة عينتين. إن تطبيق الطرائق الإحصائية هي مسألة اجتهادية كما هي مسألة خبرة.

7.10 العينات المتسلسلة Serial date

يبين الجدول (6.10) مستويات zidovudine (AZT) في دم مرضى الإيدز، في فترات متعددة بعد إعطاء الدواء للمرضى الذين يكون امتصاص الدُسُم لديهم طبيعياً أو سيئاً. ويبين الشكل (6.5) الخط البيانـــي لهذه المعطيات.

وإحدى الطرائق العامة لمعالجة مثل هذه المعطيات هو تطبيق اختبار ستيودنت لعينتين، في كل فترة زمنية، وَبشكل منفصل، ويتساءل الباحثون غالباً متـــى يصبح الفرق بالقدر الذي يعتد به. قد يكون السؤال مضللاً لأن الاعتداد هو خاصة للعينة أكثر منه للمجتمع. فالفرق 15 دقيقة بعد، يمكن ألا يعتد به لأن العينة صغيرة والفرق الذي يجب أن يكتشف هو صغير أيضاً لا لأنه لا يوجد فرق في المجتمع. بالإضافة لذلك إذا فعلنا هذا لكل نقطة زمنية نكون قد طبقنا اختبارات الاعتداد المتعددة الفقرة (10.9) وكل اختبار يستخدم جزءاً صغيراً فقط من المعطيات وهذا يؤدي إلى خسارة في قوة الاختبار الفقرة (9.9). ولنتساءل الآن عما إذا

كان ثمة دلالة على وجود فرق في الاستجابة بين الأفراد (المختبَرين) من ذوي الامتصاص الطبيعي وبين ذوي الامتصاص السيء على طول فترة المراقبة.

الجدول 6.10 : مستويات Zidovudine في الدم في فترات متعددة بعد اعطاء الدواء في حالة سوء امتصاص الدسم

المرضى المصابون بسوء الامتصاص

الأزمنة منذ إعطاء الـ Zidovudine											
0	15	30	45	60	90	120	150	180	240	300	360
0 08	13.15	5.70	3.22	2.69	1.91	1.72	1.22	1 15	0.71	0 43	0.32
0.08	0.08	0 14	2.10	6 37	4.89	2.11	1.40	1.42	0 72	0.39	0.28
0.08	0.08	3 29	3.47	1.42	1.61	1.41	1.09	0.49	0.20	0.17	0.11
0 08	0 08	1 33	1.71	3.30	1.81	1.16	0.69	0.63	0.36	0.22	0.12
0 08	6 69	8 27	5.02	3.98	1.90	1.24	1.01	0.78	0.52	0.41	0.42
0.08	4.28	4.92	1.22	1.17	0.88	0.34	0.24	0.37	0.09	0.08	0 08
0.08	0 13	9 29	6.03	3 65	2 32	1 25	1.02	0.70	0.43	0 21	0 18
0.08	0 64	1 19	1.65	2.37	2.07	2 54	1.34	0.93	0 64	0.30	0 20
0 08	2 39	3 53	6.28	2.61	2.29	2.23	1.97	0.73	0 41	0.15	0.08

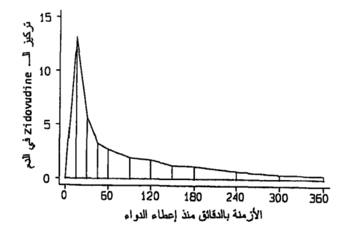
المرضى ذوو الامتصاص الطبيعي

الأزمنة منذ إعطاء الـ Zidovudine											
0	15	30	45	60	90	120	150	180	240	300	360
0.08	3.72	16.02	8.17	5.21	4.84	2.12	1.50	1.18	0.72	0.41	0.29
0.08	6.72	5.48	4.84	2.30	1.95	1.46	1.49	1.34	0.77	0.50	0.28
0.08	9 98	7.28	3.46	2.42	1.69	0.70	0.76	0.47	0.18	0.08	0.08
0.08	1.12	7.27	3.77	2.97	1.78	1.27	0.99	0.83	0.57	0.38	0.25
0.08	13 37	17.61	3.90	5.53	7.17	5.16	3.84	2.51	1 31	0.70	0.37

إن أبسط طريقة هي في اختزال معطيات كل مختبَر إلى قيمة واحدة. فيمكن استخدام أكبرقيمة يصل إليها الفرد المختبَر أو الزمن اللازم للوصول إلى هذه الذروة، أو المساحة تحت المنحنـــي. القيمة الأولى والثانية مفهومتان وضوحاً، أما المساحة تحت المنحنـــي فيمكن إيجادها بأن نصل جميع النقط لكل مختبَر، ثم ننشيء مستقيمات عمودية على المحور الأفقي في بداية الأزمنة وفي نهايتها، ثم نحسب المساحة تحت المضلع التكراري الناتج. يبين الشكل (9.10) هذا المضلع للمختبَر الأول وفق الجدول (6.10)، يتألف هذا المضلع في الواقع من متتالية من القطع المستقيمة، ويمكن حساب المساحة الكلية بأن نحسب المساحة الواقعة تحت كل قطعة، وهذه المساحة تساوي إلى جداء القاعدة بمتوسط الاحداثيين الشاقوليين، ثم نجمع هذه المساحات فنحصل على المساحة الموافقة للمختبَر الأول. $(15 - 0) \times (0.08 + 13.15)/2$

$+ (30 - 15) \times (13.15 + 5.70)/2 + ...+ (360 - 300) \times (0.43 + 0.32)/2 = 667.425$

ويمكن إنجاز هذا بسهولة. ويبين الجدول (7.10) المساحة الموافقة لكل مختبَر.



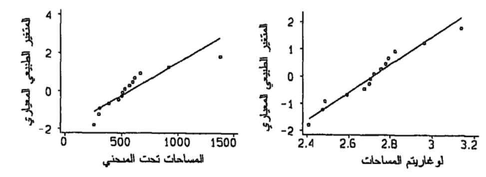
الشكل 9.10 : حساب المساحة تحت المنحنـــي لمختبَر واحد

الجدول 7.10 : المساحات تحت المنحنـــي لمعطيات الجدول (6.10)

المرضى المصابون بسوء الامتصاص		المرضى ذوو الامتصاص الطبيعي
667.425	256.275	919.875
569.625	527.475	599.850
603.000	388.800	499.500
298 200	505.875	472 875
617.850		1377.975

يمكننا الآن مقارنة متوسط المساحة بطريقة "ستيودنت" في حالة عينتين. كما يبين الشكل (10.10) فإن لوغاريتمات المســاحات تتلاءم مع التوزيــع الطبيعــي بشــكل أفضل مــن المساحات نفسها. وبحساب الاحصائيات في حالــة لوغاريتمــات المساحات نجد: $n_1 = 9$، $\bar{x}_1 = 2.639541$ ، $s_1 = 0.153376$، للأفــراد الموصوفين بســوء الامتصــاص. و$n_2 = 5$، $\bar{x}_2 = 2.850859$ ، $s_2 = 0.197120$، للأفــراد ذوي الامتصــاص الطبيعــي. ويكــون التفــاوت المشــترك $s_2 = 0.028635$. والخطــأ المعيــاري للفــرق بــين المتوســطين هــو $\sqrt{0.028635 \times (1/9 + 1/5)} = 0.094385$ وإحصــائيــة ســـتيودنــت t

هـــي – 2.24 = 0.094385/ (2.850859 –2.639541) = t بدرجة 12 من الحرية. و = P
0.04. أما مجال الثقة باحتمال 95% للفرق فهو × 2.18 ± 2.850859 – 2.639541
0.094358 وهذا يعطي – 0.417078، – 0.005558 فإذا أجرينا التحويل المعاكس للوغاريتم (antilog) لهاتين القيمتين نجد القيمتين 0.38 و0.99 وتكون المساحة تحت المنحنـــي للمختبَرين من ذوي الامتصاص السيئ هي بين 0.38 و0.99 إضافة لتلك الموافقة لمرضى الـــ (AIDS) من ذوي الامتصاص الطبيعي. ونستنتج من ذلك أن سوء الامتصاص يمنع من تمثل الدواء. المناقشة الكاملة لتحليل المعطيات المتسلسلة مذكورة في (Matthews ورفاقه 1990).



الشكل 10.10 : الاختطاط الطبيعي للمساحات تحت المنحنـــي ولوغاريتم المساحات للمعطيات في الجدول (6.10)

8.10 مقارنة تفاوتين باستخدام توزيع F

Comparing two variances by the F teat

يمكننا اختبار الفرضية الابتدائية التـــي تفيد أن تفاوتـــي المجتمعين متساويان باستخدام توزيع F. إذا كانت المعطيات تتبع التوزيع الطبيعي، فإن معدل تقديرين مستقلين للتفاوت نفسه يتبع توزيع F الفقرة (A7)، ودرجتا الحرية هما درجتا حرية التقديرين. يُعرَّف توزيع F بأنه النسبة بين متغيرين مستقلين لتوزيع كاي مربع مقسومين على درجتـــي حريتهما:

$$F_{m,n} = \frac{\chi_m^2 / m}{\chi_n^2 / n}$$

حيث m و n درجتا الحرية الفقرة (A7). في حالة معطيات مأخوذة من مجتمع طبيعي فإن توزيع تفاوت العينة s^2 هو $\sigma^2\chi^2_{n-1}/(n-1)$ حيث n حجم العينة، وعندما نقسم تقدير تفاوت على آخر لإيجاد النسبة F نختصر على σ^2. وتوزيع F كغيره من التوزيعات المشتقة من التوزيع الطبيعي لا يمكن استكماله وعلينا أن نستخدم جدول التوزيع الموافق له. وبما أن لهذا التوزيع درجتـــي حرية، فالجدول يشمل عدة صفحات ولا مجال لإيراده. معظم طرائق توزيع F تنجز باستخدام برامج إحصائية تمكننا من حساب الاحتمال مباشرة. والجدول يعطي عادة النقط المئوية العليا فقط.

الجدول 8.10 : اختبارات نفوذية الـــ Mannitol والـــ Lactulose في الأمعاء لمجموعة مرضى الـــ HIV والمجموعة الشاهد

حالة HIV	إسهال	%mann-itol	%lact-ulose	حالة HIV	إسهال	%mann-itol	%lact-ulose
AIDS	yes	14.9	1.17	ARC	yes	10.212	0.323
AIDS	yes	7.074	1.203	ARC	no	2.474	0.292
AIDS	yes	5.693	1.008	ARC	no	0.813	0.018
AIDS	yes	16.82	0.367	HIV+	no	18.37	0.4
AIDS	yes	4.93	1.13	HIV+	no	4.703	0.082
AIDS	yes	9.974	0.545	HIV+	no	15.27	0.37
AIDS	yes	2.069	0.14	HIV+	no	8.5	0.37
AIDS	yes	10.9	0.86	HIV+	no	14.15	0.42
AIDS	yes	6.28	0.08	HIV+	no	3.18	0.12
AIDS	yes	11.23	0.398	HIV+	no	3.8	0.05
AIDS	no	13.95	0.6	HIV-	no	8.8	0.122
AIDS	no	12.455	0.4	HIV-	no	11.77	0.327
AIDS	no	10.45	0.18	HIV-	no	14.0	0.23
AIDS	no	8.36	0.189	HIV-	no	8.0	0.104
AIDS	no	7.423	0.175	HIV-	no	11.6	0.172
AIDS	no	2.657	0.039	HIV-	no	19.6	0.591
AIDS	no	19.95	1.43	HIV-	no	13.95	0.251
AIDS	no	15.17	0 2	HIV-	no	15.83	0.338
AIDS	no	12.59	0.25	HIV-	no	13.3	0.579
AIDS	no	21.8	1.15	HIV-	no	8.7	0.18
AIDS	no	11.5	0.36	HIV-	no	4.0	0.096
AIDS	no	10.5	0.33	HIV-	no	11.6	0.294
AIDS	no	15.22	0.29	HIV-	no	14.5	0.38
AIDS	no	17.71	0.47	HIV-	no	13.9	0.54
AIDS	yes	7.256	0.252	HIV-	no	6.6	0.159
AIDS	no	17.75	0.47	HIV-	no	16.5	0.31
ARC	yes	7.42	0.21	HIV-	no	9.989	0.398
ARC	yes	9.174	0.399	HIV-	no	11.184	0.186
ARC	yes	9.77	0.215	HIV-	no	2.72	0.045
ARC	no	22.03	0.651				

لاختبار الفرضية الابتدائية، نقسم التفاوت الأعظمي على الأصغري لمعطيات PEFR الواردة في الفقرة (3.10) فالتفاوتان هما 1.626.3 بـ 11 درجة من الحرية للإناث و337.8 بـ 4 درجة من الحرية للذكور ومنه F = 1626.3/338.7 = 4.80. فاحتمال حصول هذه الزيادة حسب توزيع F بدرجتي الحرية 4 و11 هو 0.15. والنقطة الموافقة للاحتمال 0.05 هي 5.93. والنتيجة لا تجد دلالة على وجود فرق في التفاوت بين الذكور والإناث في هذه المعطيات. ويمكن مقارنة عدة تفاوتات باستخدام اختبار Bantlett أو اختبار Levene (انظر Armitage و1987 Berry، Snedecar و1980 Cochran).

9.10 مقارنة عدة متوسطات باستخدام تحليل التفاوت

Comparing several means using analysis of variance

لنتخذ المعطيات الواردة في الجدول (8.10)، وهي تمثل قياسات النفوذية في القناة الهضمية لأربع مجموعات من المختبرين، ونحاول أن نجري دراسة للفروق فيما بينها. إحدى الطرائق لمعالجة هذا الموضوع هي استخدام توزيع ستيودنت لمقارنة كل زوج من هذه المجموعات.

ولكن لهذه الطريقة بعض المساوئ: منها وجود حالات كثيرة عددها: $m(m-1)/2$ حيث m عدد المجموعات. وكلما كان عدد المجموعات أكبر كلما كان احتمال وجود مجموعتين منها متباعدتين يكون الفرق بينهما جوهرياً (أي يُعتد به) أكبر وذلك في حالة صحة الفرضية الابتدائية، وكون متوسطات المجتمع متساوية الفقرة (10.9). ومن مساوئ الطريقة أيضاً أنه عندما تكون المجموعات صغيرة فلا يمكن أن يوجد عدد كبير من درجات الحرية لتقدير التفاوت. فإذا أمكننا أن نستخدم جميع المعطيات لتقدير التفاوت، فسيكون لدينا عدد أكبر من درجات الحرية، وبالتالي مقارنة أقوى.

الجدول 9.10 : بعض المعطيات الافتراضية لإيضاح كيفية تحليل التفاوت

	المجموعة 1	المجموعة 2	المجموعة 3	المجموعة 4
	6	4	7	3
	7	5	9	5
	8	6	10	6
	9	6	11	6
	10	6	11	6
	11	8	13	8
المتوسط	8.167	5.833	10.167	5.667

لإيضاح كيفية تحليل التفاوت أو ما يسمى (anova) سنستخدم معطيات مفترضة كما هو مذكور في الجدول (9.10). من الناحية العملية قلما تكون المجموعات متساوية الحجم في التطبيقات الطبية. نبدأ بتقدير التفاوت الكلي داخل المجموعات كما فعلنا في توزيع ستيودنت في حالة عينتين الفقرة (3.10)، فنوجد مجموع المربعات لكل مجموعة حول متوسطها ثم نجمع النتائج. ندعو هذا **مجموع المربعات داخل المجموعات**، وحسب معطيات الجدول (9.10) يكون هذا المجموع 57.883. سنقدر متوسط كل مجموعة من المعطيات، وبذا نكون قد قدرنا أربعة وسطاء ويصبح لدينا 20 = 4 – 24 درجة من الحرية. في الحالة العامة درجة الحرية لـ m مجموعة حجم الواحدة منها n هو $nm - m$ وهذا يعطينا تقديراً للتفاوت:

$$s^2 = \frac{57.833}{20} = 2.892$$

وهذا هو **التفاوت داخل المجموعات أو التفاوت المتبقي** "residual variance" وفيما يتعلق بالتفاوت الكلي، سنفترض أن التفاوتات متساوية في المجتمعات الممثّلة بهذه المجموعات الأربع.

ويمكن أن نحصل على تقديرين آخرين للتفاوت من المعطيات. فنستطيع إيجاد التفاوت الكلي للمعطيات، متجاهلين المجموعات. إن مجموع المربعات هنا ويدعى المجموع الكلي للمربعات يساوي 139.958 ودرجة الحرية 23 = 1 – 24. وتقدير التفاوت هو 6.085 = 139.958/23 وهذا أكبر من التفاوت داخل المجموعات، لأنه يوجد في هذا المثال قدر كبير من التغيرات بين المجموعات.

ويمكننا أيضاً إيجاد تقدير التفاوت من مجموعة المتوسطات، فتفاوت متوسطات المجموعات الأربع هو 5.475. فإذا لم تكن ثمة فروق بين متوسطات المجموعات التي أخذت منها العينات، سيكون هذا التفاوت هو تفاوت توزيع الاعتداد لمتوسط n من المشاهدات، وهو s^2/n، ويساوي مربع الخطأ المعياري الوارد في الفقرة (2.8). وهكذا فإن جداء هذا التفاوت بـ n يساوي إلى التفاوت داخل المجموعات وفي مثالنا يساوي 27.375 = 5 × 5.475، وهو أكبر من 2.892 الملاحظ حقيقية. وسنعبر عن هذا بنسبة أحد التفاوتين إلى الآخر أي التفاوت بين المجموعات مقسوماً على التفاوت داخل المجموعات والذي سندعوه معدل

التفاوت أو النسبة F. فإذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة، وإذا كانت المشاهدات من التوزيع الطبيعي بتفاوت منتظم، فهذه النسبة تتبع التوزيع المعروف، بتوزيع F بـ $m-1$ و $n-1$ درجة من الحرية الفقرة (8.10).

وفي مثالنا درجتا الحرية هما على الترتيب 3 و20 ومنه:

$$F_{3.20} = \frac{27.3785}{2.892} = 9.47$$

إذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة، تكون القيمة المتوقعة لهذه النسبة 1.0. والقيمة الكبيرة لـ F تُعطينا دلالة على وجود فرق بين متوسطات المجتمعات الأربعة. ففي مثالنا القيمة الكبرى لـ F تساوي 9.47، واحتمال حصولنا على قيمة كبيرة كهذه إذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة سيكون 0.0004. وهذا يعني وجود فرق جوهري بين المجموعات الأربع.

الجدول **10.10** : تحليل التفاوت لمعطيات الجدول (9.10) باتجاه واحد

منشأ التفاوت	درجة الحرية	مجموع المربعات	متوسط المربعات	معدل التفاوت F	الاحتمال
الكلي	23	139.958			
بين المجموعات	3	82.125	27.375	9.47	0.0004
داخل المجموعات	20	57.833	2.892		

وسنعرض هذه الحسابات في جدول تحليل التفاوت كما هو مبين في الجدول (10.10). فمجموع المربعات في السطر الموافق لـ "ما بين المجموعات" يساوي مجموع المربعات لمجموعة المتوسطات مضروباً بـ n. ونسمي هذا "**مجموع المربعات ما بين المجموعات** **between groups sum of squares**" ونلاحظ في عمودي درجات الحرية ومجموع المربعات أن مجموع السطرين الثاني والثالث يعطينا السطر الأول (الكلي). كما أن مجموع المربعات داخل المجموعات يدعى أيضاً **مجموع المربعات المتبقي "residual sum of squares"** لأنه ما يُهمل عندما نبعد تأثير المجموعة. أو **مجموع مربعات الأخطاء "error sum of squares"** لأنه يقيس التغير العشوائي أو الخطأ الناشئ عندما تستبعد تأثيرات جميع المنظومات.

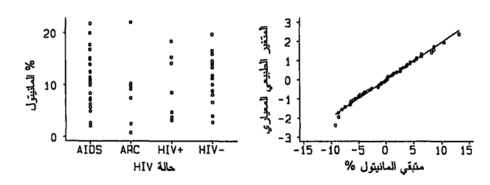
الجدول **11.10** : تحليل التفاوت لمعطيات الـــ mannitol باتجاه واحد

منشأ التفاوت	درجة الحرية	مجموع المربعات	متوسط المربعات	معدل التفاوت F	الاحتمال
الكلي	58	1559.036			
بين المجموعات	3	49.012	16 337	0 6	0 6
المتبقي	55	1510 024	27.455		

بالعودة إلى معطيات المانّيتول "mannitol" المجموعات غير متساوية الحجم كما يحدث غالباً، لذا فحساب مجموع المربعات ما بين المجموعات يصبح أكثر تعقيداً، ونحصل عليه عادة بطرح مجموع المربعات داخل المجموعات من مجموع المربعات الكلي، وكيفما كانت الطريقة نحصل على الجدول نفسه، كما هو مبين في الجدول (11.10). ونظراً لأن هذه الحسابات تُجرى بالحاسوب فتعقيد الحسابات لا يشكل أمراً ذا بال. وهنا لا يوجد فرق ذو اعتداد (جوهري) بين المجموعات.

الجدول **12.10** : تحليل التفاوت في مقارنة مجموعتين من الجدول (8.10) من اتجاه واحد

منشأ التفاوت	درجة الحرية	مجموع المربعات	متوسط المربعات	معدل التفاوت F	الاحتمال
الكلي	32	987.860			
بين المجموعات	1	34.176	34.176	1 11	0.3
داخل المجموعات	31	953.684	30 764		



الشكل 11.10 : اختطاط معطيات الـــ mannitol، تبين معقولية الافتراض الطبيعي وانتظام التفاوت

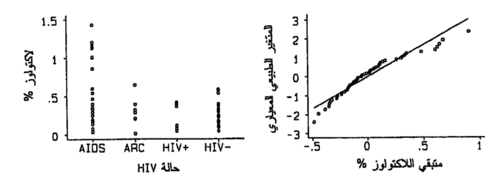
إذا كان لدينا مجموعتان فقط فإن تحليل التفاوت باتجاه واحد هو طريقة أخرى للقيام باختبار ستيودنت من أجل عينتين. فمثلاً من الجدول (12.10) نستطيع مقارنة اطّراح الـــ mannitol لمرضي الـــ (AIDS) ومرضى الـــ (ARC). باستخدام توزيع ستيودنت نحصل

على $t = 1.05$ بـــ 31 درجة من الحرية، و$P = 0.3$ وجدول تحليل التفاوت مبين في الجدول (12.10). فالاحتمال هو نفسه. والنسبة F تساوي 1.11 وهي مربع الإحصائية t: 1.05. ومتوسط المربعات المتبقي هو التفاوت الكلي لاختبار ستيودنت.

10.10 افتراضات في تحليل التفاوت

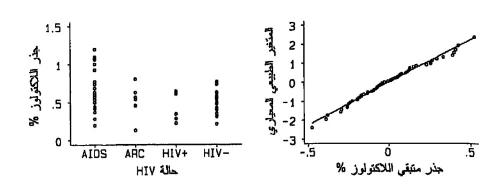
Assumptions of the analysis of variance

يوجد افتراضان في موضوع تحليل التفاوت، وهما أن المعطيات تتوزع وفق التوزيع الطبيعـــي داخل المجموعـــات، وأن تفاوتات هذه التوزيعات هي نفسها. إن المصطلح التقنـــي لعبارة **"انتظام التفاوت"** هو **homoscedasticity**، **ولنقص الانتظام** هو **heteroscedasticity**. وخاصة "نقص الانتظام" هذه يمكن أن تؤثر على تحليل التفاوت بقدر كبير ونحاول أن نتحرز منه.



الشكل 12.10 : اختطاط معطيات الـــ lactulose، تبين معقولية الافتراض الطبيعي وانتظام التفاوت

يمكننا أن نتفحص هذه الافتراضات بيانياً. فالشكلان (11.10) و(12.10) يعرضان الدراسة البيانية لمعطيات كل من الـــ mannital والـــ Lactulase. ففي معطيات الـــ Mannital نجد أن الاختطاط التبعثري يبين انتشار المعطيات في كل مجموعة بافتراض انتظام التفاوت، وهذا غير محقق في حالة معطيات الـــ Lactulase كما يوضح الشكل (12.10). ويلاحظ أن المجموعة ذات المتوسط الأكبر لمرضى (AIDS) تتصف بانتشار أوسع.



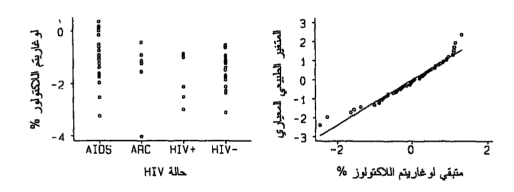
الشكل 13.10 : اختطاط معطيات الـ lactulose بعد تحويلها إلى الجذر التربيعي

إن الاختطاط الطبيعي للمتبقيات يبين مدى جودة تطابق الفروق، أو الانحرافات عن مجموعة المتوسطات، مع التوزيع الطبيعي. ففي حالة معطيات الـ(mannital) يُلاحظ تلاؤماً جيداً مع الخط المستقيم، وهذا يشير إلى معقولية الافتراض بتوافق هذه المعطيات مع التوزيع الطبيعي، أما الاختطاط في حالة الـ (Lactulase) فيبين انحناء واضحاً مشيراً إلى وجود تجانف. أما تحويل الجذر التربيعي لـ (Lactulase) فيشير إلى تلاؤم أفضل حسب الشكل (13.10). وكما يبين الشكل (14.10) فإن التحويل اللوغارتيمي يؤدي إلى تجانف مفرط في الاتجاه المضاد. ومع ذلك تبدو التفاوتات منتظمة. ويمكننا استخدام إما تحويل الجذر التربيعي أو التحويل اللوغاريتمي وقد استخدم هنا تحويل الجذر التربيعي. ويبين الجدول (13.10) تحليل التفاوت في حالة تحويل الجذر التربيعي لـ (Lactulose).

الجدول 13.10 : تحليل التفاوت وحيد التصنيف لتحويل الجذر التربيعي لمعطيات الـ Lactulose في الجدول (8.10)

منشأ التفاوت	درجة الحرية	مجموع المربعات	متوسط المربعات	معدل التفاوت F	الاحتمال
الكلي	58	3.254			
حالة HIV	3	0.42870	0.14290	2 78	0.0495
المتبقي	55	2.82571	0.05138		

وتوجد أيضاً اختبارات للثقة يمكن أن نطبقها في حالة التوزيع الطبيعي وانتظام التفاوت. فعلى سبيل المثال، اختبار (Barlett) من أجل تجانس التفاوت يعطي وفق معطيات الجدول (9.10): $\chi^2 = 0.84$، d.f = 3، P = 0.8. وهي تشير إلى أن المعطيات تتوافق مع الافتراضات. ولا حاجة لإيراد التفاصيل.



الشكل 14.10 : اختطاط معطيات اللاكتولوز بعد التحويل اللوغاريتمي لها

11.10 مقارنة المتوسطات بعد تحليل التفاوت

Comparison of means after analysis of variance

نستخلص من الجدولين (10.10) و(13.10) أن وجود فرق يعتد به بين المتوسطات هو في الواقع غير كاف. فما نريد أن نعرف هو: أي المتوسطات التي يختلف بعضها عن بعض. يوجد في الواقع عدد من الطرائق للقيام بهذا تدعى **طرائق المقارنات المتعددة multiple comparisons procedures** وهي مصممة على الأغلب لإعطاء خطأ واحد من النوع الأول الفقرة (3.9) لكل 20 تحليل عندما تكون الفرضية الابتدائية صحيحة، مقابل القيام باختبارات ستيودنت من أجل كل زوج من المجموعات التي تعطي خطأ واحداً لكل 20 مقارنة عندما تكون الفرضية الابتدائية صحيحة. ولن ندخل في التفصيلات ولكن لننظر في هذين المثالين. توجد اختبارات متعددة يمكن أن تستخدم عندما تكون المجموعات متساوية، طريقة (Tukey's Honestly) للفروق التي يعتد بها، وطريقة التتابع لـ (Newman-Keuls) وتدعى كل منها (اختبار مجال ستيودنت) ثم اختبار المجال المتعدد لـ (Duncan)... إلخ والطريقة المتبعة تتوقف على البرنامج الحاسوبي الذي نستخدمه. إن نتائج طريقة التتابع لـ (Newman-Keuls) للمعطيات الواردة في الجدول (9.10) مبينة في الجدول (14.10) والنتائج هي: المجموعة 1 تختلف جوهرياً عن المجموعة 2 و4 (أي تختلف

بشكل يُعتد به)، والمجموعة 3 تختلف أيضاً عن 2 و 4. أما المجموعـــة (3) فقط هي التـــي تختلف عن 2 و4 بمستوى اعتداد 1%.

الجدول **14.10** : اختبار Newman-Keuls لمعطيات الجدول (9.10)

S = يعتد به بمستوى 0.05
N = لا يُعتد به

مجموعة	1	2	3
2	S		
3	N	S	
4	S	N	S

S = يعتد به بمستوى 0.01
N = لا يُعتد به

مجموعة	1	2	3
2	N		
3	N	S	
4	N	N	S

أما عندما تكون المجموعات غير متساوية، فاختيار أنظمة المقارنة المتعددة أكثر محدودية. يمكن استخدام اختبار (Gabriel) في حالة المجموعات غير المتساوية والجدول (15.10) يبين نتائج اختبار Gabriel من أجل معطيات الـــ Lactulose بعد إجراء تحويل الجذر التربيعي عليها. وهذا يبين أن مجموعة مرضى الإيدز تختلف جوهرياً عن مرضى +HIV (دون أعراض) وعن المجموعة الشاهدة -HIV. من أجل معطيات الـــ mannital، معظم طرائق المقارنة المتعددة لا تعطي فروقاً ذات اعتداد لأنها مصممة لتعطي واحداً فقط من أخطاء النوع الأول لدى تحليل التفاوت، وهكذا عندما يكون اختبار F لا يُعتد به، فلا توجد مقارنات يُعتد بها أيضاً.

الجدول **15.10** : اختبار Gabriel لمعطيات اللاكتولوز وفق تحويل الجذر التربيعي

S = يعتد به بمستوى 0.05
N = لا يُعتد به

مجموعة	AIDS	ARC	HIV+
ARC	N		
HIV+	S	N	
HIV−	S	N	N

S = يعتد به بمستوى 0.01
N = لا يُعتد به

مجموعة	AIDS	ARC	HIV+
ARC	N		
HIV+	N	N	
HIV−	N	N	N

A 10 ملحق: نسبة المتوسط إلى الخطأ المعياري

نعلم أن $\bar{x}$ تتوزع توزعاً طبيعياً بمتوسط μ وتفاوت σ^2/n. إذن تتوزع الإحصائية $(\bar{x}-\mu)/\sqrt{\sigma^2/n}$ وفق التوزيع الطبيعي المعياري بمتوسط 0 وانحراف معياري 1. كما

تتوزع الإحصائية $(n-1)\, s^2/\sigma^2$ وفق توزيع كاي مربع بـ $n-1$ درجة من الحرية الملحق (A7). فإذا قسمنا المتغير الطبيعي المعياري على الجذر التربيعي لمتغير مستقل لكاي مربع، مقسوماً على درجة حريته نحصل على توزيع ستيودنت:

$$\frac{\frac{\bar{x}-\mu}{\sqrt{\sigma^2/n}}}{\sqrt{\frac{(n-1)s^2/\sigma^2}{n-1}}}=\frac{\frac{\bar{x}-\mu}{\sqrt{\sigma^2/n}}}{\sqrt{\frac{s^2}{\sigma^2}}}$$

$$=\frac{\bar{x}-\mu}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}\times\sqrt{\frac{s^2}{\sigma^2}}}$$

$$=\frac{\bar{x}-\mu}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}\times\frac{s^2}{\sigma^2}}}$$

$$=\frac{\bar{x}-\mu}{\sqrt{\frac{s^2}{n^2}}}$$

ومنه نجد أن المتغير t يساوي متوسط العينة مقسوماً على الخطأ المعياري لها. إن أية كمية تتوزع توزعاً طبيعياً بمتوسط يساوي الصفر (مثل $\bar{x}-\mu$) مقسومة على الخطأ المعياري لها، تتبع توزيع ستيودنت بشرط أن يحسب الخطأ المعياري من مجموع مربعات واحد وبذلك يرتبط بتوزيـــع χ^2.

M 10 أسئلة الاختيار من متعدد من 50 إلى 56

يجاب على كل سؤال إما بصح أو خطأ.

50. اختبار المزاوجة في توزيع ستيودنت:

آ – غير عملي من أجل العينات الكبيرة

ب – مفيد في تحليل المعطيات الكيفية

ج – ملائم للعينات الصغيرة جداً

د – يستخدم في العينات المستقلة

هـــ – ينبنــــى على التوزيع الطبيعي

51. أي من الشروط التالية يجب أن نضعها ليكون اختبار ستيودنت للفرق بين متوسطي عينتين صحيحاً:

آ – عدد المشاهدات يجب أن يكون نفسه في المجموعتين

ب – الانحرافان المعياريان يجب أن يكونا تقريباً نفسه في المجموعتين

ج – يجب أن يكون متوسطا العينتين متساويين تقريباً

د – يجب أن تكون المشاهدات مأخوذة من التوزيع الطبيعي على وجه التقريب

هـــ – يجب أن تكون العينات صغيرة

52. في تجربة سريرية لعينتين. كانت إحدى قياسات التجربة ذات تجانف كبير. لاختبار الفرق بين مستويات هذه القياسات في مجموعتـــي المرضى. يمكن استخدام الطرائق التالية:

آ – اختبار ستيودنت المعياري باستخدام المشاهدات

ب – التقريب الطبيعي إذا كانت العينة كبيرة

ج – تحويل المعطيات إلى التوزيع الطبيعي واستخدام اختبار ستيودنت

د – اختبار الإشارة

هـــ – الخطأ المعياري للفرق بين نسبيتين

53. بتطبيق اختبار ستيودنت في حالة عينتين، يمكن أن تؤثر، انحرافات المشاهدات عن التوزيع الطبيعي جدياً على صحة الاختبار إذا كانت:

آ – حجوم العينات متساوية

ب – توزيع المعطيات متجانف بشكل كبير

ج – إحدى العينتين أكبر من الأخرى

د – العينتان كبيرتان

هـــ – المعطيات تحيد عن التوزيع الطبيعي لأن وحدة القياس كبيرة، وقليل من القيم فقط ممكنة.

54. يبين الجدول (16.10) نتائج المقارنة بين المانحين الناجحين (أي المخصبين) للتمنية الصناعية وغير الناجحين. لقد استخلص المؤلفون أن التحليل المألوف للمنـــي يمكن أن يكون مؤشراً غير حساس أبداً للخصوبة العالية عند المتبرعين للانماء الاصطناعي (AID):

آ - سيكون الجدول أكثر إعلاماً إذا كانت قيم P معطاة

ب - اختبار ستيودنت هام للنتيجة المعطاة

ج - من الممكن أن يتوزع تعداد (الحيوانات المنوية) توزعاً طبيعياً

د - إذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة، فتوزيع المعانية لإحصائية الاختبار t لتعداد (الحيوانات المنوية) يمكن أن يزداد بالتحويل اللوغارتيمي

هـ - إذا كانت الفرضية الابتدائية غير صحيحة، فإن قوة اختبار ستيودنت لتعداد المنـــي سيزداد بالتحويل اللوغاريتمي

الجدول 16.10 : تحليل السائل المنوي للمانحين الناجحين وغير الناجحين (Paraskevaides ورفاقه 1991)

	المانحون الناجحون			المانحون غير الناجحين		
	n	المتوسط	n	n	المتوسط	n
الحجم بالمل	17	3.14	(1.28)	19	2.91	(0 91)
تعداد الحيوانات المنوية (10^6/ مل)	18	146.4	(95.7)	19	124.8	(81.8)
% الحركة	17	60.7	(9.7)	19	58.5	(12.8)
% التشكل غير الطبيعي	13	22.8	(8.4)	16	20.3	(8.5)

جميع الفروق لا يعتد بها، اختبار ستيودنت

55. إذا أخذنا عينات حجم الواحدة n من مجتمع طبيعي وحسبنا متوسط العينة $\bar{x}$ والتفاوت s^2 فإن:

آ - العينات التـــي تكون فيها قيم $\bar{x}$ كبيرة تقتضي أن تكون قيم s^2 كبيرة

ب - توزيع المعاينة لـــ $\bar{x}$ سيكون طبيعياً

ج - توزيع المعاينة لـــ s^2 يرتبط بتوزيع كاي مربع بـــ $(n-1)$ درجة من الحرية

د - النسبة $\bar{x} / \sqrt{s^2 / n}$ تتبع توزيع ستيودنت بـــ $(n-1)$ درجة من الحرية

هـ - توزيع المعاينة لـــ s يتبع التوزيع الطبيعي على وجه التقريب إذا كانت $n > 20$.

56. لدى تحليل جدول التفاوت باتجاه واحد عند مقارنة ثلاث مجموعات فإن:

آ - مربع متوسط المجموعة + مربع متوسط الخطأ = مربع المتوسط الكلي

ب - توجد درجتان من الحرية للمجموعات

ج - مجموعة المربعات + مجموع أخطاء المربعات = المجموع الكلي للمربعات

د - يجب أن تكون أعداد عناصر المجموعات متساوية

هـ - مجموعة درجات الحرية + خطأ درجات الحرية = العدد الكلي لدرجات الحرية.

E 10 تمرين: طريقة المزاوجة في توزيع ستيودنت

يبين الجدول (17.10) توازن المطاوعة الكلي للجهاز التنفسي، وخيمة الأكسجين الشريانية ($P\alpha(O_2)$) لـ 16 مريضاً في العناية المشددة (بحث التواصل الشخصي: السعدي). كان المرضى يساعدون بالتنفس الاصطناعي. والسؤال الآن هل يمكن أن يتحسن التنفس لديهم بتغيير شروط تدفق الهواء. يبين الجدول (19.10) مقارنة بين الإنعاش بالتدفق الموجي الثابت، والإنعاش بالتدفق الموجي المتباطئ. سنتفحص تأثير الشكل الموجي على المطاوعة.

الجدول **17.10** : قيم $p\alpha(O_2)$ والمطاوعة لشكلين من الدفق الموجي للانعاش

المريض	$p_a(O_2)$ (kpa) الشكل الموجي ثابت	$p_a(O_2)$ (kpa) الشكل الموجي متباطئ	المطاوعة ($ml/cm\ H_2O$) الشكل الموجي ثابت	المطاوعة ($ml/cm\ H_2O$) الشكل الموجي متباطئ
1	9.1	10.8	65.4	72.9
2	5.6	5 9	73.7	94.4
3	6.7	7.2	37.4	43.3
4	8.1	7.9	26.3	29.0
5	16.2	17.0	65.0	66.4
6	11.5	11.6	35.2	36.4
7	7.9	8.4	24.7	27.7
8	7.2	10.0	23.0	27.5
9	17.7	22.3	133.2	178.2
10	10.5	11.1	38.4	39.3
11	9.5	11.1	29.2	31.8
12	13.7	11.7	28.3	26 9
13	9.7	9.0	46.6	45.0
14	10 5	9.9	61.5	58.2
15	6.9	6.3	25.7	25.7
16	18.1	13.9	48.7	42.3

1. احسب التغيرات في المطاوعة. أوجد مخطط الساق والورقة. (ارشاد: ستحتاج إلى السطر الصفري، وللسطر ما دون الصفر).

2. لاختبار شرعية استخدام طريقة ستيودنت، أنشئ مخطط الفروق بدلالة متوسط المطاوعة للمختبرين. هل تلاحظ وجود علاقة بينهما.
3. احسب المتوسط والتفاوت والانحراف المعياري والخطأ المعياري لمتوسط فروق المطاوعة.
4. رغم ان فروق المطاوعة بعيدة عن التوزيع الطبيعي، عين بمستوى 95% مجال الثقة لهذه الفروق، باستخدام توزيع ستيودنت. قارن هذا مع المعطيات المحولة.
5. أوجد لوغاريتمات المطاوعة، ثم أعد الخطوات 1 و2 و3. هل تنطبق شروط طريقة توزيع ستيودنت هنا بشكل أفضل.
6. عين بمستوى 95% مجال الثقة للوغاريتم الفرق، ثم أجر التحويل إلى القيم الأصلية. ماذا يعني هذا؟ وكيف يُقارن مع المجال المحسوب من المعطيات غير المحوّلة؟
7. ماذا يمكن أن نستنتج بشأن تأثير الشكل الموجي للتنفس على توازن المطاوعة لدى المرضى في العناية المشددة.

الفصل الحادي عشر

الانكفاء والارتباط

Regression and correlation

1.11 المبيان التبعثري Scatter diagrams

سنحاول في هذا الفصل النظر في مجموعة الطرق التـــي تحلل العلاقة بين متغيرين كميين. لنأخذ بعين الاعتبار الجدول (1.11) الذي يبين مجموعة من المعطيات (البيانات) على مجموعة من طلاب الطب في صف علم وظائف الأعضاء (الفيزيولوجيا). إن التدقيق في هذه المعطيات يوحي بإمكان وجود علاقة بين المتغير FEV1* وطول الطالب. وقبل البدء بتكميم هذه العلاقة بين المتغيرين يمكننا أن نختط (نرسم) متغير الطول مقابل المتغير FEV1 لأخذ فكرة عن طبيعة العلاقة بين هذين المتغيرين. من الأشكال البيانية المألوفة المبيان التبعثري الفقرة (5.6). إن اختيار المتغير للمحور الموافق يتوقف على فكرتنا عن أولوية العلاقة بين المتغيرين، كما سنناقش هذا لاحقاً. يبيـــن الشكل (1.11) المبـــيان التبعثري بين المتغير FEV1 وطول الطالب.

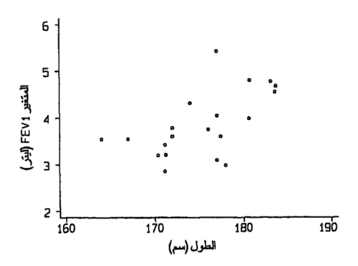
توضح معاينة هذا الشكل أن FEV1 يزداد بازدياد طول الطالب. في الخطوة الثانية سنحاول اختطاط أفضل خط ممثل لهذه العلاقة، إنّ أبسط الخطوط هو الخط المستقيم علماً أننا سنأخذ بعين الاعتبار في الفصل السابع عشر خطوطاً أكثر تعقيداً.

* FEV1: Forced expiratory volume in one second حجم الزفير القسري بالثانية.

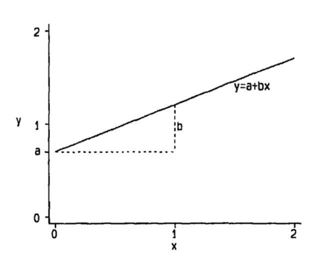
الجدول 1.11: المتغير FEV1 ومتغير الطول لــ 20 طالب طب

طول الطالب (سم)	FEV1 (ليتر)	طول الطالب (سم)	FEV1 (ليتر)	طول الطالب (سم)	FEV1 (ليتر)
164.0	3.54	172.0	3.78	178.0	2.98
167.0	3.54	174.0	4.32	180.7	4.80
170.4	3.19	176.0	3.75	181.0	3.96
171.2	2.85	177.0	3.09	183.1	4.78
171.2	3.42	177.0	4.05	183.6	4.56
171.3	3.20	177.0	5.43	183.7	4.68
172.0	3.60	177.4	3.60		

إن معادلة الخط المستقيم بين متغيرين x وy هي من الشكل $y = a + bx$ حيث a، b ثوابت عددية. يدعى a قيمة الترتيب في المبدأ ونحصل على قيمته بإعطاء المتغير x القيمة 0. ويدعى الثانـــي b ميل الخط المستقيم وهو يمثل تزايد المتغير y عندما يتزايد x بمقدار الوحدة. ويوضح الشكل (2.11) المعنـــى الهندسي لكل من الثابتين a وb. يمكننا بتحليل الانكفاء إيجاد قيمتـــي a وb التـــي تعطيان أفضل تلاؤم (fit) مع المعطيات.



الشكل 1.11 : المبيان التبعثري المُبين للعلاقة بين المتغير FEV1 وطول الطالب لمجموعة من طلاب الطب



الشكل 2.11 : معاملا الخط المستقيم (المعنـــى الهندسي)

2.11 الانكفاء Regression

الانكفاء هو طريقة لتقدير العلاقة العددية بين متغيرين. فعلى سبيل المثال نود معرفة المتوسط أو القيمة المتوقعة (expected value) للمتغير FEV1 لطالب ذي طول معطى. وكذلك ما هو تزايد المتغير FEV1 المقرون بتزايد مقداره الوحدة في طول الطالب.

يعود إطلاق اسم (Regression) (الانكفاء) للعالم غالتون (Galton) عام 1886، والذي طور تقنية لكشف اللثام عن العلاقة بين أطوال الأبناء الذكور وآبائهم. لاحظ غالتون أنه عندما نختار عينة من أطوال الآباء فإن متوسط أطوال أبنائهم سيقترب من متوسط طول المجتمع الإحصائي (مجتمع أطوال الأبناء) عوضاً عن متوسط أطوال الآباء. بكلمات أخرى، الآباء الطوال يسعون لأن يكونوا أطول من أبنائهم. ونجد أن أبناء الآباء طوال القامة أقل طولاً من آبائهم بينما أبناء الآباء قصار القامة أكثر طولاً من آبائهم. وحدد غالتون هذه الظاهرة بقوله "انحدار نحو المعدل" وهذا يعنـــي العودة باتجاه المعدل وندعو حالياً هذه الظاهرة **الانكفاء نحو المتوسط** (الفقرة 4.11). وندعو الطريقة التـــي تُوصلنا لمستقيم الانكفاء بتحليل الانكفاء ومنها اشتق هذا الاسم. ومع ذلك يوجد في مجموعة المصطلحات التـــي استخدمها غالتون لفظ اللانكفاء (no regression) إذا كانت العلاقة بين المتغيرين هي

بحيث أن أحد المتغيرين يُنبــيء بالآخر تماماً، وفي المصطلحات الحديثة نقول أنه لا يوجد انكفاء إذا كان لا يوجد أي علاقة بين المتغيرين المدروسين.

ومن خلال مسائل الانكفاء نهتم بكيفية استخدام أحد المتغيرين للتنبؤ بالمتغير الآخر ففي حالة المتغير FEV1 وطول الطالب، نهتم على سبيل المثال بتقدير متوسط المتغير FEV1 بدلالة طول الطالب، أكثر من اهتمامنا بمتوسط الطول إذا علمت قيمة للمتغير FEV1. يوجد نوعان من المتغيرات: المتغير الناتج وهو الذي نحاول أن نتنبأ بقيمته وهو في هذه الحالة المتغير FEV1، والمتغير المُنبــيء أو المُبيِّن وفي حالتنا طول الطالب، وندعو الأخيرة غالباً المتغير المستقل، كما ندعو المتغير الناتج المتغير التابع. مع ذلك للمصطلحين الأخيرين معانــي أخرى في نظرية الاحتمالات ولذلك سنحاول عدم استعمالها. إذا رمزنا للمتغير المنبــيء بالرمز X وللمتغير الناتج بالرمز Y عندها نكتب العلاقة الخطية كما يلي:

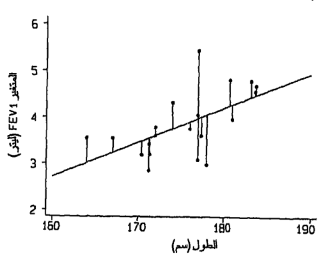
$$Y = a + bX + E$$

بحيث أن a، b ثوابت وE متغير عشوائي (ramdom variable) بمتوسط 0، وندعوه الخطأ المرتكب (error)، والذي يمثل الجزء من تغيرية المتغير Y (variability) الذي لا يمكن تفسيره بالعلاقة الخطية بين X و Y. أما إذا كان متوسط المتغير العشوائي E لا يساوي الصفر فيمكننا أن نجعله كذلك بتعديل قيمة a.

3.11 طريقة المربعات الصغرى The method of least squares

إذا توضعت جميع النقط المدروسة على الخط المستقيم عندها لا يوجد لدينا أي تغير عشوائي، وبالتالي من السهولة رسم هذا الخط المستقيم على المبيان التبعثري. لا يمثل الشكل (1.11) ما ذكرناه قبل قليل، وذلك لوجود العديد من القيم الممكنة للثوابت a، b والتــي يمكنها أن تمثل البيانات ولذلك نحتاج لمعيار في اختيار أفضل مستقيم. يبين الشكل (3.11) انحراف النقط عن المستقيم، وهي المسافة بين النقطة والمستقيم توازياً مع المحور oy. سيلائم المستقيم بشكل جيد المعطيات إذا كانت الانحرافات عنه صغيرة، وسيلائمها بشكل سيئ إذا كانت هذه الانحرافات كبيرة. تمثل هذه الانحرافات الخطأ المرتكب، وهو الجزء من المتغير Y غير المُفسر بالمتغير X. إن أحد حلول مسألة إيجاد أفضل خط هو ذلك المستقيم الذي يجعل

تغيرية المتغير Y غير المُفسرة بالمتغير X صغيرة وذلك بأخذ الحد الأصغر لتفاوت E (variance). وسيتم إنجاز ذلك بجعل مجموع الانحرافات عن المستقيم أصغر ما يمكن. ندعو هذه الطريقة **بطريقة المربعات الصغرى** والمستقيم الناتج عنها **بمستقيم المربعات الصغرى** (least squares line).



الشكل 3.11 : الانحرافات عن المستقيم وفق المنحى y

تعد طريقة المربعات الصغرى أفضل طريقة إذا كان توزيع الانحرافات عن المستقيم توزيعاً طبيعياً مع تفاوت منتظم (uniform) على طول المستقيم. من الممكن أن يكون الأمر كذلك، إذ أن الانكفاء يسعى إلى حذف التغيرات بين المختبرين في عبارة Y، والإبقاء على خطأ القياس الذي يمكن أن يكون توزيعه طبيعياً. سأتعامل مع هذه الحيودات عن هذه الافتراضات في الفقرة (8.11).

يحل العديد من الإحصائيين مسألة إيجاد الحد الأصغر لتباين الانحرافات باتجاه واحد فقط. لكن عادةً يمكن للمتغيرين المقاسين أن يقترنا بخطأ مرتكب، وبالتالي فإننا نتجاهل الخطأ المرتكب في قياس المتغير X. لماذا لا نوجد حل لمسألة الحد الأصغر باتجاه المسافات الأفقية على المستقيم بدلاً من المسافات الشاقولية؟ يوجد سببان لهذا، أولاً وجدنا أفضل تقدير للمتغير Y من القيم المشاهدة (observed) للمتغير X وليس من القيم الحقيقية للمتغير X إن وجود الخطأ في قياس المتغيرين هو أحد أسباب انحراف النقط عن المستقيم المقدر (مستقيم

المربعات الصغرى) وهو متضمن في الانحرافات المُقاسة في الاتجاه Y. ثانياً يعتمد المستقيم الناتج عن طريقة المربعات الصغرى على وحدات القياس للمتغيرات المُقاسة. فمن أجل البيانات الموجودة في الجدول (1.11) نكتب معادلة المستقيم الناتج

الطول (سم) × 0.075 + 9.33 – = FEV1 (ليتر)

وإذا قسنا الطول بالمتر عوضاً عن سم نحصل على المعادلة التالية:

الطول (م) × 22.0 + 34.70 – = FEV1 (ليتر)

وباستخدام هذه الطريقة (طريقة المربعات الصغرى) فإن القيمة المتنبأة للمتغير FEV1 للطالب ذي الطول 170 سنتيمتر تساوي 3.42 ليتر، ولكن من أجل الطالب ذي الطول 1.70 متر فإن القيمة المقدرة تساوي 2.70 ليتر. وهذا غير مرضي وضوحاً ولذلك لن ننهج ذلك بعد الآن.

لنعد إلى الشكل (3.11)، يمكن إيجاد معادلة المستقيم الذي يجعل مجموع مربعات انحرافات قيم المتغير Y عن هذا المستقيم أصغرياً، بطريقة سهلة الفقرة (A11). ويكون الحل:

$$b=\frac{\Sigma(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\Sigma(x_i-\bar{x})^2}$$

$$=\frac{\Sigma x_i y_i \frac{(\Sigma x_i)(\Sigma y_i)}{n}}{\Sigma x_i^2-\frac{(\Sigma x_i)^2}{n}}$$

$$=\frac{\text{مجموع الجداءات حول متوسط كل من } X \text{ و} Y}{\text{مجموع المربعات حول متوسط } X}$$

ونحسب عندئذ الترتيب في المبدأ (a) بالعلاقة:

$$a=\bar{y}-b\,\bar{x}$$

لاحظ مرور المستقيم السابق من النقطة $(\bar{x}\text{، }\bar{y})$، ونلاحظ أن **مجموع الجداءات حول المتوسط** يشابه بمجموع المربعات حول المتوسط المستخدمة في تعريف التفاوت. يوجد شكل ثانـــي وهو أكثر سهولة في العمل الحسابـــي وذلك في الفقرة (B 4). سنحاول التمعن في

خواص **مجموع الجداءات** عند مناقشة معامل الارتباط (correlation). تدعى ملائمة الخط المستقيم بهذه الطريقة **بالانكفاء الخطي البسيط**.

تدعى **المعادلة الرياضية** $Y = a + bX$ معادلة انكفاء Y على X، حيث Y المتغير الناتج و X المتغير المُنبـــىء. ندعو الميل b **بمعامل الانكفاء** وسنحسب هذا المعامل للمعطيات الموجودة في الجدول (1.11) لدينا:

$$\sum x_i = 3507.6 \qquad \sum x_i^2 = 615739.24 \qquad n = 20$$

$$\sum y_i = 77.12 \qquad \sum y_i^2 = 306.8134 \qquad \sum x_i y_i = 13568.18$$

$$\bar{x} = 3507.6/20 = 175.38 \qquad \bar{y} = 77.12/20 = 3.856$$

$$\text{مجموع مربعات } X = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} = 615739.24 - \frac{3507.6^2}{20} = 576.352$$

$$\text{مجموع مربعات } Y = \sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n} = 306.8134 - \frac{77.12^2}{20} = 9.43868$$

$$\text{مجموع الجداءات حول المتوسط} = \sum x_i y_i - \frac{(\sum x_i)(\sum y_i)}{n}$$

$$= 13568.18 - \frac{3507.6 \times 77.12}{20} = 42.8744$$

لا نحتاج حالياً لحساب مجموع مربعات Y ولكن سنحسبها لا حقاً.

$$b = \frac{42.8744}{576.352} = 0.074389 \quad (\text{ليتر/سم})$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x} = 3.856 - 0.074389 \times 175.38 = -9.19 \text{ ليتر}$$

وبالتالي تكتب معادلة الانكفاء للمتغير FEV1 بدلالة طول الطالب:

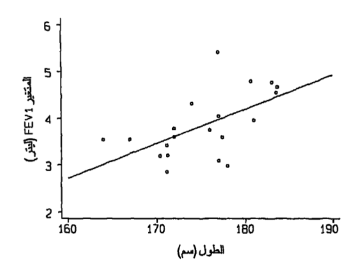
$$\text{FEV1} = -9.19 + 0.0744 \times \text{طول الطالب}$$

يبين الشكل (4.11) مستقيم الانكفاء الخطي على المبيان التبعثري.

تتوقف أبعاد العاملين a وb على أبعاد X وY. فإذا غيرنا وحدات قياس كل من X وY فإن قيمتي كل من a وb ستتغيران، ولكن لن نغير المستقيم نفسه. على سبيل المثال، إذا تمّ قياس طول الطالب بالأمتار فإننا نقسم قيم المتغير X أي x_i على 100 فنجد أن b قد ضربت بـــ 100 لتعطي $b = 7.4389$ ليتر/متر وتعطى معادلة المستقيم كما يلي:

$$\text{FEV1 (ليتر)} = -9.19 + 7.44 \times \text{(متر) الطول}$$

وهذا نفس المستقيم المنشأ على المبيان التبعثري.



الشكل 4.11 : انكفاء المتغير FEV1 بدلالة طول الطالب

4.11 الانكفاء لمتحول *X* على متحول *Y*

The regression of *X* on *Y*

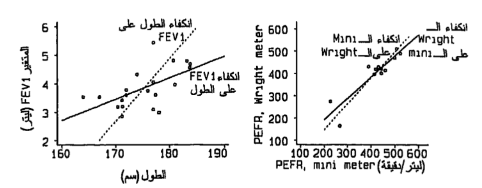
ماذا يحدث لو بادلنا بين المتغير الناتج والمتغير المُنبــىء؟ تعطى معادلة الانكفاء لطول الطالب بدلالة المتغير FEV1 بالشكل:

$$\text{الطول} = 158 + 4.54 \times \text{FEV1}$$

تختلف المعادلة الأخيرة عن معادلة انكفاء المتغير FEV1 بدلالة طول الطالب ولأجل هذا إذا أصلحنا المعادلة السابقة بتقسيم طرفيها على 4.54 فإننا سنحصل على

$$\text{FEV1} = -34.8 + 0.22 \times \text{الطول}$$

إن ميل مستقيم الانكفاء للطول بدلالة المتغير FEV1، أكبر من ميل مستقيم الانكفاء للمتغير FEV1 بدلالة الطول الشكل (5.11). بشكل عام فإن ميل مستقيم الانكفاء للمتغير *X* بدلالة *Y* أكبر منه لـــ *Y* عندما يكون *X* المحور الأفقي. أما إذا كانت جميع النقط متوضعة على مستقيم الانكفاء فإن المعادلتين السابقتين متطابقتان.



الشكل 5.11 : مستقيما الانكفاء

يوضح الشكل (5.11) أيضاً قياسات PEFR من الجدول (2.10)، مع مستقيمي الانكفاء. نأخذ معادلتي الانكفاء الشكل التالي: Wright = 1.54 + 0.96 × mini و mini = 73.54 + 0.86 × Wright وكل من عاملي الانكفاء أصغر من واحد. وهذا يعني أنه إذا أخذ المختَبَر قيمة معلومة لـ mini meter فإن القيمة المتنبأ بها لقياس wright meter ستكون أقرب للمتوسط من قياس mini meter، وإذا أخذ المُختبر قيمة معلومة للمتغير: wright meter فإن القيمة المتنبأ بها لقياس mini meter ستكون أقرب للمتوسط منها إلى قياس wright meter. وهذا هو الانكفاء باتجاه المتوسط الفقرة (2.11). يعتبر الانكفاء نحو المتوسط مجرد ظاهرة إحصائية تنتج من اختيار قيمة معطاة للمتغير المُنبىء ومن العلاقة غير التامة بين المتغيرات. من الممكن أن يتضح مفهوم الانكفاء نحو المتوسط بواسطة عدة طرق. فعلى سبيل المثال إذا قسنا (ضغط الدم) لمجموعة عشوائية من الناس، ثمَّ لنختر مجموعة من الأفراد ذوي ضغط عالي، أي إن ضغطهم الانبساطي > 95 mm Hg، بعد ذلك قسنا الضغط الدموي مرة ثانية للزمرة ذات الضغط الانبساطي العالي عندئذ سيكون هذا الضغط أقل في المرة الثانية عن المرة الأولى، بدون إجراء أي مداخلة جراحيّة أو علاج، إن هذا الهبوط الظاهري في مستوى الضغط يتعلق بالاختيار الابتدائي الأول.

5.11 الخطأ المعياري لمعامل الانكفاء

The standard error of the regression coefficient

في أي عملية تقدير، نريد أن نعرف كيف تكون القيم الحقيقة للمقدرات؟ ولهذا فإننا نوجد أخطاءها المعيارية وبالتالي مجالات الثقة لها. ونستطيع أيضاً أن نختبر فرضيات على هذه

العوامل، على سبيل المثال، الفرضية الابتدائية هي التـــي يكون فيها ميل المستقيم صفر وعندها لا يوجد علاقة انكفاء خطي بين المتحولين المدروسين. لمزيد من التفاصيل ارجع للفقرة (C11). سنوجد أولاً مجموع مربعات الانحرافات عن المستقيم، أي الفرق بين القيم المُشاهدة (observed) y_i والقيم المتنبأ بها من مستقيم الانكفاء وسيكون هذا المجموع من الشكل:

$$\Sigma(y_i - \bar{y})^2 - b^2 \Sigma(x_i - \bar{x})^2$$

بحيث أن $\Sigma(y_i - \bar{y})^2$ هو المجموع الكلي للمربعات حول متوسط القيم y_i. ويدعى الحد $b^2 \Sigma(x_i - \bar{x})$ **مجموع المربعات الناتج** عن انكفاء على X. والفرق بين هاتين **القيمتين هو مجموع المربعات المتبقية أو مجموع المربعات حول الانكفاء**. تدعى النسبة: مجموع المربعات الناتجة عن الانكفاء مقسومة على المجموع الكلي للمربعات، **نسبة التغيرية المُفسرة بالانكفاء**.

نعلم أنه لتقدير التفاوت نحتاج إلى درجة الحرية والتـــي نستخدمها للتقسيم على مجموع المربعات. في مسألة الانكفاء، لم نقدر وسيط واحد فقط انطلاقاً من البيانات، كما في مسألة مجموع المربعات حول المتوسط الفقرة (4.6)، ولكن قدرنا وسيطين a وb. ولهذا فإننا نخسر درجتـــي حرية، ويبقى لدينا $n - 2$ درجة حرية. ولذلك فإن تفاوت المتحول Y حول المستقيم والذي يدعى **التفاوت المتبقي** يأخذ الشكل التالي:

$$s^2 = \frac{1}{n-2}\left(\Sigma(y_i - \bar{y})^2 - b^2 \Sigma(x_i - \bar{x})^2\right)$$

من أجـــل بـــيانات FEV1 فـــإن مـــجموع الـــمربعات الناتجة من الانكفاء $0.074389^2 \times 576.352 = 3.18937$ ومـــجموع الـــمربعات حـــول الانكفـــاء $9.43868 - 3.18937 = 6.24931$ ويوجد لدينا $20 - 2 = 18$ درجة حرية ولهذا فإن التباين المعياري حول الانكفاء $s^2 = 6.2493 / 18 = 0.34718$. ويعطى الخطأ المعياري الموافق لـــ b.

$$SE(b) = \sqrt{\frac{s^2}{\Sigma(x_i - \bar{x})^2}} = \sqrt{\frac{0.34718}{576.352}} = 0.02454 \text{ ليتر/سم}$$

لقد افترضنا تواً أن الخطأ E يتبع توزيعاً طبيعياً ولهذا فإن b أيضاً له التوزيع الطبيعي. يعتمد الخطأ المعياري على مجموع وحيد هو مجموع المربعات ولهذا فإن $b/\text{SE}(b)$ هي قيمة مشاهدة مأخوذة من توزيع t (توزيع ستيودنت) بـ $n-2$ درجة حرية الفقرة (1.10). على سبيل المثال، لدينا 18 درجة حرية (في مثال FEV1) من الجدول (1.10)، النقطة المقابلة لـ 5% من توزيع ستيودنت هي 2.10 ولهذا يُعطى 95% مجال ثقة لـ b بالشكل: من $0.074389 - 2.10 \times 0.02454$ إلى $0.074389 + 2.10 \times 0.02454$ أو من 0.02 إلى 0.13 (litre/cm). يمكننا أن نرى أن المتحولين FEV1 وطول الطالب متعلقين ببعضهما، على الرغم من أن الميل غير مقدر بشكل جيد.

ويمكننا أن نختبر الفرضية الابتدائية التـــي تقول: في المجتمع الإحصائي، إن قيمة ميل مستقيم الانكفاء مساوية للصفر مقابل الفرضية البديلة القائلة أن قيمة الميل لا تساوي الصفر، والعلاقة عندها لها اتجاه آخر. إنّ إحصاء الاختبار هو $b/\text{SE}(b)$ وعندما تكون الفرضية الصفرية صحيحة فإن هذا الإحصاء يتبع التوزيع t (توزيع ستيودنت) بـ $n-2$ درجة حرية. ففي مثالنا نجد :

$$t = \frac{b}{\text{SE}(b)} = \frac{0.074389}{0.02454} = 3.03$$

ومن الجدول (1.10)، فإن هذه القيمة تقابل قيمة احتمالية أقل من 0.01. ويخبرنا الحاسوب أن القيمة الاحتمالية المقابلة حوالي 0.007. ولهذا فإن البيانات غير متوافقة مع الفرضية الصفرية وأنها تزودنا بوجود علاقة واضحة بين المتغيرين. إذا كان حجم العينة أكبر فإنه يمكننا أن نبدل توزيع t ستيودنت بالتوزيع الطبيعي المعياري.

6.11 استخدام مستقيم الانكفاء للتنبؤ

Using the regression line for prediction

يمكننا استخدام معادلة الانكفاء لنتنبأ بالمتوسط أو القيمة المتوقعة للمتحول Y من أجل قيمة معلومة للمتحول X. وهذا ما ندعوه بتقدير الانكفاء للمتحول Y. ويمكننا استخدام هذه الطريقة لمقارنة الفرق بين القيمة المشاهدة لوحدة إحصائية ما وبين القيمة المقدرة المقابلة لها

من مستقيم الانكفاء علماً أن القيمة X معلومة. على سبيل المثال، إن القيمة المتنبأ بها للمتحول FEV1 للطلاب ذوي الطول 177 هي 177 × 0.0744 + 9.9 − = 3.98 ليتر. لدينا ثلاث وحدات إحصائية. تساوي القيمة المشاهدة للوحدة الإحصائية الأولى، للمتحول FEV1 5.43 ليتر، أي أكبر بـــ 1.45 ليتر من القيمة المتوقعة. تساوي القيمة الثانية 3.09 أي أقل بـــ 0.89 ليتر من القيمة المتوقعة أما الثالثة فتساوي 4.05 فهي قريبة جداً من القيمة المتوقعة. ويمكننا استخدام ذلك سريرياً لضبط (adjust) وظيفة الرئة المقاسة بدلالة الطول وهكذا نحصل على فكرة أفضل حول حالة المريض. من المؤكد أنه يجب استعمال عينة عشوائية أكبر حجماً لبناء تقدير دقيق لمعادلة الانكفاء الخطي. يمكننا أيضاً استخدام طرق متنوعة لضبط المتحول FEV1 كتابع للطول وذلك بمقارنة مجموعات مختلفة الفقرة (1.17)، بحيث نحذف التباين في المتغير FEV1 الناتج عن تغير الطول ونسمح للفروق الموجودة بين متوسطات المجموعات المختلفة. ربما نرغب بمقارنة الحالة النفسية للمرضى الخاضعين لعلاجات مختلفة، أو لمقارنة المرضى بمرض تنفسي المعرضين لعوامل بيئية مختلفة، كتلوث الهواء وتدخين السجائر... الخ.

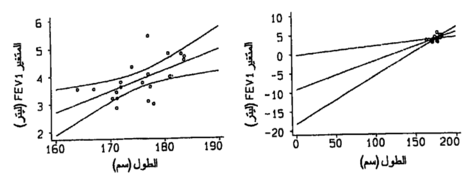
وكما في جميع مقدَّرات العينة، يخضع تقدير الانكفاء إلى تغير الاعتيان (Sampling) ونقدر دقة ذلك التقدير بالخطأ المعياري ومجالات الثقة بالطرق المعروفة. يُعطى الخطأ المعياري للقيمة المتوقعة لـــ Y إذا علمت القيمة المشاهدة x بالعلاقة التالية:

$$\text{SE (متوسط } Y \text{ علماً أن } X \text{ معطى)} = \sqrt{s^2\left(\frac{1}{n}+\frac{(x-\bar{x})^2}{\sum(x_i-\bar{x})^2}\right)}$$

وذلك دون الخوض في التفاصيل الجبرية لهذه العلاقة. فهذه التفاصيل مشابهة تماماً لتلك الموجودة في الفقرة (C11). من أجل $x = 177$ لدينا:

$$\text{SE (متوسط } Y \text{ علماً أن } X = 177) = \sqrt{0.34718^2\left(\frac{1}{20}+\frac{(177-175.38)^2}{576.352}\right)}$$
$$= 0.138$$

نستنتج من ذلك 95% مجال ثقة من $3.98 - 2.10 \times 0.138$ إلى $3.98 + 2.10 \times 0.138$ والذي يعطي من 3.69 ليتر إلى 4.27 ليتر، بحيث تمثل القيمة 3.98 القيمة المقدرة والقيمة 2.10 تلك القيمة التـــي نحصل عليها من جدول توزيع ستيودنت t عند مستوى اعتداد 5% بـــ $n - 2 = 18$ درجة حرية.



الشكل **6.11** : مجالات الثقة لمقدر الانكفاء الخطي

يكون الخطأ المعياري أصغر ما يمكن عند القيمة $x = \bar{x}$ (القيمة المتوسطة)، ويتزايد هذا الخطأ كلما ابتعدنا عن النقطة $\bar{x}$ في أي اتجاه كان، (سواء كان على اليمين أو على اليسار). من الأفضل أن نختط (الخطأ المعياري) و95% مجال ثقة على المبيان التبعثري ومستقيم الانكفاء. يبين الشكل (6.11) ما ذكرناه على مجموعة البيانات المتعلقة بالمتحول FEV1. نلاحظ أن خطوط مجال الثقة تتباعد كلما اتجهنا باتجاه أطراف البيانات، لذلك يوجد مخاطرة لا بأس بها من إجراء عملية توفيق للنقط الموجودة بعد النقط المشاهدة (extrapolate). ليس فقط لأن الأخطاء المعيارية كبيرة ولكن لأنه لا يمكننا افتراض أن تبقى العلاقة خطية بين هذين المتحولين.

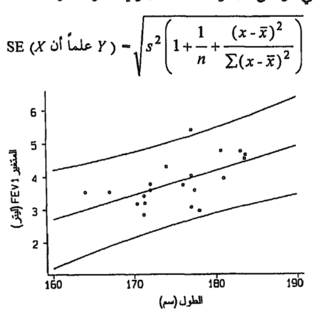
تعتبر قيمة a حالة خاصة، وهي تمثل القيمة المتنبأ بها للمتحول Y من اجل $x = 0$ ، لا يمكن أن يكون لدينا طالب طب ذو طول مساوي للصفر مع 9.19- ليتر للمتحول FEV1. يبين الشكل (6.11) أيضاً مجال الثقة لتقدير الانكفاء الخطي بوجود وحدات قياس صغيرة وذلك لرؤية نقطة التقاطع مع المحور Y. ونلاحظ أن مجال الثقة عريض جداً عندما يكون طول الطالب مساوياً للصفر، ولا يمكننا من خلال ذلك اعتبار التقدير الخطي فاشل.

يمكننا أيضاً استخدام معادلة الانكفاء الخطي للمتحول Y بدلالة X للتنبؤ بالمتحول X من

خلال المتحول Y. مع ذلك إن هذا التنبؤ أقل دقة من عملية تنبؤ المتحول Y بدلالة X. على سبيل المثال، إذا استخدمنا انكفاء متحول الطول بدلالة المتحول FEV1 الشكل (5.11)، حتـــى نتنبأ بالمتحول FEV1 لتلك الموضوعات التـــي يكون فيها الطول مساوٍ لـــ 177cm، فنحصل على قيمة متنبأ بها قدرها 4.21 ليتر مع خطأ معياري قدره 0.255. وغالباً ما يكون هذا الخطأ أكبر بمرتين من الخطأ المعياري الناتج من انكفاء المتحول FEV1 على طول الطالب. ولهذا إذا كنّا لا نجزم في كيفية اختيار المتغير الناتج والمتغير المُتنبىء، عندئذٍ يجب أن يكون المتغير الناتج ذلك المتغير الذي نرغب بالتنبؤ به. إذا كان لا يوجد انحرافات في قيم المتحول X المحقق لفرضيات التوزيع الطبيعي والتباين المنتظم وبالتالي لا يمكن أن نلائم النموذج $X = a + bY$، فيجب علينا أن نحصل على تنبؤ للمتحول X من خلال انكفاء المتحول Y على المتحول X. وهذا ما يحدث إذا كان X مثبتاً مسبقاً، مثلاً جرعة الدواء. (الجرعات ثابتة مسبقاً من قبل الباحث).

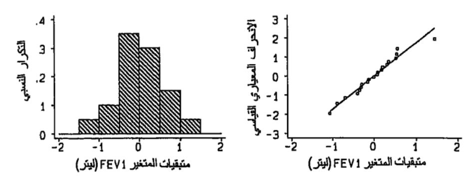
وعوضاً عن التنبؤ بالقيمة المتوقعة Y من أجل قيمة معطاة لـــ X، نرغب أحياناً بالتنبؤ بقيمة Y التـــي نلاحظها لقيمة معطاة لـــ X. وبكلام آخر، نرغب أحياناً باستخدام قيمة X لُمختبر ما لتقدير تلك القيمة Y لهذا المختبر، مسألة معايرة. تشابه مسألة التقدير هذه مسألة تقدير الانكفاء الخطي، ولكن سيكون الخطأ المعياري أكبر بكثير:

$$\text{SE}\ (X \text{ علماً أن } Y) = \sqrt{s^2\left(1+\frac{1}{n}+\frac{(x-\bar{x})^2}{\sum(x-\bar{x})^2}\right)}$$



الشكل 7.11 : مجال ثقة لمشاهدات بعيدة

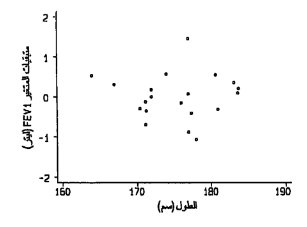
فمن أجل طالب بطول قدره 177 cm، فإن القيمة المتنبأ بها للمتغير FEV1 هي 3.98 ليتر بخطأ معياري قدره 0.605. يبين الشكل (7.11) الدقة في عملية التنبؤ لمشاهدات أخرى. وكما يمكن أن نتوقع، فإن 95% مجال ثقة يحتوي على جميع المشاهدات الـ 20 ما عدا واحدة. وهذا مناسب ومفيد للتنبؤ في الحالة التـي يكون فيها التباين المتبقي s^2 صغيراً.



الشكل 8.11 : توزيع المتبقيات لبيانات المتغير FEV1

7.11 تحليل المتبقيات Analysis of residuals

من المفيد فحص المتبقيات، وهي الفروق بين القيم المشاهدة والقيم المتنبئ بها للمتغير Y. وهذا أفضل تمثيل بيانـي لها. نستطيع فحص فرضية التوزيع الطبيعي للمتبقيات بالنظر إلى المنسج (المدرج التكراري) أو إلى الاختطاط الطبيعي الفقرة (7.5). يبين الشكل (8.11) هذين التمثيلين لمعطيات FEV1. نلاحظ أن عملية الملائمة جيدة تماماً.



الشكل 9.11 : المتبقيات بدلالة الطول لبيانات المتغير FEV1

يبين الشكل (9.11) اختطاط المتبقيات بدلالة المتغير المُنبــىء. سيساعد هذا الاختطاط على تحري الحيود عن الصفة الخطية. على سبيل المثال، إذا كانت العلاقة الحقيقة بين المتغيرين تربيعية، وبالتالي تزداد قيم Y بشكل أسرع من ازدياد قيم X، عندها يمكننا أن نرى المتبقيات أقرب إلى X منها إلى Y. تسعى قيم X الكبيرة منها والصغيرة ليكون لها متبقيات موجبة بينما تأخذ القيم المركزية متبقيات سالبة. يبين الشكل (9.11) عدم وجود علاقة بين المتبقيات والطول ويمثل النموذج الخطي (model) تلاؤم مناسب للبيانات المدروسة.

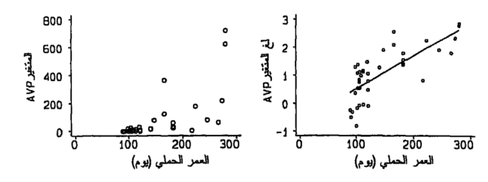
ويبين الشكل (9.11) أيضاً أمراً آخر، حيث تتوضع نقطة خارج مجموعة النقط وذلك لأن لها متبقية أكبر من متبقيات القيم الأخرى. فمن الممكن أن تكون نقطة **منحرفة**، وهي النقطة التـــي تأتـــي من مجتمع إحصائي مختلف عن ذلك المجتمع الإحصائي للنقط الباقية. وتشكل مسألة التعامل مع مثل هذه البيانات صعوبة إحصائية، حيث يمكننا على الأقل إجراء ضبط مضاعف لأخطاء النسخ المتعلقة بهذه النقطة. فإنه من السهولة أن يتغير أحد أرقام العدد عندما تمَّ نقل البيانات من وسيلة إلى أخرى، ربما تكون مثل هذه الحالة موجودة في البيانات المُعَدة للدراسة، وقد تكون القيمة المشاهدة هي 4.53 بدلاً من 5.43، حيث أن القيمة الأولى أقرب من مستقيم الانكفاء مع بقية البيانات المدروسة. إذا حدث ذلك فإنه لا يمكننا القيام بالكثير من الأشياء سوى إعادة التجربة أو إعادة قياس هذه الوحدة الإحصائية مرة ثانية، أو استبعادها ورؤية الاختلاف الناتج من حذفها على مستقيم الانكفاء. أعتقد من الأفضل التعامل مع جميع المعطيات ما لم توجد أسباب مقنعة تمنعنا من ذلك.

8.11 الحيودات عن الافتراضات في الانكفاء

Deviations from assumptions in regression

إن تطبيق طريقة المربعات الأصغرية، واستخدام توزع ستيودنت لإيجاد مجالات الثقة، واختبارات الاعتداد جميعاً تتوقف على الافتراض بأن المتبقيات تتوزع توزعاً طبيعياً، وهذا الافتراض يصادف بسهولة، وللأسباب ذاتها الموجودة في اختبار المزاوجة لستيودنت الفقرة (2.10). إن استبعاد التغير الناشىء عن X يؤدي إلى إزالة بعض التغيرات بين الأفراد المختبرين، ومبقياً على خطأ القياس. ومن المكن أن تظهر بعض المشكلات. وتعد فكرة

اختطاط المبيان التبعثري الأصلي والمتبقيات جيدة دائماً لبين عدم وجود حيودات كبيرة عن الافتراضات الموضوعة على الطريقة المطبقة. ويكون لهذه الخطوة دور في بيان مصداقية النتائج الصادرة وكذلك لتعطينا معلومات أكثر حول البيانات وبنيتها.



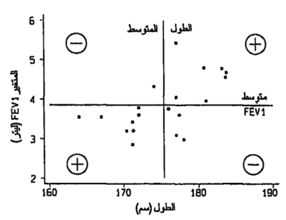
الشكل 10.11 : بيانات لا تحقق شروط طريقة المربعات الصغرى قبل وبعد إجراء تحويل لوغاريتمي عليها

يبين الشكل (10.11) علاقة بين العمر الحملي ومستويات AVP في دم الحبل السري، الهرمون المضاد للإبالة، لعينة من الأجنة الذكرية. نلاحظ من الشكل أن التغيرية للناتج AVP تعتمد على القيمة الحقيقية للمتغير، فتكون كبيرة من أجل القيم الكبيرة لـ AVP. لا يمكن تطبيق فرضيات المربعات الصغرى، مع ذلك يمكننا إجراء تحويل كما فعلنا في الفقرة (10.4) في مقارنة المتوسطات. ويبين الشكل (10.11) أيضاً البيانات المتعلقة بالمتغير AVP بعد إجراء تحويل لوغاريتمي مع مستقيم طريقة المربعات الصغرى.

9.11 الارتباط Correlation

تزودنا طريقة الانكفاء ببعض المعلومات حول العلاقة بين متغيرين، وكيف يتغير أحدهم مع الآخر، ولكنها لا تخبرنا عن مدى مصداقية هذه العلاقة. وللقيام بذلك لا بد لنا من استخدام معامل آخر هو معامل الارتباط. يعتمد معامل الارتباط على مجموع الجداءات حول متوسطي المتغيرين، ولهذا سنبين لماذا يعتبر مجموع الجداءات مؤشر جيد للعلاقة بين هذين المتغيرين.

لننظر في المبيان التبعثري في الشكل (1.11) ولنرسم محورين إحداثيين جديدين من نقطة المتوسط (mean) الشكل (11.11). تمثل أبعاد النقط عن هذه المحاور الانحرافات عن المتوسط. نلاحظ في القطاع العلوي الأيمن من الشكل (11.11)، أنّ انحرافات المتغيرين FEV1 والطول عن نقطة المتوسط موجبة وهكذا تكون جداءها موجبة. كما نجد في القطاع السفلي الأيسر أن انحرافات النقط عن المتوسط للمتغيرين المدروسين سالبة وبالتالي ستكون جداءاتها موجبة أيضاً. في الربع الثانـــي من الشكل (11.11) نجد أن الانحرافات للمتغير FEV1 تكون موجبة وانحرافات هذه النقط بالنسبة لمتغير الطول سالبة وبالتالي ستكون الجداءات سالبة. وكذلك في الربع الرابع ستكون الجداءات سالبة أيضاً. لذلك في الشكل (11.11) نجد أن جميع هذه الجداءات تقريباً موجبة وبالتالي سيكون المجموع الكلي موجباً. وعندها نقول أنه يوجد **ارتباط إيجابـــي** بين هذين المتغيرين وبالتالي فإن تزايد أحدهما يؤدي إلى تزايد الثانـــي. أما إذا أدى تزايد أحد المتغيرين إلى تناقص المتغير الآخر، عندها سنحصل على مبيان تبعثري حيث تقع معظم النقط في الربعين الثانـــي والرابع. قي هذه الحالة سيكون مجموع الجداءات سالباً. وبالتالي فإنه يوجد **ارتباط سلبـــي** بين المتغيرين المدروسين. إذا لم يوجد علاقة بين المتغيرين، فعندها ستتوزع النقط بشكل متساو في كل ربع من الأرباع السابقة. في هذه الحالة يوجد جداءات موجبة وجداءات سالبة بحيث يكون مجموعها معدوماً. ونقول يوجد **ارتباط معدوم** أو **لا يوجد ارتباط** بين المتغيرين المدروسين وعندها يكون المتغيران **غير مرتبطين.**



الشكل 11.11 : المبيان التبعثري بوجود محاور مارة من نقطة المتوسط

تعتمد قيمة مجموع الجداءات على الحدود التـــي تقيس بها المتغيرات. يمكننا إيجاد معامل لا أبعاد له إذا قسمنا مجموع الجداءات على الجذور التربيعية لمجاميع مربعات X وY. وهذا يعطينا معامل الارتباط والذي يرمز له بـــ r.

$$r = \frac{\sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{(\sum(x_i - \bar{x})^2)(\sum(y_i - \bar{y})^2)}}$$

$$= \frac{\sum x_i y_i - \frac{(\sum x_i)(\sum y_i)}{n}}{\sqrt{\left(\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}\right)\left(\sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n}\right)}}$$

$$= \frac{\text{مجموع الجداءات حول متوسط } X \text{ و} Y}{\sqrt{(\text{مجموع المربعات حول متوسط } X)(\text{مجموع المربعات حول متوسط } Y)}}$$

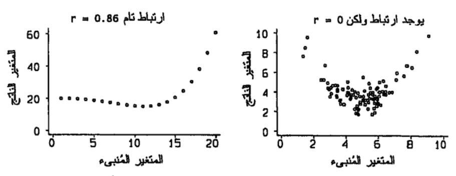
من أجل المتغير FEV1 والطول لدينا:

$$r = \frac{42.8744}{\sqrt{576.352 \times 9.43868}} = 058$$

إن تقسيم مجموع الجداءات حول متوسط X وY على الجذر التربيعي لمجموع المربعات حول متوسط X مضروب بمجموع المربعات حول متوسط Y يجعل معامل الارتباط محصوراً بين 1.0+ و1.0−. إذا توضعت جميع النقط على الخط المستقيم حيث يتزايد Y بتزايد X فإن $r = +1$ ويمكن أن يُوضح ذلك بوضع $a + bx_i$ عوضاً عن y_i في معادلة r. وعندما تقع جميع النقط على الخط المستقيم ذي الميل السالب عندئذ يكون $r = -1$. وعندما لا يوجد أي علاقة بين المتغيرين المدروسين فإن $r = 0$، وذلك لأنَّ مجموع الجداءات معدوماً. يصف معامل الارتباط جودة العلاقة الخطية بين متغيرين، بدون تحديد المتغير الناتج أو المتغير المُنبـــىء كما هو الحال في طريقة الانكفاء الخطي.

يقيس معامل الارتباط مدى تقارب النقط من الخط المستقيم. وليس من الضروري أن يأخذ معامل لارتباط القيمة 1 حتـــى ولو وجدت علاقة رياضية بين المتغير X والمتغير Y من

الشكل الخطي $Y = a + bX$. على سبيل المثال، يبين الشكل (12.11) متغيرين مرتبطين تماماً بعلاقة رياضية ومع ذلك نجد أن $r = 0.86$. ويبين نفس الشكل أيضاً متغيرين مرتبطين بعلاقة واضحة ومع ذلك فإن معامل الارتباط لهما معدوم. نستنتج من ذلك أهمية اختطاط المعطيات وعدم الاكتفاء بالإحصائيات المختصرة كمعامل الارتباط فقط. من وجهة نظر عملية، نجد أن مثل هذه العلاقات الموضحة في الشكل (12.11) نادرة الحدوث في البيانات الطبية رغم إمكانية وجودها. أما الأغلب فوجود تغيرات عشوائية ليس من السهل التعبير عنها بأية علاقة.



الشكل **12.11** : بعض المعطيات حيث معامل الارتباط يمكن أن يكون مضللاً

يرتبط معامل الارتباط r بمعامل الانكفاء b بعلاقة رياضية بسيطة. فإذا كانت العلاقة $Y = a + bX$ تمثل انكفاء المتغير Y على المتغير X، وإذا كانت العلاقة $X = a' + b'Y$ تمثل انكفاء المتغير X على المتغير Y عندئذ نجد أن $r^2 = b\,b'$. وتظهر هذه العلاقة من تعريف كل من b وb' وr. فمن أجل البيانات المتعلقة بالمتغير FEV1 نجد أن $b = 0.074389$ و $b' = 4.5424$ وبالتالي نجد $b\,b' = 0.074389 \times 4.5424 = 0.33790$ وبالتالي فإنّ معامل الارتباط هو الجذر التربيعي للمقدار $b\,b'$ ويساوي 0.58129. وهو أيضاً:

$$r^2 = \frac{(\text{مجموع الجداءات حول المتوسط})^2}{(\text{مجموع مربعات } X)\,(\text{مجموع مربعات } Y)}$$

$$= \frac{(\text{مجموع الجداءات حول المتوسط})^2}{(\text{مجموع مربعات } X)^2} \times \frac{\text{مجموع مربعات } X}{\text{مجموع مربعات } Y}$$

$$= \frac{b^2 \times (\text{مجموع مربعات } X)}{\text{مجموع مربعات } Y}$$

وهي عبارة عن نسبة التغيرية المشروحة والموصوفة في الفقرة (5.11).

10.11 اختبار الاعتداد لمعامل الارتباط
Significance test for the correlation coefficient

حتـــى ولو توزع كل من المتغيرين X وY توزيعاً طبيعياً فإن r لا يتوزع توزيعاً قريباً من الطبيعي إلا إذا بلغ حجم العينة الآلاف. أكثر من ذلك يتأثر توزيع r بحيود كل من توزع X وتوزع Y عن التوزيع الطبيعي. مع ذلك يؤدي استعمال تحويل فيشر z إلى توزيع طبيعي لمعامل الارتباط بمتوسط وتباين معلوم بدلالة معامل ارتباط المجتمع الإحصائي الذي نود تقديره. وانطلاقاً من تحويل فيشر، يمكن إيجاد مجال الثقة. يُعطى **تحويل فيشر** بالعلاقة.

$$z=\frac{1}{2}\log_e\left(\frac{1+r}{1-r}\right)$$

والذي يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط قدره:

$$z_\rho=\frac{1}{2}\log_e\left(\frac{1+\rho}{1-\rho}\right)+\frac{\rho}{2(n-1)}$$

وتفاوت تقريبـــي $1/(n-3)$ حيث ρ هو معامل ارتباط المجتمع الإحصائي وn هو حجم العينة. وعندها يعطى95% مجال ثقة للمتغير z على وجه التقريب بـ $z\pm1.96\sqrt{1/(n-3)}$.
فمن أجل بيانات المتغير FEV1 نجد أن $r=0.58$ و$n=20$ وبالتالي:

$$z=\frac{1}{2}\log_e\left(\frac{1+0.58}{1-0.58}\right)=0.6625$$

وسيعطى 95% مجال ثقة لـــ z بالعلاقة $0.6625\pm1.96\sqrt{1/17}$ أي 0.1871 إلى 1.1379.
ويأخذ التحويل الراجع من مقياس z إلى مقياس معامل الارتباط الشكل:

$$r=\frac{\exp(2z)-1}{\exp(2z)+1}$$

وبالتالي فإن الحد الأدنـــى لمجال الثقة هو:

$$\frac{\exp(2\times0.1871)-1}{\exp(2\times0.1871)+1}=0.81$$

والحد الأعلى لـــ 95% مجال ثقة:

$$\frac{\exp(2\times0.1379)-1}{\exp(2\times0.1379)+1}=0.81$$

ومنه فإن 95% مجال ثقة لـــ r يمتد من 0.18 إلى 0.81. نلاحظ أن مجال الثقة هذا كبير جداً مقارنة مع حجم العينة التـــي اعتمدنا عليها في حساب معامل الارتباط ولذلك يجب أن أخذ الحيطة والحذر من تفسير معامل الارتباط إذا كان محسوب انطلاقاً من عينات صغيرة الحجم.

ويكافئ عددياً اختبار الفرضية $r = 0$، أو أنه لا يوجد علاقة خطية بين المتغيرين، اختبار الفرضية الابتدائية $b = 0$. وحتـــى يتحقق هذا الاختبار يكفي أن يكون توزيع أحد المتغيرات توزيعاً طبيعياً. نلاحظ أن الشرط الأخير هو نفسه شرط توزع المتبقيات في اتجاه Y توزيعاً طبيعياً للفرضية $b = 0$. أما إذا كان هذا الشرط غير محقق فيكفي أن نستخدم التحويل الموجود في الفقرة (11.8) أو إحدى طرق الرتب لاختبار معامل الارتباط الفقرة (4.12 - 5).

الجدول 11.2 : جدول توزيع معامل الارتباط تحت الفرضية الابتدائية من أجل مستويـــي أهمية 1% و5% اختبار الذيلين

n	5%	1%	n	5%	1%	n	5%	1%
3	1.00	1.00	16	0.50	0.62	29	0.37	0.47
4	0.95	0.99	17	0.48	0.61	30	0.36	0.46
5	0.88	0.96	18	0.47	0.59	40	0.31	0.40
6	0.81	0.92	19	0.46	0.58	50	0.28	0.36
7	0.75	0.87	20	0.44	0.56	60	0.25	0.33
8	0.71	0.83	21	0.43	0.55	70	0.24	0.31
9	0.67	0.80	22	0.42	0.54	80	0.22	0.29
10	0.63	0.77	23	0.41	0.53	90	0.21	0.27
11	0.60	0.74	24	0.40	0.52	100	0.20	0.25
12	0.58	0.71	25	0.40	0.51	200	0.14	0.18
13	0.55	0.68	26	0.39	0.50	500	0.09	0.12
14	0.53	0.66	27	0.38	0.49	1000	0.06	0.08
15	0.51	0.64	28	0.37	0.48			

n = عدد المشاهدات

وبما أن معامل الارتباط لا يعتمد على متوسطات وتباينات المشاهدات، عندئذ يمكن بسهولة جدولة توزيع عينة معامل الارتباط. يبين الجدول (2.11) مستويات الاعتداد 1% و 5% لمعامل الارتباط. على ســـبيل المثال، إذا كان $r = 0.58$ محســـوب من عينة حجمهما $n = 20$. تكون نقطة 1% مساوية لـــ 0.56 وبالتالي لدينا $P < 0.01$. فمن غير المحتمل أن

يظهر هذا لارتباط إذا كان يوجد علاقة غير خطية بين المتغيرين في المجتمع الإحصائي. لاحظ أن قيمة r التـــي تظهر بالمصادفة في الجدول، من أجل عينات صغيرة، كبيرة نسبياً. فمن أجل 10 وحدات إحصائية نجد أن r أكبر من 0.63 لتكون ذات دلالة إحصائية. من جهة ثانية، من أجل 1000 وحدة إحصائية فإن قيمة صغيرة لـــ r، أصغر من 0.06، تكون ذات دلالة إحصائية.

إن سهولة اختبار الاعتداد بالقياس للصعوبة النسبية في تعيين مجال الثقة جعل اختبار الاعتداد في الماضي يستخدم عادة لمعامل الارتباط. إن ازدياد الفرص المتاحة في استخدام الحواسيب، بالإضافة للجدر البرمجية الإحصائية ستقودنا إلى معاملات ارتباط مع مجالات الثقة في المستقبل.

11.11 استعمالات معامل الارتباط

Uses of the correlation coefficient

لمعامل الارتباط استعمالات كثيرة. يزودنا الجدول (2.11) باختبار سهل وبسيط للفرضية الابتدائية الدالة على وجود علاقة غير خطية بين المتغيرين، وذلك باستخدام حسابات أقل من تلك المتعلقة بطريقة الانكفاء الخطي. وهو مفيد أيضاً كإحصائية تلخص قوة العلاقة بين متغيرين لتقوية العلاقة بين متغيرين. تظهر القيمة الحقيقية لهذا المعامل عندما نأخذ بعين الاعتبار العلاقات بين مجموعة كبيرة من المتغيرات. نستطيع بناء مصفوفة مربعة حاوية على معاملات الارتباط لكل زوج من المتغيرات الإحصائية، ندعوها مصفوفة الارتباط. إن عملية فحص مصفوفة الارتباط بناءة جداً، ولكن يجب الانتباه إلى إمكان وجود علاقات غير خطية بين المتغيرات المدروسة. تزودنا مصفوفة الارتباط بنقطة الانطلاق لعدد من الطرائق التـــي تعالج عدد كبير من المتغيرات الإحصائية بوقت واحد.

وللأسباب التـــي نوقشت في الفصل الثالث، فإن ارتباط متغيرين لا يعنـــي أن أحدهما يسبب الآخر.

12.11 استخدام المشاهدات المتكررة

Using repeated observations

في البحوث السريرية بإمكاننا أخذ العديد من القياسات على المريض ذاته. وربما نريد البحث في العلاقة الموجودة بين متغيرين إحصائيين، فنأخذ أزواجاً من القراءات لأزواج متعددة من كل مجموعة من المرضى. إن تحليل مثل هذه البيانات صعب تماماً. وذلك لأن التغيرية بين القياسات المأخوذة على مختبرين مختلفين أكبر بكثير من القياسات المأخوذة على مختبر واحد، ويجب علينا أن نأخذ بعين الاعتبار نوعين من التغيرية. ما لا يجب أن نفعله هو وضع جميع هذه البيانات معاً وكأنها عينة واحدة.

الجدول **3.11** : بيانات المحاكاة على عشرة أزواج من القياسات لمتغيرين مستقلين لأربعة مختبرين مختلفة

	المختبر 1		المختبر 2		المختبر 3		المختبر 4	
	x	y	x	y	x	y	x	y
	47	51	49	52	51	46	63	64
	46	53	50	56	46	48	70	62
	50	57	42	46	46	47	63	66
	52	54	48	52	45	55	58	64
	46	55	60	53	52	49	59	62
	36	53	47	49	54	61	61	62
	47	54	51	52	48	53	67	58
	46	57	57	50	47	48	64	62
	36	61	49	50	47	50	59	67
	44	57	49	49	54	44	61	59
المتوسطات	45.0	55.2	50.2	50.9	49.0	50.1	62.5	62.6
	$r = -0.33$		$r = 0.49$		$r = 0.06$		$r = -0.39$	
	P = 0.35		P = 0.15		P = 0.86		P = 0.27	

لنتخذ المعطيات الافتراضية في الجدول (3.11). فقد تم توليد هذه البيانات من أعداد عشوائية بحيث لا يوجد علاقة بين X وY على الإطلاق. فالقيم الأولى لـــ X وY قد تم توليدها لكل مختبر، ثم أضيفت إليها أعداد عشوائية للحصول على المشاهدة. نلاحظ أنه من أجل كل مختبر على حدة لا يوجد ارتباط ذو دلالة إحصائية بين X وY. معامل الارتباط لمتوسطات المختبرين مساو لـــ $r = 0.77$، و $P = 0.23$. من جهة ثانية إذا اتخذنا المشاهدات الأربعين معاً نحصل على $r = 0.53$ مع $P = 0.0004$. ومع أن معامل الارتباط الأخير أصغر من مثيله بين متوسطات المختبرين، لأنه محسوب على 40 زوجاً من المشاهدات وليس من 4

مشاهدات فهو ذو اعتداد إحصائي، وقد اختطت المعطيات في الشكل (13.11)، مع ثلاثة معطيات افتراضية أخرى. ومع أن الفرضية الابتدائية صحيحة دوماً في هذه المعطيات الافتراضية، فإن معامل الارتباط للمختبر ولمتوسطات المختبرين لا يعتد بها. لأن عدد الوحدات الإحصائية صغير جداً، وبالتالي فالقيم تتغير بشكل كبير. وكما يبين الجدول (2.11)، تظهر معاملات الارتباط الكبيرة في العينات الصغيرة بمحض المصادفة ومع ذلك، فمعاملات الارتباط إجمالاً يعتد بها في ثلاث من المعطيات الافتراضية من أصل أربع، ولو أنها مختلفة بالاتجاه.

لدينا فقط أربعة مختبرين وأربع نقط. فباستخدام المعطيات المتكررة، سوف لا نزيد عدد المختبرين، ولكن الحسابات الإحصائية تنجز كما لو كانت كذلك. وهكذا فإن عدد درجات الحرية في اختيار الاعتداد يزداد بشكل غير صحيح، وينتج معامل ارتباط ذو اعتداد زائف.

توجد طريقتان لمعالجة مثل هذا النوع من البيانات، والتـــي يعتمد اختيار إحداها على السؤال الذي يجب الإجابة عليه من خلال هذه البيانات. إذا أردنا أن نعرف ما إذا كانت قيم X الكبيرة للمختبرين توافق قيم كبيرة لـــ Y نستخدم متوسطات المختبر ونوجد الارتباط بينها. فإذا كان لدينا عدداً من المشاهدات لكل مختبر، يمكننا استخدام التحليل الوزنـــي، بأن نرفق كل مختبر بعدد المشاهدات الخاصة به. وإذا أردنا أن نعرف ما إذا كانت التغيرات في أحد المتغيرين للمختبر ذاته تتوافق مع التغيرات للآخر، نحتاج لاستخدام الانكفاء المتعدد. بإخراج المختبرين كعامل مشترك الفقرتان (1.17 و6.17). وفي كل حالة علينا ألا نخرج المشاهدات المأخوذة من مختبرين مختلفين.

A 11 ملحق: المربعات الصغرى

تتطلب هذه الفقرة معرفة بالحساب. نريد أن نجد قيمة كل من a وb بحيث يكون مجموع المربعات حول المستقيم $y = a + bX$ أصغرياً. نريد إذن إيجاد القيمة الصغرى $\sum(y_i - a - bx_i)^2$. ويكون هذا المقدار أصغرياً إذا كانت المشتقات الجزئية بالنسبة إلى a وإلى b معدومة.

$$\frac{\partial \sum (y_i - a - bx_i)^2}{\partial a} = \sum 2(y_i - a - bx_i)(-1)$$
$$= -2\sum y_i + 2a\sum 1 + 2b\sum x_i$$
$$= -2\sum y_i + 2an + 2b\sum x_i$$

فإذا وضعنا المقدار الأخير مساوياً للصفر نجد $\sum y_i = na + b\sum x_i$ من جهة ثانية.

$$\frac{\partial \sum (y_i - a - bx_i)^2}{\partial b} = \sum 2(y_i - a - bx_i)(-x_i)$$
$$= -2\sum x_i y_i + 2a\sum x_i + 2b\sum x_i^2$$

فإذا وضعنا هذا المقدار مساوياً للصفر نحصل على $\sum x_i y_i = a\sum x_i + b\sum x_i^2$. فإذا ضربنا العلاقة الأولى بـــ $\frac{1}{n}\sum x_i$ وذلك لجعل معاملي a في المعادلتين متساويان.

$$\frac{1}{n}\sum x_i \sum y_i = a\sum x_i + \frac{b}{n}(\sum x_i)^2$$

وبطرح المعادلة الأخيرة من المعادلة الثانية نجد:

$$\sum x_i y_i - \frac{1}{n}\sum x_i \sum y_i = b\sum x_i^2 - \frac{b}{n}(\sum x_i)^2$$
$$\sum x_i y_i - \frac{1}{n}\sum x_i \sum y_i = b\left(\sum x_i^2 - \frac{1}{n}(\sum x_i)^2\right)$$

وهذا يعطينا:

$$b = \frac{\sum x_i y_i - \frac{\sum x_i \sum y_i}{n}}{\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}}$$

وإذا قسمنا المساواة الأولى على n نحصل على:

$$\frac{1}{n}\sum y_i = a + \frac{b}{n}\sum x_i$$
$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

B 11 ملحق: التفاوت حول مستقيم حيث الانكفاء

يمكننا إيجاد صيغة التفاوت حول مستقيم الانكفاء s^2 كما يلي: يُعطى نموذج الانكفاء الخطي بالعلاقة $Y = a + bX + E$ حيث a و b ثابتان. ونتنبأ بقيمة Y لكل قيمة معطاة لـ X وهذا يعني أنه لا توجد تغيرات عشوائية في X، وتكمن كل التغيرات العشوائية في E. أي أن $s^2 = \text{VAR}$ (Y إذا كان X معطى) $= \text{VAR}(E)$. رأينا في الفقرة (2.11) أن الخطأ E هو متغير عشوائي وهو يمثل انحرافات النقط عن مستقيم الانكفاء باتجاه المتغير Y. تُكتب هذه الانحرافات بالشكل $y_i - (a + bx_i)$، بحيث $a + bx_i$ هي قيمة المتغير Y على مستقيم الانكفاء المقابلة للقيمة $X = x_i$. ويمكننا الحصول على مجموع مربعات هذه الانحرافات بحيلة رياضية، نعوض a بقيمتها $\bar{y} - b\bar{x}$.

$$\begin{aligned}
\Sigma\left(y_i - (a + bx_i)\right)^2 &= \Sigma\left(y_i - (\bar{y} - b\bar{x} + bx_i)\right)^2 \\
&= \Sigma\left(y_i - \bar{y} - (bx_i - b\bar{x})\right)^2 \\
&= \Sigma\left(y_i - \bar{y} - b(x_i - \bar{x})\right)^2 \\
&= \Sigma\left((y_i - \bar{y})^2 - 2b(y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x}) + b^2(x_i - \bar{x})^2\right) \\
&= \Sigma(y_i - \bar{y})^2 - 2b\Sigma(y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x}) + b^2\Sigma(x_i - \bar{x})^2 \\
&= \Sigma(y_i - \bar{y})^2 - 2b \times b\Sigma(x_i - \bar{x})^2 + b^2\Sigma(x_i - \bar{x})^2 \\
&= \Sigma(y_i - \bar{y})^2 - b^2\Sigma(x_i - \bar{x})^2
\end{aligned}$$

وذلك لأن $b = \left(\Sigma(y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})\right) / \left(\Sigma(x_i - \bar{x})^2\right)$

أي أن $b\Sigma(y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x}) = \Sigma(x_i - \bar{x})^2$.

C 11 ملحق: الخطأ المعياري لـ b:

لإيجاد الخطأ المعياري لـ b، يجب أن نتذكر أن التغير العشوائي بأكمله في نموذجنا للانكفاء كامن في المتغير Y. وسنبدأ بإعادة كتابة مجموع الجداءات:

$$\begin{aligned}\sum(x_i-\bar{x})(y_i-y) &= \sum\left((x_i-\bar{x})y_i-(x_i-\bar{x})\bar{y}\right)\\ &= \sum(x_i-\bar{x})y_i-\sum(x_i-\bar{x})\bar{y}\\ &= \sum(x_i-\bar{x})y_i-\bar{y}\sum(x_i-\bar{x})\\ &= \sum(x_i-\bar{x})y_i\end{aligned}$$

وهذا لأن $\bar{y}$ هو نفسه مهما كانت i وبالتالي يمكن إخراجها خارج إشارة المجموع، وَ $\sum(x_i-\bar{x})=0$ سنوجد الآن تفاوت توزيع b.

$$\begin{aligned}\mathrm{VAR}(b) &= \mathrm{VAR}\left(\frac{\sum(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum(x_i-\bar{x})^2}\right)\\ &= \mathrm{VAR}\left(\frac{\sum(x_i-\bar{x})y_i}{\sum(x_i-\bar{x})^2}\right)\\ &= \frac{1}{\left(\sum(x_i-\bar{x})^2\right)^2}\mathrm{VAR}\sum(x_i-\bar{x})y_i\end{aligned}$$

لاحظ أن تفاوت توزيع مقدار ثابت مضروب بمتغير عشوائي يساوي مربع هذا المقدار الثابت مضروب تفاوت توزيع هذا المتغير العشوائي انظر الفقرة (6.6). لاحظ أن x_i مقادير ثابتة وليست متغيرات عشوائية وهكذا:

$$\mathrm{VAR}(b)=\frac{1}{\left(\sum(x_i-\bar{x})^2\right)^2}\sum(x_i-\bar{x})^2\,\mathrm{VAR}(y_i)$$

ولكن نعلم أن $\mathrm{VAR}(y_i)$ نفسه لجميع قيم y_i وبالتالي فإن $\mathrm{VAR}(y_i)=s^2$ ومنه:

$$\mathrm{VAR}(b)=\frac{s^2}{\sum(x_i-\bar{x})^2}$$

والخطأ المعياري لـــ b هو الجذر التربيعي للمقدار السابق.

M 11 أسئلة الاختيار من متعدد من 57 إلى 61

يجاب على كل سؤال إما بصح أو خطأ.

57. في الشكل (a) 11.14:

آ – المتغير المُنبىء والمتغير الناتج مستقلان

ب – المتغير المُنبىء والمتغير الناتج غير مرتبطين

ج – معامل الارتباط بين المتغير المُنبىء والمتغير الناتج أقل من 1

د – المتغير المُنبىء والمتغير الناتج مرتبطان تماماً

هـ – تقدر العلاقة بين المتغيرين بانكفاء خطي بسيط.

58. في الشكل (b) 11.14:

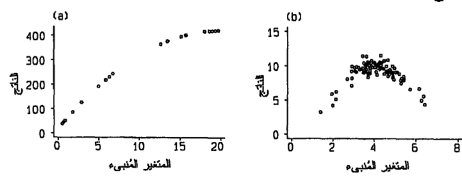
آ – إن كلاً من المتغير المُنبىء والمتغير الناتج متغيران عشوائيان مستقلان

ب – قيمة معامل الارتباط بين المتغير المُنبىء والمتغير الناتج قريبة من الصفر

ج – يزداد المتغير الناتج بازدياد المتغير المُنبىء

د – يرتبط المتغير الناتج مع المتغير المُنبىء بشكل خطي

هـ – يمكن تحويل العلاقة بينهما إلى خطية باستخدام تحويل لوغاريتمي على المتغير الناتج.



الشكل 11.14 : مبيانات تبعثرية

59. إن معادلة الانكفاء الخطي البسيط:

آ – تصف المستقيم الذي يمر بمبدأ الإحداثيات

ب – تصف المستقيم ذا الميل المعدوم

ج – لا تتأثر بتغير واحدات القياس

د – تصف المستقيم المار من نقطة المتوسط

هـ – تتأثر باختيار المتغير المُنبىء.

60. إذا استخدمنا توزيع ستيودنت لاختبار الاعتداد لميل مستقيم الانكفاء:

آ – الحيودات عن مستقيم الانكفاء للمتغير المستقل تتبع التوزيع الطبيعي

ب – الحيودات عن مستقيم الانكفاء للمتغير التابع تتبع التوزيع الطبيعي

ج – يفترض أن يكون التفاوت حول مستقيم الانكفاء هو نفسه على مدى المتغير المنبيء

د – يجب أن يطبق على المتغير y تحويلاً لوغارتمياً

هـ – جميع النقط واقعة على مستقيم الانكفاء.

61. معامل الارتباط r.

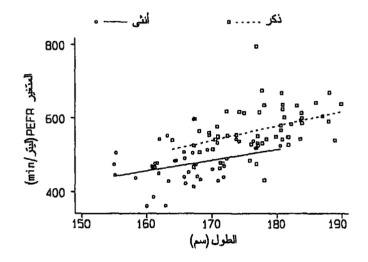
آ – يجب أن يكون محصوراً بين القيمتين +1، –1.

ب – يمكن أن يكون له اختبار اعتداد فعال فقط إذا توزع أحد المتغيرات على الأقل توزيعاً طبيعياً

ج – يكون مساوياً لـ 0.5 إذا كان لا يوجد علاقة بين المتغيرين

د – يعتمد على اختيار المتغير التابع

هـ – يقيس كمية التغير في أحد المتغيرين المقترنة بكمية التغير في الآخر.



الشكل 11.15 : قيم PEFR بدلالة أطوال الطلاب الإناث والذكور – لطلاب الطب

E 11 تمرين: مقارنة مستقيمي انكفاء خطي

يبين كل من الجدول (4.11) والشكل (5.11) قيم PEFR وأطوال عينة من الطلاب الذكور والإناث. ويبين الجدول (5.11) مجاميع المربعات والجداءات لهذه المعطيات.

الجدول **4.11** : الأطوال وقيم PEFR لعينة من طلاب الطب

أنثى						ذكـر					
Ht	PEFR	Ht	PEFR	Ht	PEFR	Ht	PEFR	Ht	PEFR	Ht	PEFR
148	418	162	439	170	505	162	578	177	650	182	550
152	400	162	495	170	415	164	572	177	640	182	592
152	470	163	460	171	455	168	555	177	528	183	660
156	405	163	480	171	482	169	600	178	655	183	550
158	405	163	416	175	470	169	650	178	560	183	560
158	453	163	492	175	535	170	600	178	495	183	560
158	355	163	512	175	545	173	580	178	560	185	571
159	495	164	490	175	500	174	516	178	657	185	525
159	360	165	460	176	479	174	595	179	615	185	598
160	435	165	535	177	425	174	450	179	620	186	570
160	513	165	480	177	473	175	493	179	595	187	665
160	494	166	500	180	530	175	565	180	483	187	700
161	438	166	450	180	635	175	548	180	648	187	690
161	410	167	455	181	585	176	540	180	645	188	610
161	455	167	425	182	620	176	540	181	503	190	610
161	370	168	430	183	590	176	580	181	590	194	530
161	457	168	490	183	540	176	570	181	515	197	640
161	540	169	580	187	700	177	550	182	523	199	570
161	465	169	430	190	665						
161	435	169	572	192	640						
162	510	170	480								

1. أوجد تقدير ميلي مستقيمي الانكفاء للإناث والذكور؟
2. أوجد تقدير الخطأ المعياري لميلي مستقيمي الانكفاء؟

الجدول **5.11** : الإحصائيات المختصرة للطول والـ PEFR في عينة لطلاب الطب

	أنثـى	ذكـر
العدد	43	58
مجموع مربعات الطول	1 444.6	2 267.5
مجموع مربعات PEFR	101 107.6	226 873.5
مجموع الجداءات حول المتوسط	4 206.9	9 045.4

3. أوجد الخطأ المعياري للفرق بين ميلي مستقيمي الانكفاء المستقلين. ثم أوجد 95% مجال ثقة للفرق.

4. استخدم الخطأ المعياري لاختبار الفرضية الابتدائية التـــي تقضي أن الميلين متساويان في المجتمع الإحصائي الذي أخذت منه المعطيات.

الفصل الثاني عشر

الطرائق المعتمدة على الرتب

Methods based on rank order

1.12 الطرائق اللا وسطية

Non-parametric methods

في الفصلين العاشر والحادي عشر تعرضنا لطرق تحليل تفترض أن (المعطيات) مأخوذة من توزيع طبيعي. وحتى نكون أكثر دقة نقول أن هذه المعطيات مأخوذة من واحد من عائلة التوزيعات الطبيعية، حيث يعرف هذا التوزيع بمتوسطه وانحرافه المعياري، وسيطا التوزيع الطبيعي. تدعى مثل هذه الطرق بالطرائق الوسيطية لأننا نقدر الوسطاء آخذين بعين الاعتبار أن البيانات تتوزع توزيعاً طبيعياً. تدعى مجموعة الطرق التي لا تفترض توزيعات معينة على المعطيات بالطرق اللا وسيطية. في هذا الفصل والفصل الذي يليه سنعتبر بعض الاختبارات اللا وسيطية. في الواقع يوجد اختبارات أخرى كثيرة، ولكن هذه الاختبارات ستوضح المبدأ العام. وقد صادفنا سابقاً واحداً من هذه الاختبارات اللا وسيطية وهو اختبار الإشارة الفقرة (2.9). ويمكن النظر إلى اختبار العينة الكبيرة الطبيعية كاختبار لا وسيطي.

من المفيد التميز بين ثلاثة أشكال من القياسات: الأول الشكل الحالي وفيه يكون الفرق بين أية قيمتين منسجم (متوافق) مع قيمته. فعلى سبيل المثال، إن الفرق بين درجتي الحرارة1 °C مئوية و2 °C يساوي الفرق بين الدرجة 31 °C مئوية و32 °C مئوية. الثاني (المقياس) الشكل التصنيفي وترتب المشاهدات وفق هذا الشكل، ولكن يمكن ألا يكون للفروق بينها معنى. فعلى سبيل المثال، يقاس القلق عادةً من خلال مجموعة من الأسئلة،

وتقاس درجة القلق بعدد الإجابات الإيجابية والتـــي تعطي مقياساً للقلق. فإذا كان لدينا مجموعة مؤلفة من 36 سؤالاً نرتب هذه الأسئلة من 0 وحتى 36. فالفرق في مستوى القلق بين التدريجين 1 و2 لا يساوي بالضرورة بين التدريجين 31 و32. الثالث الشكل الأسمي، ويكون المتغير هنا كيفياً أو فئوياً، حيث تجمع المفردات الإحصائية، ولكن ليس من الضروري أن تكون مرتبة. إن لون العيون هو مثال جيد لهذه الحالة. عندما نرتب الفئات يمكننا التعامل معها على أنها إما مرتبة أو أسمية.

تطبق جميع الطرق في الفصلين العاشر والحادي عشر على معطيات مجالية والتـــي تعتمد على فروق المشاهدات عن المتوسط. بينما معظم الطرائق في هذا الفصل تطبق على معطيات مرتبة. وأي شكل مجالي لا يحقق شروط الفصلين 10 و11 يمكن أن يعامل كشكل تصنيفي، إذ أن المعطيات طبعاً مرتبة. وهذا ينطبق على معظم التطبيقات في الحقل الطبي.

معظم الكتب العامة مثل Armitage وBerry (1987) وSnedecor وCochran (1980) و Colton (1974) لا تهتم كثيراً في التفصيلات المتعلقة بالرتب والطرائق المرافقة لها، ونحتاج عندها إلى كتب متخصصة مثل (Siegel 1956 وConover 1980).

2.12 اختبار مان – ويتنـــي U

The Mann-Whitney U- test

هو اختبار لا وسيطي مشابه تماماً لاختبار t- ستيودنت لمقارنة عينتين الفقرة (3.10). ويتم استعماله بالشكل التالي: لنتخذ المعطيات الافتراضية التالية التـــي تبين مشاهدات متغير ما في مجموعتين مستقلتين A وB:

A	7	4	9	17
B	11	6	21	14

ونريد أن نعرف ما إذا كانت ثمة دلالة أن المجموعتين A وB مأخوذتان من مجتمعين مختلفي المستوى بالنسبة للمتغير. نأخذ الفرضية الابتدائية: لا يوجد ميل لآن تزيد عناصر أحد المجتمعين على عناصر الآخر، أما الفرضية البديلة فيوجد مثل هذا الميل في أحد الاتجاهين أو في الاتجاه الآخر.

أولاً نبدأ بترتيب المشاهدات تصاعدياً كما يلي:

21	17	14	11	9	7	6	4
B	A	B	B	A	A	B	A

سنختار الآن مجموعة ما ولتكن A فمن أجل كل مشاهدة من A، نعد مشاهدات B التـــي هي أقل من A. من أجل المشاهدة الأولى من المجموعة A، 4، لا يوجد أي مشاهدة من المجموعة B أقل من 4. ومن أجل المشاهدة الثانية من A، 7، فإنه يوجد مشاهدة واحدة من المجموعة B. ومن أجل المشاهدة الثالثة من المجموعة A، 9، يوجد مشاهدة واحدة من المجموعة B أقل من 9، ومن أجل المشاهدة الرابعة من A، 17، يوجد ثلاث مشاهدات من B أقل منها. نجمع عدد مشـــاهدات B التـــي هي أقـــل من مشـــاهدات A فنجـــد $U = 0 + 1 + 1 + 3 = 5$. فإذا كان U صغيراً جداً، عندئذ فإن جميع مشاهدات A تقريباً ستكون أقل من مشاهدات B تقريباً، أما إذا كان U كبيراً، عندها ستكون جميع مشاهدات A تقريباً أكبر من جميع مشاهدات B تقريباً. أما القيم المتوسطة لـــ U فتعني أن قيم A وB مختلطة. نلاحظ أن أصغر قيمة لـــ U هي الصفر وهذا يحدث عندما تكون جميع قيم B أقل من قيم A. وأكبر قيمة لـــ U هي $n_1 \times n_2$ وذلك عندما تكون جميع قيم A أقل من قيم B. إن لـــ قيمة U معنـــى، حيث أن U/n_1n_2 هو تقدير لاحتمال أن تكون قيمة مأخوذة من الزمرة A بشكل عشوائي أكبر من قيمة مأخوذة من الزمرة B بشكل عشوائي.

توجد إحصائية أخرى مثل U والتي ندعوها U' ويمكن الحصول عليها بتعداد مشاهدات A التـــي تقل عن B، عوضاً عن عدد مشاهدات B التـــي تقل عن A. وعندها سنجد $11 = 4 + 3 + 3 + 1$ إن القيمتين الممكنتين U وU' ترتبطان بالعلاقة $U + U' = n_1n_2$. فيمكن طرح U' من n_1n_2 للحصول على $U = 4 \times 4 - 11 = 5$.

فإذا كنا نعرف توزيع U بفرض صحة الفرضية الابتدائية التي تُفيد أن العينتين مأخوذتان من المجتمع الإحصائي ذاته، أمكننا معرفة بأي احتمال نحصل على مثل هذه المعطيات إذا لم يكن ثمة فرق. عندئذ يمكننا القيام باختبار مستوى الاعتداد. يمكننا إيجاد توزيع الإحصائيـــة U بسهولة بفرض صحة الفرضية الابتدائية. حيث يمكن ترتيب مجموعتين من 4 مشاهدات بـــ 70 طريقة مختلفة من AAAABBBB حتـــى BBBBAAAA (8!/4!4!، الفقرة A6).

هذه الإمكانات متساوية الاحتمال، بفرض صحة الفرضية الابتدائية، واحتمال الواحد منها 1/70. وكل منها يقابل قيمة لـ U تتراوح بين 0 و16. إذا قمنا بتعداد التراتيب التـي تأخذ نفس القيمة للإحصائية U، عندها يمكننا حساب احتمال هذه القيمة. فعلى سبيل المثال، من أجل $U = 0$ والتـي تظهر فقـط مـن أجل الترتيب AAAABBBB وفـق الاحتمال $1/70 = 0.014$ و $U = 1$ تظهر من أجل الترتيب AAABABBB وقيمة الاحتمال الموافقة $1/70 = 0.014$ أيضاً. من أجل القيمة $U = 2$ فإنها تظهر بطريقتين AAABBABB و AABAABBB، وعندها قيمة الاحتمال المقابل $2/70 = 0.029$. تعطى قيم الاحتمالات الموافقة في الجدول (1.12).

الجدول 1.12 : توزيع إحصائية مان – وتنـي U لعينتين من الحجم 4

U	الاحتمال	U	الاحتمال	U	الاحتمال
0	0.014	6	0.100	12	0 071
1	0.014	7	0.100	13	0.043
2	0.029	8	0.114	14	0.029
3	0.043	9	0.100	15	0.014
4	0.071	10	0.100	16	0.014
6	0.071	11	0.071		

فإذا طبقنا ذلك على مثالنا السابق. من أجل المجموعتين A وB، لدينا $U = 5$ وعندها فإن الاحتمال المقابل مساوٍ لـ 0.071. وكما نهجنا في اختبار الإشارة الفقرة (2.9) سـندرس احتمال القيـم الأكثر حديـة للإحصائيـة U، $U = 5$ أو أقـل والـذي يسـاوي $0.071 + 0.071 + 0.043 + 0.029 + 0.014 + 0.014 = 0.242$ وهو يعطي اختبار وحيد الجانب. من أجل اختبار ثنائي الجانب، يجب أن نأخذ بعين الاعتبار احتمالات الفرق في أقصى الاتجاه المعاكس. اعتماداً على الجدول (1.12) نجد أن توزيع U متناظر، وعندها تساوي قيمة الاحتمال لقيمة حدية في الاتجاه المعاكس 0.242، وهكذا فإن الاحتمال المقابل لاختبار ثنائي الجانب $0.484 = 0.242 + 0.242$. وهذا واضح من أن هذا قد حدث مصادفة وبالتالي فالعينتان قد أخذتا من نفس المجتمع الإحصائي.

في الجانب التطبيقي، ليس من الضروري حساب مجموع الاحتمالات الموصوف في الأعلى لأنها ذكرت سابقاً. يوضح الجدول (12.2)، 5% من قيم الإحصائية U لكل توفيق من حجمي العينتين n_1 و n_2 حتـى 20. وفي مجموعتينا A، B، $U = 5$ نجد أن $n_2 = 4$.

المقابل للعمود الرابع و4 = n_1 المقابل للسطر الرابع. ومن هذا نرى أن النقطة الموافقة لـــ 5% لـــ U تساوي الصفر وهكذا فإن $U = 5$ لا يعتد به إحصائياً. فإذا حســـبنا ذلك لكبرى قيمتي U، 11، فإننا نســـتطيع اســـتعمال الجدول (2.12) لإيجـــاد القيمـــة الصـــغرى $.n_1n_2 = U = 16 - 11 = 5$

نستطيع الآن العودة إلى تحليل عملي لبعض المعطيات الحقيقية. سنأخذ بعين الاعتبار سماكة جلد العضلة العضدية في الجدول (4.10) والمعادة في الجدول (3.12). سنحلل هذه البيانات مستخدمين اختبار مان – وتنـــي (اختبار – U). فإذا رمزنا بـــ A لمجموعة مرضى كرون وبـــ B لمجموعة مرضى المغص البطنـــي. عندئذ يأخذ الترتيب الموافق الشكل التالي:

1.8	1.8	2.0	2.0	2.0	2.2	2.4	2.5	2.8	2.8
A	B	B	B	B	A	A	A	A	A

3.0	3.2	3.6	3.8	3.8	4.0	4.2	4.2	4.4	4.8
B	A	A	A	B	A	B	A	A	A

5.4	5.6	6.0	6.2	6.6	7.0	7.6	10.0	10.4
B	A	A	A	A	A	B	A	A

الجدول 12. 2 : النقط الموافقة لـــ 5% لأصغر قيمة للإحصائية U في اختبار مان – وتنـــي من وجهة نظر الذيلين

n_1 \ n_2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2	–	–	–	–	–	–	0	0	0	0	1	1	1	1	1	2	2	2	2
3	–	–	–	0	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8
4	–	–	0	1	2	3	4	4	5	6	7	8	9	10	11	11	12	13	13
5	–	0	1	2	3	5	6	7	8	9	11	12	13	14	15	17	18	19	20
6	–	1	2	3	5	6	8	10	11	13	14	16	17	19	21	22	24	25	27
7	–	1	3	5	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34
8	0	2	4	6	8	10	13	15	17	19	22	24	26	29	31	34	36	38	41
9	0	2	4	7	10	12	15	17	20	23	26	28	31	34	37	39	42	45	48
10	0	3	5	8	11	14	17	20	23	26	29	33	36	39	42	45	48	52	55
11	0	3	6	9	13	16	19	23	26	30	33	37	40	44	47	51	55	58	62
12	1	4	7	11	14	18	22	26	29	33	37	41	45	49	53	57	61	65	69
13	1	4	8	12	16	20	24	28	33	37	41	45	50	54	59	63	67	72	76
14	1	5	9	13	17	22	26	31	36	40	45	50	55	59	64	67	74	78	83
15	1	5	10	14	19	24	29	34	39	44	49	54	59	64	70	75	80	85	90
16	1	6	11	15	21	26	31	37	42	47	53	59	64	70	75	81	86	92	98
17	2	6	11	17	22	28	34	39	45	51	57	63	67	75	81	87	93	99	105
18	2	7	12	18	24	30	36	42	48	55	61	67	74	80	86	93	99	106	112
19	2	7	13	19	25	32	38	45	52	58	65	72	78	85	92	99	106	113	119
20	2	8	13	20	27	34	41	48	55	62	69	76	83	90	98	105	112	119	127

إذا كانت قيمة U أقل أو تساوي القيمة المجدولة فإن الفرق يعتد به

الجدول 3.12 : سماكة جلد العضلة العضدية (mm)
في مجموعتين من المرضى

مرض كرون				مرض المغص البطني	
1 8	2.8	4.2	6.2	1.8	3.8
2.2	3 2	4.4	6.6	2.0	4.2
2.4	3.6	4 8	7 0	2 0	5.4
2.5	3.8	5.6	10 0	2.0	7.6
2.8	4.0	6.0	10.4	3.0	

لنقم بتعداد قيم A التـــي هي أقل من B. سنجد مباشرة أننا أمام مشكلة. فإن أول قيمة لـــ A وأول قيمة لـــ B متساويتان. وبالتالي هل قيمة A أقل من B أم العكس؟ ولحل هذه الإشكالية، نعد نصفاً (أي نعطي الترتيب $^1/_2$ عوضاً عن 1) لـــ A المشتركة بالقيمة مع B. أما قيم B الثانية والثالثة والرابعة المتساوية فلا تشكل أية مشكلة، لأنه يمكن تعداد قيم A التـــي هي أقل قيمة من B، دون صعوبة. ستكون قيمة الإحصائية U:

$$U = 0.5 + 1 + 1 + 1 + 6 + 8.5 + 10.5 + 13 + 18 = 59.5$$

وهي أصغر قيمة للإحصائية U، بينما $n_1n_2 = 9 \times 20 = 180$ والقيمة الوسطى تساوي 90 عندئذ يمكننا الرجوع للجدول (2.12). من أجل مستوى اعتداد 5% فإن القيمة الحرجة من أجل المجموعتين اللتين حجماهما 9 و20 هي 48، ونلاحظ أن قيمة U تتجاوز هذه القيمة. وهكذا فالفرق لا يعتد به بمستوى 5% والمعطيات تتوافق مع الفرضية الابتدائية ولا يوجد ميل للاعتقاد بأن عناصر أحد المجتمعين تزيد على عناصر المجتمع الآخر. وهذا يتطابق مع نتائج اختبار ستيودنت في الفقرة (4.10).

من أجل قيم كبيرة لـــ n_1 وn_2 فإن حساب الإحصائية U ممل ومضجر. يمكن إيجاد صيغة بسيطة لـــ U تعتمد على مفهوم الرتب. فرتبة أصغر مشاهدة مساوية للقيمة 1، والتـــي تليها مساوية للقيمة 2، وهكذا. فإذا كان عدد من المشاهدات متكررة، أي لهذه المشاهدات نفس القيمة وبالتالي لها نفس الرتبة، فنعطي لكل واحدة منها متوسط الرتب التـــي ستأخذها فيما لو رتبت طبيعياً. فعلى سبيل المثال، بالنسبة لمعطيات سماكة الجلد لدينا أول مشاهدتين مساويتين لـــ 1.8. وعندئذ تأخذ كل قيمة منها الرتبة $1.5 = 2/(2 + 1)$. والمشاهدات الثالثة والرابعة والخامســـة متكررة عنـــد القيمة 2.0، ولذلك نعطي كـــل واحـــدة منها الرتبـــة

4 = 3/(5 + 4 + 3). والمشاهدة السادسة هي 2.2 وهي غير مكررة ولذلك ستأخذ الرتبة 6.
وتكتب رتب معطيات سماكة الجلد للعضلة العضدية كما يلي:

السماكة	1.8	1.8	2.0	2.0	2.0	2.2	2.4	2.5	2.8	2 8
المجموعة	A	B	B	B	B	A	A	A	A	A
الرتبة	1.5	1 5	4	4	4	6	7	8	9.5	9.5
		r_1	r_2	r_3	r_4					
السماكة	3.0	3.2	3.6	3 8	3.8	4.0	4.2	4 2	4.4	4.8
المجموعة	B	A	A	A	B	A	A	B	A	A
الرتبة	11	12	13	14.5	14 5	16	17.5	17.5	19	20
	r_5				r_6			r_7		
السماكة	5.4	5.6	6.0	6.2	6.6	7.0	7.6	10.0	10.4	
المجموعة	B	A	A	A	A	A	B	A	A	
الرتبة	21	22	23	24	2	2	27	28	29	
	r_8						r_9			

فإذا رمزنا لرتب المجموعة B بـــ r_1، r_2،... r_{n1}. فإن عدد قيم A الأقل من أول قيمة لـــ B مساوٍ لـِ $r_1 - 1$، لأنه لا يوجد أية قيمة لـِ B أقل منها، وهي المشاهدة ذات الترتيب r_1. إن عدد مشاهدات A التـــي أقل هي من المشاهدة الثانية لـِ B هو $r_2 - 2$، لأنها المشاهدة ذات الترتيب r_2. وبشكل مشابه نجد أن عدد قيم A التـــي هي أقل من القيمة الثالثة لـــ B هو $r_3 - 3$، وعدد قيم A التـــي أقل من القيمة ذات الترتيب i لـِ B هو $r_i - i$ وهكذا نجد أن:

$$\begin{aligned} U &= \sum_{i=1}^{n_1}(r_i - i) \\ &= \sum_{i=1}^{n_1} r_i - \sum_{i=1}^{n_1} i \\ &= \sum_{i=1}^{n_1} r_i - \frac{n_1 (n_1 + 1)}{2} \end{aligned}$$

أي أننا نجمع رتب n_1 مشاهدة ونطرح منها المقدار $n_1(n_1 + 1)/2$ فنحصل على قيمة الإحصائية U. فعلى سبيل المثال لدينا:

$$U = 1.5 + 4 + 4 + 4 + 11 + 14.5 + 17.5 + 21 + 27 - \frac{9 \times (9+1)}{2}$$
$$= 104.5 - 45$$
$$= 59.5$$

وحصلنا على نفس النتيجة السابقة. وتكتب هذه الصيغة أحياناً بالشكل التالي:

$$U' = n_1 \, n_2 + \frac{n_1 \, (n_1 + 1)}{2} - \sum_{i=1}^{n_1} r_i$$

وتعتمد هذه الصيغة على المجموعة الأخرى، وذلك لأن $U + U' = n_1 n_2$. ولإجراء الاختبار نستخدم القيمة الصغرى كما فعلنا من قبل.

وبما أن القيمتين n_1، n_2 متزايدتان، فإن الحساب الدقيق للتوزيع الاحتمالي يزداد صعوبة. عندما لا يمكننا استعمال الجدول (2.12)، فنستخدم تقريب العينات الكبيرة بدلاً عنه. وبما أن U عبارة عن مجموع لعدد من المتغيرات العشوائية المستقلة والتـــي لها نفس التوزيع فيمكننا تطبيق نظرية النهاية المركزية الفقرة (2.7) فإذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة فيمكن تقريب توزيع U لتوزيع طبيعي بمتوسط $n_1 n_2 / 2$ وانحراف معياري $\sqrt{n_1 n_2 \, (n_1 + n_2 + 1)/12}$. وبالتالي تتبع الإحصائية.

$$\frac{U - \frac{n_1 n_2}{2}}{\sqrt{\frac{n_1 n_2 \, (n_1 + n_2 + 1)}{12}}}$$

توزيعاً طبيعياً معياريا. فعلى سبيل المثال، $n_1 = 9$ و$n_2 = 20$ لدينا.

$$\frac{U - \frac{n_1 n_2}{2}}{\sqrt{\frac{n_1 n_2 \, (n_1 + n_2 + 1)}{12}}} = \frac{59.5 - \frac{9 \times 20}{2}}{\sqrt{\frac{9 \times 20 \times (9 + 20 + 1)}{12}}}$$
$$= -1.44$$

وتقابل هذه القيمة حسب الجدول (1.7) احتمالاً من جانبين يساوي 0.15، مماثلاً لما حصلنا عليه في اختبار ستيودنت لعينتين الفقرة (3.10).

نلاحظ أن كلاً من الجدول (2.12) والصيغ السابقة لا يأخذان بعين الاعتبار تماماً القيم المتكررة أثناء حساب الانحراف المعياري U، حيث يفترض أن المعطيات مرتبة تماماً. ولذا فاستخدامها في المعطيات الحاوية على قيم متكررة يتم بشكل تقريبـــي. ويجب علينا قبول ذلك من أجل العينات الصغيرة. في حالة التقريب الطبيعي. تسمح لنا القيم المكررة باستعمال صيغة الانحراف المعياري للإحصائية U عندما تكون الفرضية الابتدائية صحيحة.

$$\sqrt{\frac{n_1 n_2}{(n_1+n_2)(n_1+n_2-1)}\sum_{i=1}^{n_1+n_2} r_i^2-\frac{n_1 n_2(n_1+n_2+1)^2}{4(n_1+n_2-1)}}$$

حيث $\sum_{i=1}^{n_1+n_2} r_i^2$ مجموع مربعات الرتب لجميع المشاهدات أي لكلتا المجموعتين المدروستين (انظر Conover ,1982). إن اختبار مان – ويتنـــي U ليس خالياً من الشروط التـــي يمكن ألا أن تكون محققة. حيث نفترض أن المعطيات مرتبة تماماً وهذا غير محقق في المشاهدات المتكررة.

إن الميزة الأساسية لاختبار مان ويتنـــي، الذي يعتبر من الاختبارات اللاوسطية، على اختبار ستيودنت هو عدم افتراض وجود توزيع طبيعي (بتباين منتظم) للبيانات المدروسة، والشرط الوحيد المطروح هو إمكانية ترتيب هذه المعطيات. ولكن يوجد مساوئ لهذا الاختبار، فإذا كانت المعطيات تتوزع توزعاً طبيعياً فإن اختبار U (مان– ويتنـــي) أقل قوة من اختبار ستيودنت، أي أنه إذا تحققت شروط اختبار ستيودنت فإن هذا الاختبار قادر على رصد الفروق الصغيرة لعينة ذات حجم مفروض. أما بالنسبة للعينات الكبيرة والمتوسطة فإن اختبار U مكافئ تماماً لاختبار ستيودنت وبالتالي فالفرق الهام يكون فقط من أجل العينات الصغيرة جداً، أي أنه من أجل زمرتين حجم كل واحدة منهما 3 مشاهدات. فإن استعمال اختبار U عديم الفائدة وذلك لأن جميع القيم الممكنة لـــ U لها احتمالات أكبر من 0.05 الجدول (2.12). إن اختبار U هو في المقام الأول اختبار اعتداد. يسمح لنا اختبار ستيودنت أيضاً بتقدير حجم الفرق ويُعطينا مجال الثقة. وكما أشرنا سابقاً فإن للكمية U/n_1n_2 تفسيراً، ولكن لا يمكن على حد علمي إيجاد مجال ثقة لها. أما بالنسبة لمجالات الثقة للفرق بين المتوسطات أو النواصف المعتمدة على اختبار U، يمكن حســـابها مـــن أجل مجـــال ما

(1989, Gampbell and Gardner) ولكن يجب أن نفترض أن المجموعات مأخوذة من توزيعات لها الشكل نفسه، والفرق الوحيد بينها في المواضع، أي في المتوسطات. فالتوزيعات إذن لها نفس التفاوت وهذا غير محقق دوماً ما دامت المعطيات لا تتبع التوزيع الطبيعي الفقرة (A7) وهكذا علينا استعمال اختبار t – ستيودنت على أية حال.

يوجد اختبارات لا وسيطية أخرى لاختبار الفرضية الابتدائية نفسها أو ما يماثلها. من هذه الاختبارات اختبار ويلكوكسن (Wilcoxon) وفرضيات كندل (Kendall). إن هذين الاختبارين مختلفان عن الختبار U لمان– ويتنـــي الذي يتم تطويره بنفس الوقت وسنبين فيما بعد أن هذه الاختبارات متطابقة. ويمكن استعمالها بشكل تبادلي. إن إحصائيات الاختبار والجداول مختلفة، لذلك يجب الانتباه إلا أن حساب إحصائية الاختبار المستخدمة تتوافق مع الجدول المقابل لها. توجد صعوبة أخرى لهذه الجداول، وهي أن بعض المعطيات المسحوبة هي بحيث أن الفرق الذي يعتد به U يجب أن يكون أقل أو يساوي القيمة المجدولة. كما في الجدول (2.12). أما من أجل قيم أخرى لـــ U، يجب أن تكون أقل تماماً من القيمة المجدولة. من أجل أكثر من مجموعتين، فإن تحليل الرتب المشابه لتحليل التفاوت وحيد التصنيف الفقرة (9.10) هو اختبار كروسكال واليس (Krushal-Wallis) انظر (Conover, 1980) و(1956 .(Siegal,

3.12 اختبار ويلكوكسن للأزواج المتقارنة

The Wilcoxon matched pairs test

يشابه هذا الاختبار اختبار t ستيودنت لعينتين. حيث أننا نقيس عينة تحت شرطين ونريد اختبار الفرضية الابتدائية لا يوجد ميل لأن يكون الناتج ضمن أحد الشرطين أكبر أو أصغر من الشرط الآخر، ويعتمد هذا الاختبار على الفروق ولذلك يجب أن تكون المعطيات ضمن فترة أو مجال.

لنأخذ بعين الاعتبار المعطيات الموجودة في الجدول (4.12) والتـــي تمت مناقشتها بشكل موجز في الفقرة (6.2) والفقرة (9.2) حيث استخدمنا اختبار الإشارة في هذه الدراسة. ولقد أهملنا أهمية الفروق وأخذنا بعين الاعتبار إشاراتها. فإذا أمكننا استعمال معلومة حول أهمية

الفروق، عندئذٍ سنطمح بالحصول عل اختبار أقوى. ومن الواضح يجب أن يكون لدينا معطيات وبيانات مجالية. وحتـــى نتجنب وضع افتراضات تتعلق بتوزيع الفروق نستخدم نظام الرتب كما فعلنا في اختبار U مان– ويتنـــي.

الجدول 4.12 : نتائج تجارب البرونيتالول من أجل الوقاية من الذبحة الصدرية (Pritchard et al.1963)، بالنسبة لترتيب رتب الفروق

رتبة الفرق			الفرق بين	عدد الهجمات عند تناول	
السلبية	الإيجابية	الكل	الغفل والبروتينالول	البروتينالول	الغفل
	1.5	1.5	2	0	2
	1.5	1.5	2	15	17
	3	3	3	0	3
	4	4	5	2	7
	6	6	7	1	8
	6	6	7	7	14
	6	6	7	16	23
	8	8	9	25	34
	9	9	14	65	79
	10	10	19	41	60
11		11	25–	348	323
	12	12	42	29	71
11	67				مجموع الرتب

ولذلك سنقوم أولاً بترتيب القيم المطلقة للفروق، أي أننا سنهمل إشارة الفرق وكما فعلنا في الفقرة (2.12) فإننا سنعطي للمشاهدات المتكررة متوسط رتبها. ثم نقوم بجمع رتب الفروق الموجبة، 67، وكذلك نجمع رتب الفروق السالبة 11 الجدول (4.12) فإذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة وكان لا يوجد فرق، فإننا نتوقع مجموع الرتب للفروق الموجبة والسالبة هي نفسها، وتساوي 39 (متوسطهما). إن إحصائية الاختبار T, هي أقل هذين المجموعين وقيمة T الصغرى تقابل، الاحتمال الأدنـــى للمعطيات التي تظهر بالمصادفة.

ويتم إيجاد توزيع إحصائية الاختبار T، عندما تكون الفرضية الابتدائية صحيحة، بتعداد جميع الإمكانات الموصوفة في اختبار مان– ويتنـــي للإحصائية U. يعطي الجدول (5.12) النقط المقابلة لـــ 5% و 1% لهذا التوزيع لعينة حجمها n يصل إلى 25. وفي مثالنا $n = 12$ وهكذا يكون الفرق ذا اعتداد بمستوى 5% إذا كانت إحصائية الاختبار T أقل أو تساوي 14. نلاحظ أنه لدينا $T = 11$ وبالتالي فإن المعطيات لا تحقق الفرضية الابتدائية. وتدعم

المعطيات وجهة النظر القاضية بوجود ميل حقيقي بأن الهجمات المرضية تقل بشكل واضح عندما يخضع المرضى لعلاج فعال.

الجدول 5.12 : 5% و1% من نقط توزيع T ثنائي الجانب الأخفض قيمة في اختبار ويلكوكسن لعينة واحدة

العينة الحجم	احتمال أن تكون T ≥ من القيمة المجدولة		العينة الحجم	احتمال أن تكون T ≥ من القيمة المجدولة	
n	5%	1%	n	5%	1%
5	–	–	16	30	19
6	1	–	17	35	23
7	2	–	18	40	28
8	4	0	19	46	32
9	6	2	20	52	37
10	8	3	21	59	43
11	11	5	22	66	49
12	14	7	23	73	55
13	17	10	24	81	61
14	21	13	25	90	68
15	25	16			

من الجدول (5.12)، نستطيع أن نرى أن احتمال كون $T \leq 11$ يقع ضمن المجال 0.05 و 0.01. وهذا أكبر من الاحتمال المعطى بواسطة اختبار الإشارة والذي يساوي 0.006 الفقرة (2.9). في العادة، عندما تكون الفرضية الابتدائية خاطئة، نتوقع قوة أكبر وبالتالي احتمالات أقل عندما نستخدم معلومات أكثر. في هذه الحالة، يعكس الاحتمال الكبير الحقيقة التـــي تفيد أن الفرق السالب الوحيد 25– هو كبير جداً. وعندما تفحص البيانات الأصلية نجد أن هذا الفرق الكبير يعود لفرد كان لديه هجمات متعددة كثيرة وعلاجات مختلفة، ويبدو أنه ينتمي لمجتمع إحصائي آخر مختلف عن المجتمع المدروس.

وكما هو الحال في الجدول (2.12)، فإن الجدول (5.12) مبني على الافتراض أن الفروق يمكن أن ترتب تماماً ولا توجد قيم مشتركة في المعطيات. ومن الممكن أن توجد قيم مشتركة في هذا الاختبار بطريقتين أولاً: يمكن أن يحصل الاشتراك حسب اتجاه الترتيب. وفي مثالنا يوجد لدينا فرقان كل منهما يساوي + 2 وثلاث فروق كل منها 7. وقد أخذت رتباً متساوية وهي 1.5 و1.5 و6، 6، 6 عندما توجد قيم مشتركة بين الفروق الموجبة والسالبة، فالجدول (5.12) يقرب فقط لتوزيع ستيودنت.

ومن الممكن أن تظهر أيضاً القيم المكررة من أجل المشاهدات المزدوجة، حيث الفرق الملاحظ يساوي الصفر. وبنفس الطريقة المتبعة في اختبار الإشارة، فإننا نحذف الفروق الصفرية الفقرة (2.9). إذ أن الفروق المعدومة لا تذكر في الجدول (5.12) لأن الاختبار لا يستخدم إلا الفروق غير المعدومة. إن مثل هذا الظهور للفروق المعدومة يخدم الفرضية الابتدائية. على سبيل المثال، لننظر إلى الجدول (4.12) لدينا 12 مريضاً إضافياً بفروق معدومة، عندئذ يبقى الحساب نفسه وكذلك النتيجة النهائية. ومع ذلك فإن متوسط الفروق سيكون أصغر ولا يمكن لاختبار ويلكوكسن إعطاء أي معلومة حول حجم الفرق. هذا يوضح خطورة استخدام اختبارات الاعتداد قبل النظر والتمعن في المعطيات.

كلما ازدادت n، يأخذ توزيع الإحصائية T، تحت الفرضية الابتدائية، شكل التوزيع الطبيعي، كما هو الحال بالنسبة لإحصائية U مان– ويتنـــي. ومجموع الرتب يساوي $n(n+1)/2$ دون النظر لإشارات الفروق، وبالتالي تساوي القيمة المتوقعة للإحصائية T تحت الفرضية الابتدائية $n(n+1)/4$، حيث المجموعان متساويان. إذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة، عندئذ يكون الانحراف المعياري للإحصائية T هو $\sqrt{\frac{1}{4}\sum r_i^2}$، حيث r_i هي رتبة الفرق ذو الترتيب i، والذي يساوي $\sqrt{n(n+1)(2n+1)/24}$ في حال عدم وجود قيم مكررة وهكذا فإن الإحصائية:

$$\frac{T-\frac{n(n+1)}{4}}{\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}}$$

تتبع التوزيع الطبيعي المعياري إذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة. ففي المثال الوارد في الجدول (4.12) لدينا:

$$\frac{T-\frac{n(n+1)}{4}}{\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}}=\frac{11-\frac{12\times 13}{4}}{\sqrt{\frac{12\times 13\times 25}{24}}}=-2.97$$

يعطي الجدول (1.7) قيمة احتمالية 0.028 في اختبار الذيلين مماثلة للقيمة التـــي نحصل عليها من الجدول (5.12).

لدينا ثلاث اختبارات ممكنة للبيانات المزدوجة، اختبار ويلكوكسن، اختبار الإشارة وإختبار t ستيودنت. إذا توزعت الفروق توزيعاً طبيعياً، فإن اختبار t ستيودنت هو الأقوى. إن اختبار ويلكوكسن يعادل اختبار t في القوة، ومن الناحية العملية الفرق بين الاختبارين غير كبير ماعدا حالات العينات الصغيرة. وكما هو الحال في اختبار مان- وتنـــي U، فإن اختبار ويلكوكسن غير مفيد في العينات الصغيرة الحجم. إن اختبار الاشارة يعادل في القوة اختبار ويلكوكسن في العينات الصغيرة، ولكن إذا ازداد حجم العينة يصبح اختبار ويلكوكسن أقوى من اختبار مان- وتنـــي. ويمكن أن نتوقع هذا لأن اختبار ويلكوكسن يستخدم معلومات أكثر. إذ أنه يستعمل قياسات الفروق ويتطلب بالتالي معطيات مجالية. وهذا يعنـــي أنّه بتحويل المعطيات فإننا سنحصل على نتائج مختلفة كما هو الحال في طرق t ستيودنت. وفي حالة المعطيات المرتبة تماماً، يجب علينا استخدام اختبار الإشارة. تعطى طريقة المزاوجة لـــ t أيضاً مجالات ثقة للفرق. إن اختبار ويلكوكسن هو اختبار اعتداد نظري، ولكن يمكن أن نحصل على مجال الثقة لناصف الفروق باستخدام طريقة التوزيع الحدانـــي الموصوفة في الفقرة (5.15) أو بشكل أكثر تفصيلاً في Conover (1990) أو Grampbell and Gardner.

4.12 معامل ارتباط سبيرمان الرتبي ρ

Spearman's rank correlation coefficient, ρ

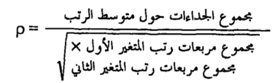
لقد أشرنا في الفصل الحادي عشر إلى الحساسية لافتراضات خضوع معامل ارتباط عزم الجداء r للتوزيع الطبيعي. وهذا يقودنا إلى تطوير الطرائق اللاوسيطية المعتمدة على الرتب. إن طريقة سبيرمان تقوم على ترتيب المشاهدات أولاً، ثم حساب ارتباط عزم جداء الرتب عوضاً عن المشاهدات نفسها. وبالتالي لا تعتمد إحصائية الاختبار على توزيع المتغيرات الأصلية، نرمز عادة لهذا الجداء بالحرف اليوناني ρ (بلفظ rho) أو بـــ r_s.

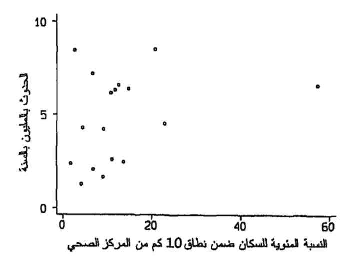
الجدول 6.12 : حدوث ورم كابوس ساركوما وإمكانية وصول السكان للمراكز الصحية وذلك لكل منطقة من مناطق تنـــزانيا. (Bland et al 1977)

المنطقة	الحدوث بالمليون في السنة	النسبة المئوية للسكان ضمن نطاق 10 كم عن مركز صحي	ترتيب الرتب	
			الحدوث	النسبة المئوية
Coast	1.28	4.0	1	3
Shinyanga	1.66	9.0	2	7
Mbeya	2.06	6.7	3	6
Tabora	2.37	1.8	4	1
Arusha	2.46	13.7	5	13
Dodoma	2.60	11.1	6	10
Kigoma	4.22	9.2	7	8
Mara	4.29	4.4	8	4
Tanga	4.54	23.0	9	16
Singida	6.17	10.8	10	9
Morogoro	6.33	11.7	11	11
Mtwara	6.40	14.8	12	14
Westlake	6.60	12.5	13	12
Kilimanjaro	6.65	57.3	14	17
Ruvuma	7.21	6.6	15	5
Iringa	8.46	2.6	16	2
Mwanza	8.54	20.7	17	15

يبين الجدول (6.12) المعطيات عن دراسة التوزع الجغرافي للورم غرب كابوس في تنـــزانيا. وقد حسبت نسب الحدوث من المعطيات المسجلة حول السرطان، ويوجد شك من أنه لم يتم تسجيل كل الحالات. ويمكن أن تعتمد درجة تسجيل الحالات على الكثافة السكانية أو على الخدمات الطبية المتاحة هناك. بالإضافة لذلك تتوقف المعطيات على عمر المريض وجنسه وبالتالي فإنها تعتمد على توزيع الأعمار والجنس في المنطقة. وحتـــى نبين أنه لا يوجد أي تأثير لهذه المتغيرات التفسيرية على التوزع الجغرافي، حسبنا معامل الارتباط الرتبـــي لحدوث المرض لكل متغير من المتغيرات التفسيرية. يوضح الجدول (6.12) العلاقة بين حدوث المرض والنسبة المئوية للسكان القاطنين على بعد 10 كم من مركز صحي كما يبين الشكل (1.12) المبيان التبعثري لهذه البيانات. تعتبر النسبة ضمن نطاق 10 كم متجانفة بشكل كبير، بينما يبدو أن حدوث المرض يتوزع بشكل ثنائي الدارج. إن افتراض أن ارتباط عزم الجداء لا يبدو أنه موجود، لذا فإنه من المفضل استخدام ارتباط الرتب.

ويتم حساب معامل ارتباط سبيرمان p كما يلي: نوجد رتب المتغيرين في الجدول (6.12) ثم نطبق صيغة ارتباط عزم الجداء الفقرة (9.11) على هذه الرتب. نعرف:





الشكل 1.12 : حدوث غرب كابوسي بالمليون في السنة مقابل نسبة المئوية للسكان المتواجدة ضمن نطاق 10 كم عن مركز صحي لـــ 17 منطقة في تنـــزانيا

والحساب الموضح في الفقرة (11.9) يعطي 0.38 = ρ. يمكننا الآن اختبار الفرضية الابتدائية القائلة بأن المتغيرات مستقلة مقابل الفرضية البديلة القائلة بأن تزايد أحد المتغيرين يؤدي إلى ازدياد الآخر أو تناقص أحد المتغيرين يؤدي إلى زيادة الآخر. وكما هو الحال في الإحصائيات الرتبية فإن توزيع ρ في العينات الصغيرة يمكن الحصول عليه بجدولة جميع القيم الممكنة للتبادبل وقيم ρ الموافقة لها. فمن أجل عينة حجمها n يكون لدينا $n!$ إمكاناً. يبين الجدول (7.12) القيمة الحدية لـــ ρ من أجل عينة حجمها أكبر من 10.

لاحظ أنه على الرغم من أن الحسابات مشابهة للفقرة (9.11 - 10). فإن التوزيع تحت الفرضية الابتدائية مختلف، ونستعمل جدولاً آخر للقيم. كلما ازدادت n. يسعى توزيع ρ إلى التوزيع الطبيعي عندما تكون الفرضية الابتدائية صحيحة، بتوقع 0 وتفاوت $1/(n\text{-}1)$. وهكذا فإن الإحصائية $\rho/\sqrt{1/(n-1)} = \rho\sqrt{n-1}$ تتوزع وفق التوزيع الطبيعي المعياري. ويكون هذا التقريب مقبولاً من أجل $n > 10$.

من أجل معطياتنا لدينا $1.52 = 0.38\sqrt{17-1}$، وهذه القيمة تقابل احتمالاً من الجانبين يساوي 0.13 حسب الجدول (1.7). وهكذا لا يوجد علاقة واضحة بين الحدوث المشاهد لغرب كابوسي وإمكانية الوصول إلى المراكز الصحية. في هذه الدراسة لا يوجد أي علاقة ذات دلالة إحصائية بين الورم وأي متغير تفسيري آخر ونختم القول بأنه لا يظهر التوزع الجغرافي كعامل مؤثر على توزيع المجتمع أو على التدابير التشخيصية.

الجدول 7.12 : نقط 5% و 1% لاختبار ثنائي الذيل لتوزيع معامل سبيرمان ρ

حجم العينة	احتمال أن يكون ρ أكبر أو أصغر من 0 مقارنة مع القيمة المجدولة	
	%5	%1
4	–	–
5	1.00	–
6	0.89	1.00
7	0.82	0.96
8	0.79	0.93
9	0.70	0.83
10	0.68	0.81

لقد تجاهلنا مشكلة المشاهدات المتكررة آنفاً. وسنعالج المشاهدات بنفس الطريقة كما هو موضح في الفقرة (2.12). فنعطيها متوسط الرتب إذا كانت مكررة ثم نطبق على الرتب الناتجة صيغة ارتباط الرتب الموضحة سابقاً. في هذه الحالة، تكون قيم الجدول (7.12) تقريبية. يوجد العديد من الطرق لحساب هذه المعامل، حيث استعمل الباحث (Siegel 1956) صيغة مختلفة تماماً ولكنها أعطت نفس النتائج.

5.12 معامل ارتباط كندل الرتبـــي τ

Kendall's rank correlation coefficient, τ

يعتبر معامل ارتباط سبيرمان كافياً لاختبار الفرضية الابتدائية الدالة على عدم وجود علاقة بين المتغيرين، لكن من الصعب استخدامه كمقياس لقوة هذه العلاقة. لقد طور كندل معاملاً رتبياً للارتباط، يتميز عن معامل سبيرمان ويسمى معامل ارتباط كندل τ (τ حرف يوناني يلفظ tau)، ولكنه يتطلب حسابات شاقة أكثر مما يتطلبه معامل سبيرمان، ولكن بوجود الحواسيب ذات السرعات الكبيرة يمكن تجاوز هذه المشكلة. من أجل كل زوج من

المختبرين، ننظر فيما إذا كانت الأفراد المختبرة مرتبة بنفس الطريقة للمتغيرين، **زوج منسجم**، أو **بطريقة معاكسة**، زوج غير منسجم، أو زوج له القيمة نفسها بالنسبة لأحد المتغيرين أي زوج غير مرتب (متكرر) وبالتالي لا يكون هذا الزوج مرتباً على الإطلاق، أي زوج مكرر. يعرف **معامل كندل** τ بأنه نسبة الفرق بين عدد الأزواج المنسجمة والأزواج غير المنسجمة على العدد الكلي لهذه الأزواج. وسيكون τ مساوياً لـــ +1 إذا كانت الرتب متطابقة، أي إذا كانت جميع الأزواج مرتبة بنفس الطريقة، وسيكون τ مساوياً لـــ (−1) إذا كانت جميع الرتب متعاكسة، أي أن الأزواج مرتبة بطريقة عكسية.

سنرمز لعدد الأزواج المنســـجمة بـــ (n_c) ولعدد الأزواج المتعاكســـة بـــ (n_d) وللفرق $n_d - n_c$ بـــ s. وإن العدد الكلي للأزواج هو $n(n-1)/2$ وبالتالي:

$$\tau = \frac{n_c - n_d}{\frac{1}{2}n(n-1)} = \frac{S}{\frac{1}{2}n(n-1)}$$

وفي حالة عدم وجود تكرار بين الأزواج فإن $n_c + n_d = n(n-1)/2$.

تعتمد الطريقة الأسهل لحساب n_c على ترتيب المشاهدات تبعاً لأحد المتغيرات، كما في الجدول (6.12) والمصنف تبعاً لمتغير حدوث المرض. لنأخذ بعين الاعتبار الترتيب الثانـــي للمتغير (النسبة المئوية للسكان القاطنين ضمن نطاق 10 كم من مركز صحي). المنطقة الأولى، كوست Coast، حيث يوجد 14 منطقة أدنـــى منها والتـــي لها ترتيب أكبر. وهكذا تكون الأزواج المشكلة من المنطقة الأولى وهذه المناطق الأربع عشرة في الترتيب الصحيح، وتوجد منطقتان أدنـــى منها وذات رتبة أدنـــى وهكذا تكون الأزواج المشكلة من المنطقة الأولى وهاتين المنطقتين في الاتجاه المعاكس. وفي المنطقة الثانية شينيانكا Shinyanga، يوجد 10 مناطق دونها ولها رتب أكبر، وهكذا يوجد عشرة أزواج أخرى في الترتيب الصحيح. لاحظ أن الزوج (كوست وشينوانغا) قد حسب آنفاً. يوجد 5 أزواج في ترتيب معاكس. بالنسبة للمنطقة الثالثة، مبيا Mbeya، نجد أنه يوجد 10 مناطق أدنـــى منها في نفس الترتيب و4 مناطق لها عكس الترتيب وهكذا. فإذا جمعنا هذه الأعداد نحصل على كل من n_c و n_d.

$$n_c = 14 + 10 + 10 + 13 + 4 + 6 + 7 + 8 + 1 + 5 + 4 + 2 + 2 + 0 + 1 + 1 + 0 = 88$$
$$n_d = 2 + 5 + 4 + 0 + 8 + 5 + 3 + 1 + 7 + 2 + 2 + 3 + 2 + 3 + 1 + 0 + 0 = 48$$

ويعطى العـــدد الكلي للأزواج بالعلاقة $n(n-1)/2 = 17 \times 16/2 = 136$. وذلك لأنـــه لا يوجـــد تكـــرارات، ويمكننـــا حســـاب n_d بطريقـــة أخـــرى فـــي هـــذه الحالـــة. $n_d = n(n-1)/2 - n_c = 136 - 88 = 48$، ومـــنه نـــجد أن $S = n_c - n_d = 88 - 48 = 40$.
وهكذا فإن $\tau = S / n(n-1)/2) = 40 / 136 = 0.29$.

في حال وجود تكرارات، لا يمكن لـــ τ أن يساوي القيمة ± 1. مع ذلك يمكننا الحصول على ارتباط تام إذا كانت القيم المتكررة للمختبرين هي نفسها بالنسبة لكلا المتغيرين. وللوصول لذلك نستخدم صيغاً مختلفة لـــ τ، τ_b. لنفترض أنه يوجد في المقام $n(n-1)/2$ زوج ممكن. فإذا وجدنا t فرداً متكرراً لرتبة معينة بالنسبة للمتغير X، فإنه لا يوجد أي زوج منها يتأثر بالقيمة S. وبالتالي يوجد $t(t-1)/2$ زوجاً مكرراً. فإذا أخذنا بعين الاعتبار كل المجموعات الحاوية على أفراد متكررة فلدينا $\sum t(t-1)/2$ زوجاً لا يؤثر على ناتج S، حيث يمتد المجموع على كل المجموعات الحاوية على رتب متكررة. وهكذا فإن مجموع الأزواج التـــي تشارك بـــ S هو $n(n-1) - \sum t(t-1)/2$، ولا يمكن لـــ S أن تكون أكبر من $n(n-1)/2 - \sum t(t-1)/2$. ونلاحظ أن حجم S محدود أيضاً بتكرار الترتيب الثاني. فإذا رمزنا لعدد الأفراد المختبرين التـــي لها نفس القيمة Y بـــ u، عندئذ فإن عدد الأزواج التـــي تشارك في S هو $n(n-1)/2 - \sum u(u-1)/2$. ونعرف الآن τ_b كما يلي:

$$\tau_b = \frac{S}{\sqrt{(n(n-1)/2 - \sum t(t-1)/2)(n(n-1)/2 - \sum u(u-1)/2)}}$$

لاحظ انه في حال عدم وجود تكرارات فإن $\sum t(t-1)/2 = 0 = \sum u(u-1)/2$ وبالتالي $\tau_b = \tau$. وعندما تكون التراتيب متطابقة فإن $\tau_b = 1$ ولا يهمنا عدد التكرارات. وقد ناقش كندل (1970) طريقتين أخريين للتعامل مع التكرارات، فحصل على العاملين τ_a وτ_c ولكن يبقى تطبيقهما محدوداً.

غالباً ما نريد اختبار الفرضية الابتدائية القائلة أنه لا يوجد علاقة بين المتغيرين في المجتمع الإحصائي الذي أخذت منه العينة. وعادةً ما نهتم باحتمال أن تكون قيمة S أكبر أو تساوي القيمة الملاحظة. لقد تمَّ حساب الجدول (8.12) بنفس أسلوب الجدولين (1.12) و(2.12). ويبين هذا الجدول احتمال تجاوز القيمة المشاهدة لـــ S قيمة حدية من أجل n أكبر من 10.

ومن الناحية العملية تمّ جدولة قيم S بدلاً من قيم τ. وعندما توجد تكرارات يصبح الحساب تقريبياً. وعندما يكون حجم العينة أكبر من 10، يأخذ توزيع S شكل التوزيع الطبيعي على وجه التقريب بفرض صحة الفرضية الابتدائية، بمتوسط صفر. فإذا كان لا يوجد تكرارات فإن التفاوت يأخذ الشكل:

$$\text{VAR}(S) = \frac{n(n-1)(2n+5)}{18}$$

الجدول 8.12 : نقطة 5% و1% لاختبار الذيلين لتوزيع S من أجل معامل كندل

حجم العينة	احتمال أن يكون S أكبر أو أصغر من التوقع مقارنة مع القيمة المجدولة	
	%5	%1
4	–	–
5	10	–
6	13	15
7	15	19
8	18	22
9	20	26
10	23	29

عندما يوجد تكرارات فإن صيغة تباين S معقدة جداً (Kendall, 1970) وسأحذفها. ومن الناحية العملية تتم الحسابات بواسطة الحاسوب في جميع الأحوال. أما إذا كان لا يوجد الكثير من التكرارات فلا مانع من استخدام الصيغة البسيطة.

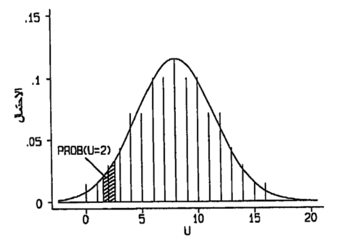
على سبيل المثال، إذا أخذنا $S = 40$ و $n = 17$ وكان لا يوجد تكرارات، يعطي التغير الطبيعي المعياري بالعلاقة:

$$\begin{aligned} \frac{S}{\sqrt{Var(S)}} &= \frac{S}{\sqrt{n(n-1)(2n+5)/18}} \\ &= \frac{40}{\sqrt{17 \times 18 \times 39/18}} \\ &= 1.55 \end{aligned}$$

من الجدول (1.7) للتوزيع الطبيعي نجد أن احتمال مثل هذه القيمة الحدية في حالة الذيلين يساوي $0.12 = 2 \times 0.06$، والتـــي تماثل إلى حد كبير تلك التي نحصل عليها باستخدام

معامل سبيرمان ρ. ويعطي معامل الارتباط r: $r = 0.30$، $P = 0.24$، لكن عدم خضوع المتغيرات للتوزيع الطبيعي يجعل قيمة P غير صحيحة.

والسؤال الآن لماذا يوجد معاملا ارتباط رتبيين مختلفان؟ إن معامل سبيرمان ρ أقدم من معامل كندل τ، ويمكن النظر لمعامل سبيرمان كمعامل الارتباط r لبيرسون. إن معامل ارتباط كندل هو واحد من جملة من الطرائق الرتيبة المتناسقة وله تفسير مباشر، فهو يمثل الفرق بين الأزواج المنسجمة وغير المنسجمة. وبشكل عام، فإن القيمة العددية ρ أكبر من القيمة العددية τ ولا يمكن حساب قيمة ρ انطلاقاً من قيمة τ ولا العكس، لأن كل معامل يقيس نوع مختلف من الارتباط. يعطي المعامل ρ وزناً أكبر للتعاكسات في الترتيب، عندما تكون البيانات (المعطيات) متباعدة في الرتب، مقابل الترتيب العكسي المغلق، أي أن الرتب قريبة من بعضها البعض، إن المعامل τ لا يتصف بهذه الصفة. مع ذلك فإن لكلا الاختبارين نفس القوة في رفض الفرضية الابتدائية الخاطئة ولهذا لا نهتم بأي واحد سنستعمل في الحالات التطبيقية.



الشكل 2.12 : توزيع إحصائية اختبار مان – ويتني U، من أجل $n_1 = 4$ و $n_2 = 4$ عندما تكون الفرضية الابتدائية صحيحة، مع التوزيع الطبيعي المقابل والمساحة المقدرة لـ PRO13($U = 2$)

6.12 تصحيحات الاستمرار[1] Continuity corrections

في هذا الفصل، عندما تكون العينات كبيرة فإننا نستعمل توزيعاً مستمراً، مثل التوزيع الطبيعي، لتقريب التوزيعات المنقطعة، U أو T أو S. على سبيل المثال، يبين الشكل (2.12) توزيع إحصائية مان – ويتني U من أجل $n_1 = 4$ و$n_2 = 4$ الجدول (1.12) مع منحني التوزيع الطبيعي الموافق. اعتماداً على التوزيع الدقيق، فإن احتمال أن تكون $U < 2$ يساوي إلى $0.057 = 0.029 + 0.014 + 0.014$. ويكون المتغير المعياري الموافق.

$$\frac{U-\frac{n_1 n_2}{2}}{\sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1+n_2+1)}{12}}}=\frac{2-\frac{4\times 4}{2}}{\sqrt{\frac{4\times 4\times 9}{12}}}=-1.732$$

واعتماداً على الجدول (1.7) فإن الاحتمال المقابل هو 0.048. إن هذه القيمة الأخيرة أقل من قيمة الاحتمال الحقيقي. وسبب هذا الاختلاف أن التوزيع المستمر يضيف احتمالات القيم غير الصحيحة 0، 1، 2 بحساب المساحة تحت المنحني والمحصورة بين القيمتين $U = 1.5$ و$U = 2.5$. والمتغيران الطبيعيان المعياريان الموافقان هما – 1.876 و– 1.588، على الترتيب ويقابلان الاحتمالين 0.030 و0.056 حسب الجدول (1.7). وهذا يعطي تقديراً لاحتمال $U = 2$ يساوي $0.026 = 0.030 - 0.056$، وهذه القيمة تتوافق بشكل جيد مع القيمة الحقيقية للاحتمال 0.029. وعلى هذا النحو، لتقدير احتمال $U < 2$. نقدر المساحة الأدنى من $U = 1.5$ وليس المساحة الأصغر من $U = 2$. وهذا يعطينا قيمة طبيعية معيارية قدرها 1.588–، والاحتمال المقابل لها 0.056. وهذه القيمة الاحتمالية تقابل بشكل ملحوظ القيمة الاحتمالية الدقيقة 0.057. وخاصة عندما نأخذ n_1، n_2 صغيرين.

ويمكننا الحصول على تقريب أفضل من القيمة الطبيعية المعيارية إذا جعلنا U قريبة من قيمتها المتوقعة 1/2. وبشكل عام، يمكننا الحصول على تلاؤم أفضل إذا جعلنا القيمة المشاهدة

---

[1] تصحيح الاستمرار يعني التصحيح الناشيء عن الانتقال من المتغير المنقطع إلى المتغير المستمر والمطبق على إحصائية الاختبار (المترجم).

للإحصائية أقرب إلى قيمتها المتوقعة بمقدار نصف المجال بين القيمتين المتجاورتين للمتغير المقطع وهذا ما ندعوه **تصحيح الاستمرار**.

أمـــا مـــن أجل S، نجـــد المجـــال بين القيمتـــين المجاورتين هـــو 2 وليـــس 1 لأن $S = n_c - n_d = 2n_c - n(n-1)/2$ و n_c عدد صحيح. فتغير n_c بمقدار وحدة (واحد) يؤدي إلى تغير S بمقدار وحدتين فيكون تصحيح الاستمرار هو نصف العدد 2، أي 1. ولذا نجعل S قريبة من القيمة المتوقعة 0 بمقدار 1 قبل تطبيق التقريب الطبيعي. من أجل معطيات غرب كابوسي ، لدينا $S = 40$ مع $n = 17$. وباستخدام تصحيح الاستمرار نجد أن:

$$\frac{S-1}{\sqrt{Var(S)}} = \frac{40-1}{\sqrt{17\times18\times39/18}} = \frac{39}{25.75} = 1.513$$

وهذا يعطي احتمالاً من الجانبين يساوي $0.066 \times 2 = 0.13$ وهو أكبر بقليل من القيمة غير المصححة 0.12.

إن تصحيحات الاستمرار ضرورية للعينات الصغيرة أما في العينات الكبيرة فيمكن إهمالها. سنقابل حالة أخرى في الفصل الثالث عشر.

7.12 الطرق الوسيطية والطرق اللا وسيطية؟
Parametric or non-parametric methods?

في كثير من المسائل الإحصائية، يوجد حلول عديدة ممكنة، كما هو الحال في كثير من الأمراض فإنه يوجد لها العديد من العلاجات، ولجميع هذه العلاجات نتائج ناجعة ولكن لكل علاج تأثير جانبـــي، ويتبع هذا التأثير تفاعله مع الأمراض والعلاجات والنوعيات المختلفة للمرضى غالباً لا يوجد علاج صحيح، ولكن يوجد علاج تقرر استعماله بناءً على تأثيراته الملاحظة، والخبرة السابقة. إن الكثير من المسائل الإحصائية تشبه هذه الحالة. ففي مقارنة متوسطي مجموعتين صغيرتين، مثلاً يمكن استعمال اختبار t ستيودنت، أو اختبار t مع تحويل، أو اختبار مان- ويتنـــي U أو أي اختبار آخر. إن اختيارنا لاختبار ما يعتمد على صحة شروط التوزيع الطبيعي، وإمكانية الحصول على مجالات ثقة، وسهولة الحساب،

وهكذا. كما يعتمد على قلة التحيز أيضاً. إن بعض المستعملين للطرق الإحصائية يهتمون كثيراً بالشروط المتعلقة بالتوزيع الطبيعي للمعطيات فيلجأون للطرائق اللا وسيطية حسب المستطاع، بينما نجد البعض الآخر قليلي الاكتراث تجاه الأخطاء التـــي تحدث عندما لا تكون شروط التوزيع الطبيعي محققة.

لقد قابلت أشخاصاً أخبرونـــي أهم استعملوا الطرق اللا وسيطية خلال دراساهم كنوع من العمل الإحصائي البحت ولكن الأمر ليس كذلك. فلعلهم قصدوا بذلك أن اختباراهم الاعتدادية أضعف قوة مما يمكن أن يعملوا. وأن نتائجهم ستعد غير ذات أهمية، عندما يكون مجال الثقة للفرق مثلاً أكثر اعلاماً.

من جهة أخرى، إن هذه الطرق مفيدة جداً عندما لا تتحقق شروط اختبار t ستيودنت وإنه من الخطأ تجنب استخدامها. غير أنه يجب أن نختار الطريقة الأكثر ملاءمةً للمسألة آخذين بعين الاعتبار الشروط وماذا نريد حقاً أن نعرف. وسنتحدث حول الطريقة المنتقاة في الفصل الرابع عشر.

من المفاهيم الخاطئة الشائعة أنه عندما يكون عدد المشاهدات صغيراً جداً، وغالباً ما نقول أقل من 6، فإن طرائق التوزيع الطبيعي مثل توزيع ستيودنت والانكفاء يجب ألا تستخدم، ويستعاض عنها بالطرائق الرتيبة. أما بالنسبة لي فإننـــي لا أرى أي دليل يدعم هذا الرأي، لكن بتفحص الجداول (2.12)، (5.12)، (7.12) و(8.12) نجد أن هذا الكلام لا معنـــى له. فمن أجل العينات الصغيرة، فإن الاختبارات الرتيبة لا تعطى أي اعتداد عند المستوى 5%. ويجب استخدام تحليل إحصائي لمثل هذه العينات الصغيرة، وبالتالي فإن الطرق الطبيعية مطلوبة حتماً هنا.

M 10 أسئلة الاختيار من متعدد من 62 إلى 66

يجاب على كل سؤال إما بصح أو خطأ.

62. من أجل مقارنة الاستجابة على علاج جديد مطبق على مجموعة من المرضى مع استجابة مجموعة شاهدة لعلاج قياسي، فإن الطرق الممكنة للحصول على المقارنة:

آ – اختبار t ستيودنت لعينتين

ب - اختبار الإشارة

ج - اختبار U مان- ويتنـــي

د - اختبار الأزواج المتقارنة لويلكوكسن

هـ - اختبار الارتباط الرتبـــي بين استجابة العلاجين

63. الطرق المناسبة لمعطيات مرتبة بدقة تتضمن:

آ - اختبار الإشارة

ب - اختبار مان- ويتنـــي (U)

ج - اختبار الأزواج المتقارنة لويلكوكسن

د - اختبار t ستيودنت لعينتين

هـ - اختبار معامل ارتباط كندل الرتبـــي

64. إن معامل ارتباط كندل الرتبـــي بين متغيرين:

آ - يعتمد على اختبار المتغير المُنبـــىء

ب - يساوي الصفر عندما لا يوجد علاقة بين المتغيرين

ج - لا يعطي اختبار اعتداد صحيح إذا كان يوجد مشاهدات متكررة

د - محصور بين -1 و+1

هـ - لا يتأثر بتحويل لوغاريتمي على المتغيرين المدروسين

65. إنَّ اختبارات الاعتدد المعتمدة على الرتب:

آ - مفضلة دوماً على تلك الطرق التـــي تفترض التوزيع الطبيعي للمشاهدات

ب - أقل قوةً من الطرق التـــي تعتمد على التوزيع الطبيعي عندما تكون المعطيات موزعة طبيعياً

ج - تمكننا من تقدير مجالات الثقة بسهولة

د - لا تتطلب شروط على المعطيات

هـ - تفضل غالباً عندما لا يكون للمعطيات أي توزيع خاص.

66. أعطي 10 رجال مصابين بذبحة صدرية دواء فعالاً وغفلاً في أيام متناوبة بترتيب عشوائي. وتم فحص المرضى زمنياً بالدقائق بواسطة ممارستهم لبعض التمارين حتـــى يصابوا بذبحة صدرية أو يستوقفهم التعب. ونريد أن نفحص تأثير الدواء فأي اختبار يمكننا أن نستعمل:

آ – اختبار المزاوجة لستيودنت

ب – اختبار مان– وتنـــي U

ج – اختبار الإشارة

د – اختبار الأزواج المتقارنة لويلكوكسن

هـــ – اختبار معامل سبيرمان ρ

E 12 تمرين: تطبيق لطرق الرتب

في هذا التمرين سنحلل معطيات المطاوعة التنفسية الفقرة (E10) مستخدمين الطرق اللاوسطية.

1. من أجل المعطيات الموجودة في الجدول (17.10)، استخدم اختبار الإشارة لاختبار الفرضية الابتدائية القائلة أن تغيير شكل الموجة ليس له أثر على المطاوعة السكونية.
2. اختبر نفس الفرضية الابتدائية مستخدماً اختباراً يعتمد على الرتب.
3. كرر الخطوة 1 باستخدام التحويل اللوغاريتمي للمطاوعة. هل يعطي هذا التحويل أي فرق؟
4. كرر الخطوة الثانية بعد أخذ لوغاريتم المطاوعة. لماذا تحصل على جواب مختلف؟
5. ماذا تستنتج حول تأثير شكل الموجه من الاختبارات اللاوسطية؟
6. .بماذا تختلف نتائج الطرق الوسيطية والطرق اللاوسيطية؟

الفصل الثالـــث عشر

تحليل جداول التقاطعات

The analysis of cross-tabulations

1.13 اختبار كاي – مربع للعلاقات

The chi-squared test for association

يبين الجدول (1.13) العلاقة بين امتلاك منـــزل لمجموعة من الأمهات وبين متغير تاريخ استحقاق استلام المنـــزل. يدعى مثل هذا النوع من الجداول المتقاطعة **بجداول التكرارات** أو **التصنيف التقاطعي**. إن كل مدخل من مداخل هذا الجدول هو عبارة عن تكرار، أي عدد الأفراد الذين يمتلكون مجموعة صفات. وإنه من الصعب قياس شدة العلاقة بين متغيرين نوعيين، ولكن من السهولة اختبار الفرضية القائلة بعدم وجود علاقة بين متغيرين فإذا كانت العينة كبيرة، فإنه يمكننا فعل ذلك باستعمال اختبار كاي – مربع.

الجدول 1.13 : جدول التكرارات لزمن التسليم وامتلاك المنـــزل

حالة امتلاك المنـــزل	لم تستلم بعد	تحت عملية الاستلام	الكلي
مـــنزل ملك	50	849	899
مستأجرة في مجمع كسبي	29	229	258
مستأجرة في بناء خاص	11	164	175
تقطن مع والديها	6	66	72
غير ذلك	3	36	39
الكلي	99	1344	1443

لتطبيق اختبار كاي – مربع على جداول التكرارات فإننا ننهج ما يلي. تشير الفرضية الابتدائية لعدم وجود علاقة بين متغيرين، وتشير الفرضية البديلة لوجود علاقة من نوع ما.

نوجد في كل خلية من خلايا الجدول التكرار الذي نتوقعه إذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة. وللقيام بذلك نستخدم المجاميع السطرية والمجاميع العمودية، وبالتالي فإننا نجد القيمة المتوقعة للتكرارات من خلال هذه المجاميع، والتـــي تدعى بالمجاميع الهامشية.

الجدول 2.13 : التكرارات المتوقعة بحســـب الفرضية الابتدائية للجدول (1.13)

حالة امتلاك المنـــزل	لم تستلم بعد	تحت عملية الاستلام	الكلي
منـــزل ملك	61.7	837.3	899
مستأجرة في مجمع كسبي	17.7	240.3	258
مستأجرة في بناء خاص	12.0	163.0	175
تقطن مع والديها	4.9	47.1	72
غير ذلك	2.7	36.3	39
الكلي	**99**	**1344**	**1443**

يوجد 1443 امرأة منهم 899 امرأة تملك مسكنها الخاص، عندئذ تكون نسبتهن 899/1443. فإذا لم يوجد علاقة بين زمن التسليم وامتلاك المنـــزل، فالتكرارات المتوقعة في كل عمود من الجدول تساوي النسبة 99/1443 من المجموع السطري المقابل لهذا التكرار. ولهذا نتوقع من أصل 99 مريضة في العمود الأول 61.7 = 899/1443 × 99 في السطر الأول. ونقصد بالتوقع (expected) معدل التكرارات التـــي نحصل عليها بمرور الزمن. حيث أننا لا نراقب 61.7 مختبراً بشكل فعلي. كما نتوقع من أصل 1344 مريض في العمود الثانـــي القيمة 837.3 = 899/1443 × 1344 في السطر الأول. ومجموع هذين التكرارين المتوقعين يساوي القيمة 899 وهو المجموع الكلي للسطر الأول. وبشكل مشابه، نجد 258 مريضة في السطر الثانـــي، وبالتالي فإننا نتوقع 17.7 = 258/1443 × 99 في السطر الثانـــي والعمود الأول وَنتوقع 240.5 = 258/1443 × 1344 في السطر الثانـــي والعمود الثانـــي. فإذا حسبنا التكرار المتوقع لكل خلية من الخلايا العشرة من الجدول (1.13). نحصل على التكرارات المتوقعة المبينة في الجدول (2.13) لاحظ أن المجاميع السطرية والعمودية هي نفسها في الجدولين (1.13) و (2.13). بشكل عام يُعطى توقع كل تكرار لكل خلية من خلايا جدول التكرارات بالعلاقة:

$$\frac{\text{المجموع السطري} \times \text{المجموع العمودي}}{\text{المجموع الكلي}}$$

ولا أهمية لموقع المتغير في أي سطر كان أو عمود.

وسنقارن الآن القيمة المشاهدة والقيمة المتوقعة. فإذا كان المتغيران الإحصائيان غير مستقلين، فإن القيمتين المشاهدة والمتوقعة متقاربتان وأي اختلاف بينهما مرده للمصادفة. نحتاج لإحصائية اختبار تُمكننا من قياس ذلك. إن الفرق بين القيم المشاهدة والمتوقعة انطلاقة جيدة لبناء هذه الإحصائية. لا يمكننا جمع الفروق جمعاً جبرياً حتـــى لا نحصل على 0 وذلك لأن التكرارات المشاهدة والتكرارات المتوقعة لها نفس المجموع الكلي، 1443. ويمكننا حل هذه المشكلة بنفس أسلوب حل مشكلة الفروق حول المتوسط الفقرة (7.4)، وذلك بتربيع هذه الفروق. إن حجم الفرق يعتمد بشكل ما على عدد المرضى. عندما تكون المجاميع السطرية والمجاميع العمودية صغيرة فإن الفرق بين التكرار المشاهد والمتوقع سيكون بالضرورة صغيراً ونخلص، ولأسباب تمت مناقشتها في الفقرة (A13)، إلى أن الإحصائية المفضلة هي:

$$\sum_{\text{على جميع الخلايا}} \frac{(\text{التكرار المشاهد} - \text{التكرار المتوقع})^2}{\text{التكرار المتوقع}}$$

والذي يكتب غالباً بالشكل:

$$\sum \frac{(O-E)^2}{E}$$

من الجدول (1.13) لدينا:

$$\begin{aligned}\sum \frac{(O-E)^2}{E} &= \frac{(50-61.7)^2}{61.7} + \frac{(849-837.3)^2}{837.3} \\ &+ \frac{(29-17.7)^2}{17.7} + \frac{(229-240.3)^2}{240.3} \\ &+ \frac{(11-12.0)^2}{12.0} + \frac{(164-163.0)^2}{163.0} \\ &+ \frac{(6-4.9)^2}{4.9} + \frac{(66-67.1)^2}{67.1} \\ &+ \frac{(3-2.7)^2}{2.7} + \frac{(36-36.3)^2}{36.3} \\ &= 10.5\end{aligned}$$

وكما هو موضح في الفقرة (A13)، تتوزع هذه الإحصائية وفق توزيع كاي- مربع بدرجة من الحرية تعطي كما يلي:

(عدد الأسطر – 1) × (عدد الأعمدة – 1)

على فرض صحة أن الفرضية الابتدائية وأن حجم العينة كبير بشكل كاف.

وسنناقش في الفقرة (3.13) ماذا نعني بكلمة كبيرة بشكل كاف.

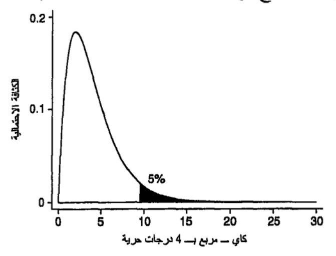
لدينا في الجدول (1.13)، (5–1)(2–1) = 4 درجة من الحرية، يبين الجدول (3.13) بعض النسب المئوية لنقط توزيع كاي- مربع من أجل درجات حرية معينة. ويوضح الشكل (1.13) النسبة المئوية العليا للنقط في توزيع كاي- مربع. فالنقطة المقابلة للنسبة المئوية 5% تساوي 9.49 لأربع درجات من الحرية، وللنسبة 1% تساوي 13.28 لدرجة الحرية ذاتها. وبالتالي فإن للقيمة المشاهدة 10.5 احتمالاً يقع بين 1% و5%. فإذا استعملنا برنامجاً حاسوبياً نجد الاحتمال الحقيقي، $P = 0.03$. ونستنتج أن المعطيات غير منسجمة مع الفرضية الابتدائية ونخلص إلى القول بوجود علاقة بين امتلاك المنــــزل وزمن التسليم.

الجدول 3.13 : النسبة المئوية لنقط توزيع كاي – مربع

درجة الحرية	احتمال أن تكون القيمة المجدولة متجاورة			
	10%	5%	1%	0.1%
1	2.71	3.84	6.63	10.83
2	4.61	5.99	9.21	13.82
3	6.25	7.81	11.34	16.27
4	7.78	9.49	13.28	18.47
5	9.24	11.07	15.09	20.52
6	10.64	12.59	16.81	22.46
7	12.02	14.07	18.48	24.32
8	13.36	15.51	20.09	26.13
9	14.68	16.92	21.67	27.88
10	15.99	18.31	23.21	29.59
11	17.28	19.68	24.73	31.26
12	18.55	21.03	26.22	32.91
13	19.81	22.36	27.69	34.53
14	21.06	23.68	29.14	36.12
15	22.31	25.00	30.58	37.70
16	23.54	26.30	32.00	39.25
17	24.77	27.59	33.41	40.79
18	25.99	28.87	34.81	42.31
19	27.20	30.14	36.19	43.82
20	28.41	31.41	37.57	45.32

لا يمكن أن تكون إحصائية كاي – مربع مؤشراً على قوة العلاقة. فإذا ضاعفنا التكرارات في الجدول (1.13)، فستتضاعف قيمة إحصائية كاي – مربع، ولكن تبقى قوة العلاقة ثابتة

بين المتغيرين المدروسين. نستطيع استعمال اختبار كاي - مربع عندما تكون الأعداد في خلايا الجدول تكرارات، ونمتنع عن استخدامه إذا كانت لدينا نسب أو قياسات.



الشكل **1.13** : النقطة المئوية لتوزيع كاي - مربع

2.13 اختبارات الجداول 2×2

Tests for 2 by 2 tables

لنتخذ المعطيات التي نوقشت في الفقرة (8.9) والمتعلقة بأعراض السعال وسيرة المريض بالتهاب القصبات. لدينا 273 طفلاً مصابين بالتهاب قصبات سابقاً منهم 26 طفلاً يسعلون صباحاً أو مساءاً، ولدينا 1046 طفلاً غير مصابين بالتهاب قصبات سابقاً منهم 44 طفلاً يسعلون ليلاً أو نهاراً. يمكننا عرض هذه البيانات على شكل جدول تكرارات كما هو موضح في الجدول (4.13).

الجدول **4.13** : سعال خلال الليل أو النهار لأطفال لها العمر 14 مصابة أو غير مصابة سابقاً التهاب قصبات (Holland et al. 1978)

	التهاب قصبات	بدون التهاب قصبات	المجموع
مصاب بالسعال	26	44	70
غير مصاب بالسعال	247	1002	1249
المجموع	273	1046	1319

لنستعمل اختبار كاي – مربع لاختبار الفرضية الابتدائية الدالة على عدم وجود علاقة بين السعال والتهاب القصبات السابق. تُعطى القيم المتوقعة في الجدول (5.13). وتكتب إحصائية الاختبار بالشكل التالي:

$$\sum\frac{(O-E)^2}{E}=\frac{(26-14.49)^2}{14.49}+\frac{(44-55.51)^2}{55.51}$$
$$+\frac{(247-258.51)^2}{258.51}+\frac{(1002-990.49)^2}{900.49}$$
$$=12.2$$

لدينا $r=2$ (عدد الأسطر) و$c=2$ (عدد الأعمدة)، وبالتالي $(c-1)(r-1)=(2-1)(2-1)=1$ درجة حرية. تساوي نقطة 5% من الجدول (3.13)، 3.84 ونقطـــة 1%، 6.63، وهكذا فإننا نشاهد أمراً غير محتمل إذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة. ولذلك فإننا نرفض الفرضية الابتدائية الدالة على عدم وجود علاقة ونثبت وجود علاقة بين السعال والتهاب القصبات السابق.

الجدول 5.13 : التكرارات المتوقعة للجدول (4.13)

	التهاب قصبات	بدون التهاب قصبات	المجموع
مصاب بالسعال	14.49	55.51	70
غير مصاب بالسعال	258.51	990.49	1249
المجموع	273	1046	1319

إن الفرضية القائلة بعدم وجود علاقة بين السعال والتهاب القصبات هي نفس الفرضية الابتدائية الدالة على عدم وجود فرق بين نسب السعال عند الذين أصيبوا بالتهاب قصبات سابقاً وأولئك الذين لم يصابوا به. فإذا وجد فرق ذو دلالة إحصائية بين هاتين النسبتين، فتوجد علاقة بين المتغيرين. وبالتالي فإننا اختبرنا نفس الفرضية الابتدائية بطريقتين مختلفتين. في الواقع، إن هذه الاختبارات متكافئة تماماً. إذا أخذنا المتغير الطبيعي من الفقرة (8.9)، وهو 3.49 وربعنا هذه القيمة نجد 12.2 وهي نفس قيمة كاي – مربع المشاهدة. إن الميزة الهامة لطريقة الفقرة (8.9) والفقرة (6.8) أنهما تعطياننا مجال ثقة لحجم الفرق، في حين لا يتوفر لنا هذا في طريقة كاي – مربع.

3.13 اختبار كاي - مربع للعينات الصغيرة
The chi-squared test for small samples

إذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة، فإن إحصائية الاختبار $\sum(O - E)^2/E$ والتـي ندعوها إحصائية كاي-مربع، تتبع توزيع كاي- مربع عندما تكون القيم المتوقعة كبيرة بشكل كاف. إنه اختبار لعينات كبيرة كالاختبارات المدروسة في الفقرة (7.9) والفقرة (8.9) . أما إذا كانت التكرارات المتوقعة صغيرة أصبح الاختبار مشكوكاً فيه.

الجدول 6.13 : التكرارات المشاهدة والمتوقعة لزمر من الصور الشعاعية المأخوذة بالشهر السادس بهدف مقارنتها مع مجموعة أخرى مأخوذة من سلسلة علاج بالمضاد الحيوي ستربتوميسين، درجة حرارة المرضى الابتدائية 100 - 100.9 °F

التقدير الشعاعي	ستربتوميسين		عينة الشاهد		المجموع
	المشاهدة	المتوقعة	المشاهدة	المتوقعة	
حسنة	13	8.4	5	9.6	18
مشوهة	2	4.2	7	4.8	9
ميتة	0	2.3	5	2.7	5
المجموع	15	15	17	17	32

ينسب تطبيق هذا المعيار الاصطلاحي للإحصائي الكبير W.G.Cohram والقاعدة في تطبيق معيار كاي – مربع هو أن تكون 80% من التكرارات المتوقعة تتجاوز القيمة 5 وجميع التكرارات المتوقعة تتجاوز القيمة 1. يمكننا أن نرى أن الجدول (2.13) يحقق هذا الشرط، بحيث أنه فقط 2 من أصل 10 قيمة متوقعة، أي 20%، أقل من 5 ولا توجـد أية قيمة أقل من 1. لاحظ أن هذا الشرط يُطبق على التكرارات المتوقعة فقط دون التكرارات المشاهدة. فمن الممكن أن يكون لدينا تكرار مشاهد مساوٍ للصفر، وبنفس الوقت تكون التكرارات المتوقعة محققة للشرط (للمعيار).

إن هذا المعيار لا زال مفتوحاً للمناقشة. وتظهر بعض الدراسات أن هذا الشرط مبالغ فيه وأن اختبار كاي- مربع قابل للتطبيق من أجل قيم متوقعة أصغر من تلك الموجودة في شرط كوشران، وخاصة إذا كان لدينا عدد كبير من الأسطر والأعمدة في جدول التكرارات. وحتـى هذه اللحظة، يعتبر موضوع دراسة تحليل الجداول، التـي من الشكل 2 × 2،

والمعتمدة على عينات صغيرة من المواضيع الهامة والساخنة بين الإحصائيين. وحتـــى الآن لم يتم طرح أي قاعدة أفضل من تلك التـــي اقترحها كوشران ولذلك أقترح الحفاظ عليها لحين الوصول لحلول للأسئلة النظرية المطروحة. إن أي تطبيق لاختبار كاي- مربع دون التحقق من شروط كوشران يؤدي إلى نتائج مشكوك فيها.

الجدول 7.13 : تحويل الجدول 6.13 للجداول 2 × 2

التقييم الشعاعي	جرعة ستريبتوميسين		عينة الشاهد		المجموع
	المشاهدة	المتوقعة	المشاهدة	المتوقعة	
حية	13	8.4	5	9.6	18
مشوهة أو ميتة	2	6.6	12	7.4	14
المجموع	15	15.0	17	17.0	32

يمكننا ضم أو حذف أسطر أو أعمدة من الجدول المدروس للوصول لقيم متوقعة أكبر. بالطبع هذا غير محقق من أجل الجداول 2 × 2 والتـــي سندرسها بشكل مفصل لاحقاً. على سبيل المثال، يبين الجدول (6.13) معطيات تجربة الستريبتوماسين MRC الفقرة (2.2)، حيث تمثل نتائج التصوير الشعاعي لمجموعة جزئية من المرضى بالمتغير المخرج (المتنبأ به). ونريد معرفة فيما إذا كان للمضاد الحيوي الستريبتومايسين تأثيراً واضحاً على تلك المجموعة الجزئية، ولذلك نود اختبار الفرضية الابتدائية الدالة على عدم وجود مثل هذا التأثير مستعملين اختبار كاي- مربع. يوجد 4 قيم من أصل 6 قيم متوقعة أقل من 5، وبالتالي فإن تطبيق اختبار كاي- مربع على هذا الجدول غير مجدي إحصائياً. نستطيع دمج الأسطر لزيادة القيم المتوقعة. نلاحظ أن التكرارات الصغيرة تظهر في السطرين "المشوهة" و"الميتة"، فمن الممكن دمج هذين السطرين للوصول لسطر دال على "المشوهة أو الميتة" عندئذ تصبح جميع القيم المتوقعة أكبر من 5 ونستطيع تطبيق اختبار كاي- مربع بدرجة واحدة من الحرية. وإن هذا الدمج يجب أن يأخذ بعين الاعتبار المعانـــي المتقاربة في الفئات المختلفة. بالنسبة للجدول (6.13) لا يمكننا دمج السطرين الأول والثالث للوصول لفئة جديدة يُمكن مقارنتها مع باقي الفئات، وتصبـــح المقارنة غير معقولة. ويأخذ الجدول الشكل الجديد (7.16).

لدينا: $\sum \frac{(O-E)^2}{E} = \frac{(13-8.4)^2}{8.4} + \frac{(5-9.6)^2}{9.6} + \frac{(2-6.6)^2}{6.6} + \frac{(12-7.4)^2}{7.4} = 10.8$

بافتراض صحة الفرضية الابتدائية، تتوزع هذه الإحصائية وفق توزيع كاي- مربع بدرجة واحدة من الحرية، ومن الجدول (3.13) نستطيع أن نجد أن احتمال حصولنا على قيمة تتجاوز 10.8 هو 1%. ويكون لدينا معطيات غير منسجمة مع الفرضية الابتدائية وبالتالي فإنه يوجد تأثير للمضاد الحيوي الستريبتومايسين على هذه المجموعة الجزئية.

إذا لم يحقق الجدول المدروس شروط كوشران حتـــى بعد اختصاره لجدول 2 × 2، عندئذ يمكننا تطبيق تصحيح الاستمرار لتحسين استخدام توزيع كاي- مربع الفقرة (5.13)، أو اختبار دقيق غير تقريبـــي معتمدين على التوزيعات المنقطعة الفقرة (4.13).

4.13 اختبار فيشر الدقيق Fisher's exact test

يعتبر اختبار كاي- مربع الموضح في الفقرة (1.13) من اختبارات العينات الكبيرة. فعندما لا تكون العينة كبيرة والقيم المتوقعة أصغر من 5، فإننا نستطيع البحث عن توزيع تام كإحصائية مان ويتنـــي U في الفقرة (2.12). تدعى هذه الطريقة **اختبار فيشر الدقيق.**

يمكننا إيجاد التوزيع الاحتمالي الدقيق لجدول ما إذا علمنا المجاميع الكلية لأسطره وأعمدته. وكما هو الحال مع توزيع كاي- مربع، فإننا سنقتصر على تلك الجداول الحاوية على هذه المجاميع. تقودنا هذه الصعوبة إلى جدال حول استعمال هذا الاختبار. سنبين كيف يعمل هذا الاختبار وسنناقش إمكان تطبيقه.

الجدول 8.13 : بيانات افتراضية لتوضيح اختبار فيشر الدقيق

	الناجون	المتوفون	المجموع
العلاج A	3	1	4
العلاج B	2	2	4
المجموع	5	3	8

لنأخذ بعين الاعتبار المثال الافتراضي التالي: في تجربة ما نحدد عشوائياً 4 مرضى للعلاج A و4 مرضى للعلاج B ونحصل على النتائج المدونة بالجدول (8.13). نريد معرفة احتمال وجود فرق في الوفيات بين المجموعتين إذا كان للعلاجين نفس التأثير. لنفرز المختبرين

عشوائياً إلى مجموعتين بطرق عديدة، فإذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة سيكون عدد الوفيات المتوقع هو نفسه وهو ثلاثة. وعندها ستكون المجاميع السطرية والعمودية هي نفسها من أجل جميع طرائق الفرز الممكنة. فإذا ثبتنا المجاميع السطرية والعمودية، يوجد عندئذ 4 تنظيمات ممكنة، مبينة في الجدول (9.13). يمكن الحصول على هذه التنظيمات بوضع القيم 0، 1، 2، 3 في خلية الوفاة الموافقة للمجموعة A. وأي قيم أخرى ستجعل مجموع D أكبر من 3 تماماً.

الجدول 9.13 : الجداول الممكنة لمجاميع الجدول (8.13)

i.

	S	D	T
A	4	0	4
B	1	3	4
T	5	3	8

ii.

	S	D	T
A	3	1	4
B	2	2	4
T	5	3	8

iii.

	S	D	T
A	2	2	4
B	3	1	4
T	5	3	8

iv.

	S	D	T
A	1	3	4
B	4	0	4
T	5	3	8

لنرمّز مختبرينا من الحرف a إلى الحرف h. وسيأخذ الناجون (الأحياء) الرموز a، b، c، d، e، والوفيات الرموز f، g، h. والسؤال المطروح بكم طريقة يمكن ترتيب هؤلاء المرضى في مجموعتين كل منها مؤلفة من أربعة مختبرين للحصول على الجداول i , ii, iii, iv؟ يكتب الجدول الأول i بخمس طرق ممكنة، فالمرضى f وg وh سيكونون في المجموعة B وهم الوفيات الثلاث، والعنصر الباقي في B سـيكون أحد العناصر a، b، c، d، e ويُكتب الجدول ii بـ 30 طريقـة. والثلاثة الناجـون في الزمرة A هم abc، abd، abe، acd، ace، ade، bcd، bce، bde، cde، وهي 10 طرق. وتعطى الوفيات في A f، g أو h، بثلاث طرق. وهكذا يمكن أن تشكل المجموعة بـ 10 × 3 = 30 طريقة. والجدول iii مماثل للجدول ii مع مبادلة A وB فيكتب إذن بـ 10 × 3 = 30 طريقة. كما أن الجدول iv مماثل للجدول i مع مبادلة A وB فيكتب بـ 5 طرائق. وهكذا نستطيع ترتيب المرضى الثمانية في مجموعتين تحوي الواحدة منهما 4 بـ 70 = 5 + 30 + 30 + 5 طريقة. فاحتمال ظهور أي ترتيب هو 1/70، وسيكون لهم نفس الاحتمال إذا كانت الفرضية الابتدائية محققة. فإذا وجد ثلاث وفيات في الجدول i فإن احتمال ظهور هذا الجدول هو 0.071 = 5/70.

يكتب الجدول ii بـــ 30 طريقة من أصل 70 فيكون احتمال ظهوره 0.429 = 30/70 والجدول iii له الاحتمال 0.429 = 30/70 وكذلك الجدول iv له الاحتمال 0.071 = 5/70.

نلاحظ بفرض صحة الفرضية الابتدائية أنه لا توجد علاقة بين العلاج المستعمل والبُقيا، لأن احتمال ظهور الجدول الثانـــي مساو لـــ 0.429 ومن السهل حدوث هذا بالمصادفة. وهذا يتفق مع الفرضية الابتدائية. وكما في الفقرة (2.9) يجب أن نأخذ بعين الاعتبار حالات حدية أكثر من الحالات المشاهدة. ففي مثالنا يوجد حالة حدية واحدة باتجاه الفرق المشاهد، الجدول i. إن احتمال ظهور الجدول المشاهد أو الجدول الأكثر تطرفاً باتجاه الفرق الملاحظ هو الفرق المشاهد، فيساوي احتمال أن يكون الجدول المشاهد أو احتمال جدول حدي واحد 0.5 = 0.429 + 0.071. وهي قيمة P (القيمة الاحتمالية) لاختبار وحيـــد الذيل الفقرة (5.9).

إن اختبار فيشر بالأساس هو اختبار وحيد الذيل، إذ ليس من الواضح ما هي الانحرافات المقابلة في الاتجاهات الأخرى، وخاصةً عندما تكون المجاميع الهامشية مختلفة. وذلك التوزيع غير متناظر على عكس تلك البيانات الموجودة في الفقرة (2-5.12). يمكن مضاعفة الاحتمال في الذيل الواحد للحصول على اختبار ثنائي الذيل عندما يكون ذلك مطلوباً وهذا أحد الحلول. وأنا أوافق Armitage and Berry (1987) على هذا الخيار. يوجد حل آخر يعتمد على حساب احتمالات جميع الجداول الممكنة ثم جمع الاحتمالات التي تساوي أو تقل عن احتمال الجدول المشاهد حتى نحصل على القيمة P. يمكن أن تعطي هـــذه الطريقة قيمة لـــ P أصغر من طريقة المضاعفة.

ليس من الضروري ترقيم جميع الجداول الممكنة كما فعلنا في المثال السابق. لأنه يمكننا الحصول على الاحتمال بصيغة رياضية الفقرة (B13). يعطى احتمال ظهور مجموعة من التكرارات f_{11}، f_{12}، f_{21}، f_{22}، عندما تساوي المجاميع السطرية والعمودية r_1، r_2، c_2، c_1، ويساوي المجموع الكلي n، بالعلاقة التالية:

$$\frac{r_1!r_2!c_1!c_2!}{n!f_{11}!f_{12}!f_{21}!f_{22}!}$$

(انظر A6 من أجل بيان معنـــى $n!$). يمكننا حساب هذا من أجل كل الجداول الممكنة وهكذا يمكننا حساب احتمال ظهور الجدول المشاهد، واحتمال الجدول الأكثر تطرفاً. على سبيل المثال:

$$\text{الجدول i} = \frac{5!3!4!4!}{8!4!0!1!3!} = 0.071$$

$$\text{الجدول ii} = \frac{5!3!4!4!}{8!3!1!2!2!} = 0.429$$

ويعطي مجموع الاحتمالين القيمة 0.5.

على عكس توزيع الإحصائيات الرتيبة، فإن هذا التوزيع سهل الحساب ولكنه أصعب من ناحية الجدولة. حيث تتطلب جدولة هذا التوزيع لكُتيب صغير (Finney et al. 1963).

يمكننا تطبيق هذا الاختبار على الجدول (7.13). وتكون الجداول 2 × 2 المختبرة واحتمالاتها كما يلي:

الجدول:		الاحتمال
13	5	0.001 378 2
12	2	
14	4	0.000 075 7
13	1	
3	15	0.000 001 4
14	0	

نلاحظ أن الاحتمال الكلي للاختبار ذي الذيل الواحد يساوي لـــ 0.001 455 3، والذي يتضاعف في اختبار الذيلين إلى 0.002 9. تعطي الطريقة التـــي تستعمل جميع الاحتمالات الصغرى القيمة الاحتمالية P = 0.001 59. وهي أكبر من 0.011 التي تمثل احتمال بلوغ χ^2 القيمة 0.001 1.

5.13 تصحيح الاستمرار لياتس من أجل الجداول 2 × 2

Yates' continuity correction for the 2 by 2 table

إن اختلاف الاحتمالين الناتجين عن اختبار χ^2 واختبار فيشر الدقيق نشأ بسبب تقريب التوزيع المنقطع لإحصائية الاختبار إلى توزيع χ^2 المستمر. إن إجراء تعديل بسيط كالذي تمّ

في الفقرة (6.12) يُحسن الفرق، يدعى هذا التصحيح، **تصحيح ياتس**. بما أن التكرارات المشاهدة تُعطى بوحدات صحيحة، فنقربها من قيمها المتوقعة بمقدار نصف. عندها تصبح صيغة إحصائية χ^2 للجداول 2×2 بالشكل:

$$\Sigma \frac{(|O - E| - \frac{1}{2})}{E}$$

بحيث يعنـــي المقدار $|O - E|$ القيمة المطلقة للفرق بين القيمة المشاهدة والمتوقعة. من أجل الجدول (7.13) لدينا:

$$\begin{aligned}\Sigma \frac{(|O - E| - \frac{1}{2})}{E} &= \frac{(|13 - 8.4| - \frac{1}{2})^2}{8.4} + \frac{(|5 - 9.6| - \frac{1}{2})^2}{9.6} \\ &+ \frac{(|2 - 6.6| - \frac{1}{2})^2}{6.6} + \frac{(|12 - 7.4| - \frac{1}{2})^2}{7.4} \\ &= \frac{(4.6 - \frac{1}{2})^2}{8.4} + \frac{(4.6 - \frac{1}{2})^2}{9.6} + \frac{(4.6 - \frac{1}{2})^2}{6.6} + \frac{(4.6 - \frac{1}{2})^2}{7.4} \\ &= 8.6\end{aligned}$$

واحتمال هذه القيمة يساوي 0.0037، وهي أقرب إلى الاحتمال المضبوط ومع ذلك مازال يوجد فرق يؤخذ بعين الاعتبار. ومن أجل مثل هذه القيم الدنيا، فإن أي نموذج احتمالي مقرب عرضة للاخفاق. في المساحات الحرجة الواقعة بين 0.10 و0.01. غالباً ما يعطي تصحيح الاستمرار تلاؤماً جيداً مع الاحتمال المضبوط.

6.13 مصداقية طرائق فيشر وياتس

The validity of Fisher's and Yates methods

يوجد جدل قائم بين الإحصائيين حول مصداقية الاختبار الدقيق واختبار تصحيح الاستمرار المقرب له. وأعنف هذا الجدل قائم بين مؤسسي الإحصاء الاستدلالي أمثال فيشر ونيومان، وتبقى المسألة غير محلولة.

لنلاحظ أن الجداول من الشكل 2×2، كالجداول (7.13) و(4.13) تظهر بعدة طرق. ففي الجدول (7.13) نثبت المجاميع العمودية بناءً على تصميم التجربة وتأتـــي المجاميع

السطرية فقط من المتغير العشوائي. أما في الجدول (4.13) فلا يمكن أن نحدد مسبقاً المجاميع السطرية ولا العمودية. وكلاهما يتبعان التوزيع الحداني، ويتوقفان على حدوث التهابات القصبات وانتشار السعال المزمن في المجتمع الإحصائي. توجد إمكانية ثالثة للجداول حيث تكون كل من المجاميع السطرية والمجاميع العمودية ثابتة. وتظهر هذه الحالة بشكل نادر جداً في التطبيقات العملية، ولكن يمكن إنجاز ذلك بالتصميم التجريبي التالي. فإذا أردنا مثلاً معرفة ما إذا كان مختبر ما قادراً على تمييز العلاج من الغفل. فإننا نعرض عليه 10 أقراص دواء، 5 من كل نوع، ونطلب منه أن يرتب الأقراص إلى 5 أقراص علاج و5 أقراص غفل. وبعد الإجابة نحصل على جدول من الشكل 2 × 2 يتضمن اختبارات المختبرين مقابل الحقيقة، وبحيث تساوي المجاميع السطرية والعمودية العدد 5. يوجد العديد من التغيرات في مثل هذا النوع من الجداول. ويمكن أن نبين أنه يمكن تطبيق اختبار χ^2 على جميع الحالات عندما يكون حجم العينات كبيراً. ومن أجل العينات الصغيرة فإننا لا نرى داعياً لمناقشة ذلك هنا. لأن مناقشة هذه الحالة يخرج عن هدف هذا الكتاب. وفي بعض هذه الحالات فإن كلاً من اختبار فيشر الدقيق وتصحيح ياتس يعطي نتائج غير دقيقة بمعنى أن الاحتمالات الناتجة تكون أكبر بقليل مما يجب أن تكون عليه، وهذا يشكل مادة للنقاش وأرى أن من الأفضل أن نستعمل كلاً من تصحيح ياتس واختبار فيشر الدقيق. فإذا كنا سنخطئ فمن الأفضل أن نلزم جانب الحذر.

7.13 معدل الأرجحية The odds Ratio

إذا كان احتمال حادث ما هو p فإن أرجحية هذا الحادث تعطى بالعلاقة $o = p/(1 - p)$. فاحتمال أن يظهر الشعار على قطعة نقود هو 0.5 فتكون أرجحية ظهور هذا الوجه هي $0.5/(1 - 0.5) = 1$. إن للأرجحيات مزايا متعددة من أجل بعض أنواع التحاليل، إلا أنه لا يشترط أن تقع في المجال [0، 1]، بل يمكن أن تأخذ أية قيمة في المجال [0، ∞[. وغالباً ما نستعمل اللوغاريتم النيبري للأرجحية أي (الأرجحية) Log والتي يُدعى **بتابع اللوجيت**:

$$\log_e(o) = \log_e\left(\frac{p}{1-p}\right)$$

ويمكن أن تتغير هذه القيمة بين $-\infty$ و$+\infty$ وهذا ضروري جداً لملائمة نماذج الانكفاء انظر الفقرة (8.17). ويكون تابع اللوجيت مساوياً 0 عندما $p = 1/2$ ولوجيت $1 - p$ يساوي سالب لوجيت p:

$$\log_e(o_p) = \log_e\left(\frac{p}{1-p}\right) = -\log_e\left(\frac{1-p}{p}\right) = -\log_e(o_{1-p})$$

لنأخذ بعين الاعتبار الجدول (4.13). نجد أن احتمال إصابة الأطفال بالسعال مع إصابتهم في الماضي بالتهاب قصبات هو 24 0.095 = 26/273. وتكون أرجحية إصابة الأطفال بالسعال مع إصابتهم في الماضي بالتهاب قصبات هو 26 0.105 = 26/247. أما احتمال إصابة الأطفال بالسعال مع عدم إصابتهم في الماضي بالتهاب قصبات هو 07 0.042 = 44/1046. وتُعطى أرجحية إصابة الأطفال بالسعال مع عدم إصابتهم في الماضي بالتهاب قصبات هو 44/1002 = 0.043 91.

الجدول 13.10 : جدول 2 × 2 بالترميز

			المجموع
	a	b	$a+b$
	c	d	$c+d$
المجموع	$a+c$	$b+d$	$a+b+c+d$

إحدى الطرائق لمقارنة الأطفال المصابين بالتهاب قصبات سابقاً وأولئك من غير المصابين فإنه يتوجب علينا إيجاد معدل النسب للأطفال الذين يسعلون في المجموعتين [الخطورة النسبية الفقرة (16.8)]. ثمة طريقة أخرى لإيجاد **معدل الأرجحية** وهي: معدل الأرجحية للذين يسعلون من الأطفال المصابين بالتهاب قصبات والأطفال غير المصابين به يعطى هذا المعدل بالعلاقة 18 2.397 = 91 0.105 26/0.043 = (26/247)/(44/1002). وهكذا تكون أرجحية السعال في الأطفال المصابين بالتهاب قصبات في الماضي مساوية لـ 18 3.397 مرة من أرجحية السعال للأطفال غير المصابين بالتهاب قصبات في الماضي.

فإذا رمزنا للتكرارات في الجدول بالرموز a، b، c وd كما هو الحال في الجدول (10.13) عندئذٍ يعطى معدل الأرجحية بالعلاقة:

$$or = \frac{a/c}{b/d} = \frac{ad}{bc}$$

أو بسبب التناظر يمكن أن نحصل على الشيء نفسه:

$$or = \frac{a/b}{c/d} = \frac{ad}{bc}$$

يمكننا تقدير الخطأ المعياري ومجال الثقة باستخدام معدل الأرجحية انظر الفقرة (C13). يُكتب الخطأ المعياري للوغاريتم معدل الأرجحية بالعلاقة:

$$\text{SE}(\log_e(or)) = \sqrt{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d}}$$

وبالتالي يمكننا أن نجد 95% مجال ثقة. من أجل الجدول (4.13) يُعطى اللوغاريتم بالشكل $\log_e(2.297\ 18) = 0.874\ 29$، بخطأ معياري قدره:

$$\text{SE}(\log_e(or)) = \sqrt{\frac{1}{26} + \frac{1}{44} + \frac{1}{247} + \frac{1}{1002}} = \sqrt{0.06624} = 0.25736$$

وإذا افترضنا أن العينة المدروسة كبيرة بقدر كاف عندها يمكننا اعتبار قيم اللوجيت تأخذ توزيعاً طبيعياً، وبالتالي يُعطى 95% مجال ثقة بالعلاقة:

من $0.874\ 29 - 1.96 \times 0.247\ 36$ إلى $0.874\ 29 + 1.96 \times 0.247\ 36$

أو من 0.369 86 إلى 1.378 72

وللحصول على مجال ثقة لمعدل الأرجحية نستعمل اللوغاريتم العكسي فنجد:

من $e^{0.369\ 86}$ إلى $e^{1.378\ 82}$ أو من 1.45 إلى 3.97

ويمكن استعمال معدل الأرجحية لتقدير الخطورة النسبية في دراسة الحالة الشاهد. إن حساب الخطورة النسبية في الفقرة (6.8) يتوقف على حقيقة أننا نستطيع تقدير الخطورة. ويمكننا فعل ذلك لأننا أمام دراسة مستقبلية وبالتالي نعلم عدد الأخطار التـي تنشأ عن التشخيص. وهذا لا يمكن أن يحدث لو أننا انطلقنا من النتائج، وفي هذه الحالة السعال في العمر 14، والعمل على استرجاع عامل الخطورة مثل التهاب القصبات، كما في دراسة الحالة الشاهد.

يوضح الجدول (11.13) معطيات دراسة الحالة الشاهد لسرطان الرئة والتدخين (انظر الفقرة 8.3). سنبدأ بمجموعة حالات، مرضى مصابين بسرطان الرئة ومجموعة شاهدة، هنا

مرضى من المشفى غير مصابين بسرطان الرئة. لا يمكننا هنا حساب الأخطار (لأن المجاميع العمودية لا معـــى لها وقد تم حذفها)، ولكن يمكننا تقدير الخطورة النسبية.

لنفترض أن احتمال الإصابة بسرطان الرئة p، والذي يجب أن يكون صغيراً، وأن الجدول مماثل للجدول (10.13). عندها يكون تقدير احتمال الإصابة بسرطان الرئة علماً أن المريض مدخن هو $pa/(a + b)$ وكذلك احتمال أن يكون مدخناً دون أن يكــون مصاباً بالســـرطان هو $(1 - p)\ c/(c + d)$. وبالتالي فإن احتمـــال أن يكون الشـــخص مدخنـــاً هو $pa/(a + b) + (1 - p)\ c/(c + d)$ وهو احتمال أن يكون الشخص مدخناً ومصاباً بسرطان الرئة مضافاً إليه احتمال أن يكون مدخناً وغير مصاب بهذا المرض. وبما أن p أصغر بكثير من $1 - p$، يمكننا إهمال الحد الأول ويصبح احتمال أن يكون الشـــخص مدخناً هو $(1 - p)c/(c + d)$ على وجه التقريب.

ويمكن إيجاد الخطورة النسبية لإصابة المدخنين بسرطان الرئة بتقسيم احتمال أن يكون الشخص مدخناً ومصاباً بسرطان الرئة على احتمال أن يكون مدخناً:

$$\frac{pa/(a+b)}{(1-p)c/(c+d)}$$

وبشكل مشابه فإن احتمال أن يكون الشخص غير مدخن ومصاب بسرطان الرئة من الشـــكل $pb/(a + b)$ واحتمـــال أن يكون غير مدخن دون أن يكون مصاباً بالسرطان هو $(1 - p)\ d/(c + d)$. وبالتالـــي فـــإن احتمـــال أن يكـــون غير مدخـــن هـــو أيضـــاً $pb/(a + b) + (1 - p)\ d/(c + d)$، وبما أن p أصغر بكثير من $1 - p$، يمكننا إهمال الحد الأول ويصبح احتمال أن يكون الشخص غير مدخن هو $(1 - p)\ d/(c + d)$ على وجه التقريب. مما يؤدي لإعطاء صيغة تقريبية للخطر النسبـــي لإصابة غير المدخنين بمرض السرطان.

$$\frac{pa/(a+b)}{(1-p)d/(c+d)}$$

وبالتالي فإن الخطورة النسبية لسرطان الرئة عنـــد المدخنين يُعطى بالشكل التقريبـــي التالي:

$$\frac{pa/(a+b)}{(1-p)c/(c+d)} \Big/ \frac{pa/(a+b)}{(1-p)d/(c+d)} = \frac{ad}{bc}$$

الجدول 11.13 : المدخنون وغير المدخنين من خلال سرطان الرئة (Doll and Hill 1950)

	المدخنون	غير المدخنين	المجموع
سرطان الرئة	647	2	649
الشاهد	622	27	649

والنتيجة الأخيرة تدلنا على معدل الأرجحية. وهكذا من أجل دراسات الحالة الشاهد تقرب الخطورة النسبية على شكل معدل الأرجحية. ويصح هذا حتى لو كان المرض نادراً، انظر (Rodrigues and Kirkwood, 1990).

من أجل الجدول (11.13) لدينا:

$$\frac{ad}{bc} = \frac{647 \times 27}{2 \times 622} = 14.04$$

وهكذا فإن خطورة إصابة المدخنين بالسرطان أكبر بأربعة عشر مرة من إصابة غير المدخنين. وهذه النتيجة تدعو للمفاجأة حيث أنه من هذا الجدول الحاوي على عدد قليل من غير المدخنين، ولكن التقدير المباشر حسب الدراسة الأترابية الجدول (1.3) هو 12.9 = 0.90/0.17، وهي قيمة مماثلة كثيراً للسابقة. ويُعطى لوغاريتم معدل الأرجحية بـ 2.64210 والخطأ المعياري بالعلاقة:

$$\text{SE}(\log_e(or)) = \sqrt{\frac{1}{647} + \frac{1}{2} + \frac{1}{622} + \frac{1}{27}} = \sqrt{0.54019} = 0.73498$$

وبالتالي فإن 95% مجال ثقة للخطأ المعياري يعطى بالعلاقة:

من $2.64210 - 1.96 \times 0.73498$ إلى $2.64210 + 1.96 \times 0.73498$ أو من 1.20154 إلى 4.018265

و من أجل الحصول على مجال ثقة لمعدل الأرجحية نجد أن:

من $e^{1.201\,54}$ إلى $e^{4.082\,65}$ أو من 3.3 إلى 59.3

نلاحظ من مجال الثقة الأخير أن طوله كبير وهذا يعود لأن حجم عينة غير المدخنين والمصابين بسرطان الرئة صغير.

8.13 اختبار كاي – مربع للاتجاه العام

The chi-squared test for trend

لنفترض أنه لدينا المعطيات المذكورة بالجدول (12.13). وسنستعمل اختبار كاي – مربع المبين في الفقرة (1.13)، نستطيع اختبار الفرضية الابتدائية بأنه لا توجد علاقة بين سعال المريض وتدخينه مقابل الفرضية البديلة الدالة على وجود علاقة من نوع ما بين المتغيرين. تساوي إحصائية كاي – مربع 64.25 بدرجتين من الحرية بقيمة احتمالية قدرها $P < 0.001$. وبالتالي فإن المعطيات ليست متوافقة مع الفرضية الابتدائية.

والآن حصلنا على قيمة كاي – مربع مهما كان ترتيب الأعمدة. والاختبار تجاهل الترتيب الطبيعي للأعمدة، ولكن يجب استثناء ذلك إذا كان يوجد علاقة بين سعال المريض وتدخينه، حيث سيتزايد احتمال حدوث سعال المريض بازدياد تدخينه. بشكل آخر، نبحث عن اتجاه انتشار السعال من إحدى نهايات الجدول إلى الأخرى. ولاختبار ذلك فإننا نستعمل **اختبار كاي – مربع للاتجاه العام.**

الجدول 12.13 : سعال ليلي أو نهاري وتدخين الأطفال في سن 14 (Bland et al. 1978)

	تدخين الأطفال						المجموع
	غير مدخن		قليل التدخين		مدخن باستمرار		
سعال	266	%20.4	395	%28.8	80	%46.5	741
بدون سعال	1 037	%79.6	977	%71.2	92	%53.5	2 106
المجموع	1 303	%100.0	1 372	%100.0	172	%100.0	2 847

أولاً سنعرف المتغيرين X وY، اللذين تعتمد قيمهما على فئات متغيرات الأسطر والأعمدة في الجدول. فعلى سبيل المثال، من الممكن أن نضع $X = 1$ لأجل غير المدخنين و$X = 2$ للأطفال قليلي التدخين و$X = 3$ للمدخنين باستمرار، ونضع $Y = 1$ للأطفال المصابين بالسعال و$Y = 2$ للأطفال غير المصابين بالسعال. عندئذ من أجل طفل غير مدخن ويسعل، نجد أن كل من المتغيرين X وY يأخذان القيمة 1. ومن الممكن أن يكون لكل من X وY أكثر من فئتين، بشرط أن تكون المتغيرات مرتبة. إذا كان لدينا n وحدة إحصائية، فسيكون لدينا n زوجاً من المشاهدات (x_i, y_i). فإذا كان يوجد اتجاه خطي عبر الجدول، فإنه سيوجد

انكفاء خطي بين المتغير Y والمتغير X والذي سيكون له ميل غير معدوم. غالباً ما نختط مستقيم الانكفاء الخطي $Y = a + bX$ بحيث:

$$b = \frac{\sum(y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})}{\sum(x_i - \bar{x})^2}$$

$$\mathrm{SE}(b) = \sqrt{\frac{s^2}{(x_i - \bar{x})^2}}$$

بحيث تمثل s^2 القيمة التقديرية لتباين المتغير Y. في الانكفاء الخطي كما هو موضح في الفصل الحادي عشر، غالباً ما نهتم بتقدير b ومدى دقتها. هنا سنقوم باختبار الفرضية الابتدائية الدالة على $b = 0$. وبفرض صحة الفرضية الابتدائية يكون التباين حول المستقيم مساوياً للتباين الكلي للمتغير Y، ويكون للمستقيم الميل الصفري. نستعمل لذلك المقدر:

$$s^2 = \frac{1}{n}\sum(y_i - \bar{y})^2$$

(نستعمل هنا في المقام n وليس $n - 1$، لأن الاختبار مشروط بمجموع الأسطر والأعمدة كما هو مبين في الفقرة (A13). يوجد سبب جيد للقيام بذلك، ولكن لا يستحق البحث فيه هنا. وكما هو الحال في الفقرة (5.11) فإن الخطأ المعياري لـ b هو:

$$\mathrm{SE}(b) = \sqrt{\frac{s^2}{\sum(x_i - \bar{x})^2}} = \sqrt{\frac{\sum(y_i - \bar{y})^2}{n\sum(x_i - \bar{x})^2}}$$

وكما في الفقرة (5.11) فإن b هي مجموع لمتغيرات مستقلة ولها نفس توزيع المتغيرات العشوائية $\sum(y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})$، وبالتالي فإن لها التوزيع الطبيعي باستخدام نظرية النهاية المركزية الفقرة (2.7). فإذا كانت n كبيرة، فيصلح $\mathrm{SE}(b)$ ليكون مقدراً للانحراف المعياري لهذا التوزيع. وهكذا إذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة وكان $E(b) = 0$، وكان $b/\mathrm{SE}(b)$ مشاهدة لتوزيع طبيعي معياري. عندها سيأخذ مربع هذه النسبة توزيع كاي - مربع بدرجة واحدة من الحرية.

$$\frac{b^2}{\mathrm{SE}(b)^2}=\left(\frac{\Sigma(y_i-\bar{y})(x_i-\bar{x})}{\Sigma(x_i-\bar{x})^2}\right)^2 \bigg/ \frac{\Sigma(y_i-\bar{y})^2}{n\Sigma(x_i-\bar{x})^2}$$

$$=\frac{n\,(\Sigma(y_i-\bar{y})(x_i-\bar{x}))^2}{\Sigma(x_i-\bar{x})^2\,\Sigma(y_i-\bar{y})^2}$$

ومن أجل الحسابات العملية فإننا نستخدم الصيغ الأخرى للمجاميع والمربعات والجداءات:

$$\chi_1^2=\frac{n\left(\sum y_i\,x_i-\frac{(\Sigma y_i)(\Sigma x_i)}{n}\right)^2}{\left(\sum x_i-\frac{(\Sigma x_i)^2}{n}\right)\left(\sum y_1^2-\frac{(\Sigma y_i)^2}{n}\right)}$$

لاحظ أن الصيغة السابقة لا تميز بين المتغيرين X وY. يمكن إنجاز كل من مجاميع المربعات والجداءات بسهولة. فعلى سبيل المثال من أجل المتغير العمود X، لدينا 1303 وحدة إحصائية لها القيمة $X=1$ و1372 لها القيمة $X=2$ و172 لها القيمة $X=3$. من أجل معطياتنا هذه لدينا:

$$\sum x_i^2=1^2\times1303+2^2\times1372+3^2\times172=8339$$

$$\sum x_i=1\times1303+2\times1372+3\times172=4563$$

$$\begin{aligned}\sum x_i y_i &=1\times1\times266+2\times1\times395+3\times1\times80\\ &\quad+1\times2\times1037+2\times2\times977+3\times3\times92\\ &=7830\end{aligned}$$

وبشكل مشابه نجد أن $\sum y_i^2=9165$ و $\sum y_i=4953$. وبالتالي نجد أن:

$$\chi_1^2=\frac{2847\times\left(7830-\frac{4563\times4953}{2847}\right)^2}{\left(8339-\frac{4563^2}{2847}\right)\left(9165-\frac{4953^2}{2847}\right)}=59.47$$

فإذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة فسيكون χ_1^2 مشاهدة لتوزيع كاي – مربع بدرجة واحدة من الحرية. نلاحظ أن القيمة 59.47 كبيرة من غير المحتمل أن تكون من هذا التوزيع والاتجاه أن الاختبار يعتد به.

يوجد العديد من النقط التـــي يجب الإشارة إليها عند تطبيق هذه الطريقة. يتم اختيار قيم كل من X وY بشكل اختياري. فعندما نضع $X = 1$، 2 أو 3 فإننا نفترض أن الفروق بين المدخنين وغير المدخنين وقليلي التدخين متساوية. وهذا قد يكون غير محقق في الواقع. فعلى سبيل المثال، إذا وضعنا $X = 1$، 2 أو 4 نجد أن الفرق بين المدخنين بانتظام والمدخنين بالمصادفة أكبر من الفرق بين هؤلاء وبين غير المدخنين، ونحصل على قيمة لـــ χ^2 تساوي 64.22. والملاءمة مع المعطيات تكون أفضل نوعاً ما ولكن النتائج لم تتغير.

من الممكن أن يكون الاتجاه العام ذا اعتداد حتى لو كان جدول كاي – مربع الاحتمالي غير ذلك. هذا لأن اختبار الاتجاه أكبر قوة من اختبار كاي– مربع العادي. من جهة ثانية، إذا كان يوجد علاقة تفيد أن أولئك المدخنين بالمصادفة تظهر عليهم أعراض أكثر من غير المدخنين أو من المدخنين بانتظام فاختبار الاتجاه لن يكشف ذلك. إذا كانت الفرضية التـــي نود اختبارها تتضمن ترتيباً للفئات، فيجب استعمال اختبار الاتجاه فإن لم يكن، علينا استعمال اختبار الجداول الاحتمالية الفقرة (1.13). لاحظ أن إحصائية الاتجاه أقل دوماً من إحصائية توزيع كاي– مربع.

يعتمد توزيع إحصائية كاي– مربع للاتجاه على نموذج الانكفاء في العينة الكبيرة وليس على المفاهيم النظرية المعطاة في الفقرة (A13). لا يمكن أن يحقق الجدول قاعدة كوشران الفقرة (13.3) (Cochran) بالنسبة للاتجاه. وذلك لأنه يجب أن يكون لدينا على الأقل 30 مشاهدة حتـــى تكون قاعدة كوشران محققة بالنسبة للاتجاه. تقدم بعض البرامج الإحصائية العديد من الاختبارات المختلفة، كاختبار مانتل وهانزل (Mantel Haenzel) للاتجاه العام (يجب التمييز بين هذا الاختبار وطريقة مانتل وهانزل للجداول الاحتمالية (11.17). ويتشابه هذا الاختبار مع ما بيناه في اختبار كاي– مربع، ويمكننا حساب معامل ارتباط كندل للرتب τ_b بين X وY الفقرة (5.12)، كبديل عن اختبار كاي– مربع للاتجاه. انطلاقاً من الجدول (12.13) نجد أن $\tau_b = 0.136 -$ بخطأ معياري 0.018. ونحصل على إحصائية χ_1^2 بواسطة $(\tau_b/SE(\tau_b))^2 = 57.09$. وهذه الصيغة مشابهة جداً للإحصائية χ^2 من أجل قيمة اتجاه عام 59.47.

9.13 اختبار ماكنيمار للعينات المتقابلة

McNemar's test for matched samples

يُمكننا اختبار كاي – مربع المبين سابقاً من فحص فرضية تساوي نسبتي (وسيطي) التوزيع الحداني لعينتين مستقلتين. ويمكننا باختبار عينة واحدة أو عينتين متجانستين. فعلى سبيل المثال، حصل كل من هولاند ومعاونيه (Holland et al., 1978) على استبيانات حول أعراض التنفس عند أطفال المدرسة التـــي تتراوح أعمارهم بين 12 و14 سنة. وكان أحد الاسئلة المطروحة لماذا يختلف عدد الإصابات بين العمرين السابقين. حيث أنه 26% من الأطفال في سن 12 قد أصيبوا بزكام خلال السنة السابقة للاستبيان مقابل 34% عند الأطفال التـــي أعمارهم 14سنة. هل يوجد تزايد حقيقي بين المجموعتين؟

وكما هو الحال في اختبار ستيودنت لعينة واحدة أو اختبار المزاوجة الفقرة (2.10)، نرغب في تحسين تحليلنا الإحصائي آخذين بعين الاعتبار حقيقة أن هذه العينة هي نفسها. يجب أن نتوقع مثلاً أن الأعراض في الحادثين مرتبطة و 707 لم يصابوا بأي من العمرين.

والطريقة التـــي تُمكننا من القيام بذلك هو اختبار ماكنيمار، الذي يمكن اعتباره نسخة ثانية من اختبار الإشارة. نحتاج لمعرفة أن 212 طفل قد أصيبوا بالمرض في سن 12 وسن 14، وأن 144 طفل قد أصيبوا في سن 12 ودون أن يصابوا في سن 14، وأن 256 طفل قد أصيبوا في سن 14 دون أن يصابوا في سن 12. انظر الجدول (13.13) الذي يبين المعطيات السابقة.

الجدول 13.13 : الزكام الشديد المسجل في عمرين لطلاب مدرسة (Holland et al. 1978) Kent

الزكام الشديد بعمر 12	الزكام الشديد بعمر 14		المجموع
	نعم	لا	
نعم	212	144	356
لا	256	707	963
المجموع	468	851	1319

إن الفرضية الابتدائية هي أن نسبة المصرحين بوجود زكام لديهم في العمرين هي نفسها، أما البديلة فإنها تشير لعدم التساوي. نلاحظ أن الفرضية هذه حول الأسطر والأعمدة مختلفة تماماً عن فرضية الجداول الاحتمالية التـــي نستعمل لها اختبار كاي- مربع. فإذا كانت

الفرضية الابتدائية صحيحة فإننا نتوقع أن تكون التكرارات المقابلة إلى "نعم، لا" و"لا، نعم" متساوية. قارن ذلك مع اختبار الإشارة الفقرة (2.9). فإذا رمزنا لهذه التكرارات بـــ f_{yn} وf_{ny} عندئذٍ فإن التكرارات المستثناة تعطى بالعلاقة $(f_{yn} + f_{ny})/2$. ونحصل على إحصائية الاختبار بالعلاقة:

$$\sum \frac{(O-E)^2}{E} = \frac{\left(f_{yn} - \frac{f_{yn}+f_{ny}}{2}\right)^2}{\frac{f_{yn}+f_{ny}}{2}} + \frac{\left(f_{ny} - \frac{f_{yn}+f_{ny}}{2}\right)^2}{\frac{f_{yn}+f_{ny}}{2}}$$

وتتبع هذه الاحصائية توزيع كاي - مربع بشرط أن تكون القيم المتوقعة كبيرة بشكل كافٍ. يوجد تكرارين مشاهدين وشرط واحد والذي يتمثل في تساوي مجموع التكرارات المشاهدة والتكرارات المتوقعة. وهكذا يوجد درجة واحدة من الحرية. ويمكن تبسيط إحصائية الاختبار إلى:

$$\chi^2 = \frac{(f_{yn} - f_{ny})^2}{f_{ny} + f_{ny}}$$

من الجدول (13.13) لدينا:

$$\chi^2 = \frac{(f_{yn} - f_{ny})^2}{f_{yn} + f_{ny}} = \frac{(144-256)^2}{144+256} = 31.4$$

وبالرجوع إلى الجدول (3.13)، مع ملاحظة أنه لدينا درجة حرية واحدة، فإن هذه القيمة ذات دلالة اعتداد عالٍ وضوحاً. وبالتالي يوجد فرق بين العمرين. وبما أن الأعراض المدروسة الأخرى لم تتبدل فإننا نعتقد أن هذا مرده إلى وباء حمج الجهاز التنفسي قبل القيام بالاستبيان الثانـــي.

يوجد هنا أيضاً تصحيح للاستمرار منسوب إلى ياتس (Yates). إذا تزايد التكرار المشاهد f_{yn} بمقدار 1 فإن المقدار f_{ny} سيتناقص بمقدار 1 وبالتالي فإن المقدار $f_{yn} - f_{ny}$ سيزداد بمقدار 2. وهكذا يكون نصف الفرق بين القيمتين المتجاورتين مساوياً للواحد، ونجعل الفرق الملاحظ

أقرب إلى الفرق المتوقع (وهو الصفر) بمقدار 1. عندئذٍ يعطى تصحيح الاستمرار لإحصائية الاختبار بالعلاقة:

$$\chi^2 = \frac{\left(\left|f_{yn} - f_{ny}\right| - 1\right)^2}{f_{yn} + f_{ny}}$$

حيث $\left|f_{yn} - f_{ny}\right|$ القيمة المطلقة للفرق. من الجدول (13.13) نجد أن:

$$\chi^2 = \frac{\left(\left|f_{yn} - f_{ny}\right| - 1\right)^2}{f_{yn} + f_{ny}} = \frac{\left(\left|144 - 256\right| - 1\right)^2}{144 + 256} = \frac{(112 - 1)^2}{400} = 30.8$$

يوجد فرق بسيط وذلك لأن القيم المتوقعة كبيرة جداً، أما إذا القيم المتوقعة صغيرة، أقل من 20 مثلاً فينصح بالتصحيح. فمن أجل العينات الصغيرة، فإنه يمكننا أن نأخذ f_{ny} كمشاهدة من التوزيع الحداني باحتمال قدره $p = \frac{1}{2}$ و$n = f_{yn} + f_{ny}$ ونطبق بعدها اختبار الإشارة الفقرة (2.9).

ويمكننا أن نجد أيضاً مجال ثقة للفرق بين النسبتين لعينة كبيرة. يُعبر عن الفرق المقدر بالعلاقة $p_1 - p_2 = (f_{yn} - f_{ny})/n$ وكذلك الخطأ المعياري بالعلاقة:

$$\text{SE}(p_1 - p_2) = \sqrt{\frac{f_{yn} + f_{ny}}{n^2} - \frac{(f_{yn} - f_{ny})^2}{n^3}}$$

فعلى سبيل المثال، $p_1 - p_2 = (144 - 256)/1319 = -0.085$ ويعبر عن الخطأ المعياري بالعلاقة:

$$\text{SE}(p_1 - p_2) = \sqrt{\frac{144 + 256}{1319^2} - \frac{(144 + 256)^2}{1349^3}} = 0.015$$

يعطى 95% مجال ثقة للفرق بين النسبتين من $-0.085 - 1.96 \times 0.015 = -0.11$ إلى $-0.085 + 1.96 \times 0.015 = +0.06$. نجد أن تقدير نسبة الإصابة بالزكام اعتماداً على المعادلة

الأولى أقل من تلك المقدرة اعتماداً على المعادلة الثانية ويقع هذا الفرق ضمن المجال 0.06، 0.11.

في بعض الأحيان نرغب في مقارنة توزيع متغير بثلاث فئات أو أكثر مستعملين العينات المتقاربة. فإذا كانت الفئات مرتبة، كتجربة التدخين في الجدول (12.13)، فإننا غالباً ما نبحث عن التغير بين طرفي التوزيع، وعندها يمكننا استعمال اختبار الإشارة الفقرة (2.9)، عن طريق عد الإشارات الموجبة عندما يتزايد التدخين، والإشارات السالبة عند تناقصه وصفر عندما تبقى الفئة كما هي. أما عندما تكون الفئات غير مرتبة كما هو الحال في الجدول (1.13) يوجد اختبار منسوب لستيورات (1955) والموضح في (Maxwell, 1970). إن هذا الاختبار صعب التطبيق والحالة المدروسة غير اعتيادية ولهذا قررت أن أحذف التفاصيل.

10.13 جودة اختبار كاي – مربع للملاءمة

The chi-squared goodness of fit test

أحد الاستعمالات الأخرى لتوزيع كاي- مربع هو اختبار جودة ملائمة الاختبار. هنا نقوم باختبار الفرضية الابتدائية التـــي تعتمد على كون التكرار يأخذ توزيعاً ما من التوزيعات الاحتمالية النظرية كتوزيع بواسون أو الطبيعي. يبين الجدول (14.13) توزيعاً تكرارياً. وسنختبر الفرضية القائلة بأن هذا التوزيع هو توزيع بواسون أي أن الحمل عند المرأة هو حدث عشوائي من خلال خصوبتها.

الجدول 14.13 : يبين توزيع 125 امرأة تنتظر الفحص السريري قبل الولادة في مشفى سان جورج، مع حساب إحصائية كاي- مربع لجودة الاختبار

التورع	التكرار	احتمال بواسون	التكرار المتوقع		$\frac{(O-E)^2}{E}$
0	59	0.442 20	55.275		0.251
1	44	0.360 83	45.104		0.027
2	14	0.147 22	18.402		1.053
3	3	0.040 04	5.005		
4	4	0.008 17	1.021	6.219	1.666
5	1	0.001 33	0.167		
>5	0	0.000 21	0.026		
الكلي	125	1.000 00	125.000		2.997

سنقدر أولاً وسيط التوزيع البواســونـــي، أي متوسطه μ، في مثالنا 0.816. يمكننا بعد ذلك حساب احتمال أي قيمة يأخذها المتغيــر العشوائي من خلال صيغة بواسون الفقرة .(7.6)

$$\frac{e^{-\mu}\mu^{r}}{r!}$$

بحيث أن r هو عدد الأحداث. تعطى الاحتمالات في الجدول (14.13). يمكننا إيجاد احتمال أن يتجاوز المتغير القيمة 5 بطرح الاحتمالات الموافقة لـــ 0، 1، 2، 3، 4، 5 من الواحد. وبعدها نضرب هذه الاحتمالات بعدد المشاهدات 125. وذلك للحصول على التكرارات المتوقعة من 125 مشاهدة تخضع لتوزيع بواسون ذي المتوسط 0.0816.

لدينا الآن مجموعة من التكرارات المشاهدة والمتوقعة، فيمكنا حساب إحصائية كاي – مربع بالطريقة المعروفة. ونريد أن تكون جميع التكرارات المتوقعة أكبر من 5 إذا كان ذلك ممكناً. ويمكننا إنجاز ذلك هنا من خلال دمج كل الفئات التـــي يكون فيها التوزع أكبر تماماً من 3. بعدئذٍ نقوم بجمع المقادير $(O-E)^2/E$ لجميع الفئات للحصول على الإحصائية χ^2. ويمكننا الآن إيجاد درجة الحرية حيث تساوي عدد الفئات ناقص عدد الوسطاء (تساوي 1 في مثالنا). وبالتالي فإنه لدينا $2 = 1 - 1 - 4$ درجة حرية. من الجدول (3.13)، نجد أن قيمة χ^2 المشاهدة 2.99 توافق القيمة $P > 0.10$ والحيود عن توزيع بواسون لا يعتد به وضوحاً.

الجدول 15.13 : زمن البدء لــ 554 جلطة دماغية (wore et al, 1992)

التكرار	الزمن	التكرار	الزمن
34	14.00 – 12.01	21	02.00 – 00.01
59	16.00 – 14.01	16	04.00 – 02 01
44	18.00 – 16.01	22	06.00 – 04 01
51	20.00 – 18.01	104	08.00 – 06.01
32	22.00 – 20.01	95	10.00 – 08.01
10	24.00 – 22.01	66	12 00 – 10 01

يمكننا استعمال نفس الاختبار للملائمة لأي توزيع. فعلى سبيل المثال، درس wroe ورفاقه (1992) التغير اليومي في بدء السكتات. يعطي الجدول (15.13) التوزيع التكراري لعدد مرات السكتات. فإذا كانت الفرضية الابتدائية تشير لعدم وجود تغير يومي حقيقي.

فإن أزمنة حدوث السكتات تتوزع توزعاً منتظماً. الفقرة (2.7). ويكون لدينا نفس التكرار المتوقع في كل مجال زمنـــي. يوجد لدينا بشكل إجمالي 554 حالة، وبالتالي فإن التكرار المتوقع لكل زمن $554/12 = 46.167$. وسنحسب المقدار $(O - E)^2/E$ لكل مجال زمنـــي ثم نجمع هذه القيم للحصول على إحصائية كاي- مربع. في حالتنا نجد أن $\chi^2 = 218.8$. مع وجود قيد واحد، هو أن المجموع الكلي للتكرارات 554 مع العلم أننا لم نقدر أي وسيط. وبالتالي فإذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة فإننا نحتاج لمشاهدة واحدة لتوزيع كاي- مربع بـــ $12 - 1 = 11$ درجة من الحرية تعتبر القيمة المحسوبة 218.8 غير متوقعة بقيمة احتمالية $P < 0.001$ من الجدول (3.13) وبالتالي فإن المعطيات غير متوافقة مع الفرضية الابتدائية.

13 A ملحق: لماذا يعمل اختبار كاي- مربع؟

لقد ذكرنا بعض خواص توزيع كاي - مربع في الفقرة (A7). وبشكل خاص، بأنه مجموع مربعات مجموعة من المتغيرات العشوائية الطبيعية المعيارية فإذا أخذنا مجموعة من القيم معرفة بعلاقات خطية مستقلة بين هذه المتغيرات، فنخسر درجة حرية واحدة لكل قيد. ونجد أن توزيع كاي- مربع يعتمد على هاتين الخاصتين.

لنفترض أنه ليس لدينا حجم ثابت في بداية الدراسة في الجدول (1.13)، ولكن نراقب المختبرين عندما يتسلمون المنازل. عندئذ في أي مجال زمنـــي معطى، يتوزع العدد في كل خلية من خلايا الجدول توزيعاً بواسونياً، ومتغيرات بواسون المقابلة لتكرارات الخلايا مستقلة بعضها عن بعض. يمثل الجدول (1.13) واحدة من العينات المأخوذة من توزيعات بواسون. ومع ذلك فإننا لا نعلم القيم المتوقعة لهذه التوزعات بفرض صحة الفرضية الابتدائية، ولكننا نعلم فقط قيمها المتوقعة إذا كان للجدول المجاميع السطرية والعمودية التي شاهدناها. سنتخذ مجموعة جزئية من نواتج هذه المتغيرات التـــي لها المجاميع السطرية والعمودية المشاهدة. عندئذ نكون أمام اختبار كاي- مربع مشروطاً بالمجاميع السطرية والعمودية.

إن متوسط توزيع بواسون وتفاوته متساويان حسب الفقرة (6.7) فإذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة، عندها ستكون المتوسطات لهذه المتغيرات مساوية للتكرار المتوقع المحسوب

في الفقرة (1.13). وهكذا يكون التكرار المشاهد O في كل خلية يتبع توزيع بواسون بمتوسط E، ويكون التكرار المتوقع في الخلية والانحراف المعياري $\sqrt{E}$، بشرط أن يكون E كبيراً بشكل كاف، وتوزيع بواسون هذا سيكون طبيعياً على وجه التقريب، وبالتالي يتبع المقدار $(O - E)/\sqrt{E}$ التوزيع الطبيعي المعياري فإذا كتبنا:

$$\sum\left(\frac{O-E}{\sqrt{E}}\right)^2=\sum\frac{(O-E)^2}{E}$$

فإنه يمثل مجموعاً لمربعات متغيرات طبيعية معيارية وبالتالي سيكون لهذا المجموع توزيع χ^2 الفقرة (A7).

الجدول 13.16 : تمثيل رمزي
لجدول 2 × 2

			الكلي
	f_{11}	f_{12}	r_1
	f_{21}	f_{22}	r_2
الكلي	c_1	c_2	n

سنبحث الآن عن درجة الحرية المقابلة للمجموع السابق، وبالرغم من أن المتغيرات المدروسة مستقلة. فسنقتصر على المجموعة الجزئية المعرفة بالمجميع السطرية والمجميع العمودية. لننظر إلى الجدول (16.13)، يمثل كل من f_{11} وf_{22} التكرارات المشاهدة وr_1 وr_2 المجاميع السطرية وc_1، c_2 المجاميع العمودية وn المجموع الكلي للمشاهدات. لنرمز بـ e_{11} وe_{22} للتكرارات المتوقعة. عندئذ يوجد ثلاثة قيود خطية على التكرارات:

$$f_{11}+f_{12}+f_{21}+f_{22}=n$$

$$f_{11}+f_{12}=r_1$$

$$f_{11}+f_{21}=c_1$$

ويمكن الحصول على أي قيد آخر من القيود الثلاثة السابقة. على سبيل المثال، لدينا:

$$f_{21}+f_{22}=r_2$$

يمكننا الوصول لهذا القيد من طرح المعادلة الثانية من الأولى. إن القيود الخطية السابقة بالنسبة لكل من f_{11} وf_{22} هي خطية أيضاً بالنسبة إلى $(f_{11}-e_{11})/\sqrt{e_{11}}$ على $(f_{22}-e_{22})/\sqrt{e_{22}}$ لأن e_{11} ثابتة. وسيكون لدينا أربعة تكرارات مشاهدة وبالتالي أربعة متغيرات عشوائية من الشكل $(O-E)/\sqrt{E}$ بثلاثة قيود. ونخسر درجة حرية واحدة لكل قيد، أي يصبح لدينا $4-3=1$ درجة من الحرية.

إذا كان لدينا r سطراً وc عموداً، عندها سيكون لدينا قيد واحد وهو مجموع التكرارات مساو لـ n. وبالتالي سيكون لدينا $c-1$ قيد على الأعمدة و$r-1$ قيد على الأسطر. ولدينا هنا rc تكراراً عندئذ تكون درجة الحرية من الشكل:

$$rc-1-(r-1)-(c-1)=rc-1-r+1-c+1=rc-r-c+1=(r-1)(c-1)$$

وبالتالي فإن درجة الحرية هي جداء عدد الأسطر ناقص 1 بعدد الأعمدة ناقص 1.

B 13 ملحق: صيغة اختيار فيشر الدقيق

إن اشتقاق صيغة فيشر تخص أولئك الذين يملكون عقلية جبرية. لنتذكر أن عدد الطرق التـي يمكننا من خلالها اختيار r عنصراً من n عنصراً. الفقرة (A6) يساوي $n!/r!(n-r)!$. لنفترض الآن أن لدينا جدولاً من الشكل 2×2 والمشكل من n عنصراً كما هو مبين في الجدول (16.13). نتساءل أولاً ما هي عدد الطرق الممكنة لترتيب n عنصراً حتـى نحصل علىمجاميع هامشية r_1، r_2، c_1 وc_2. ويمكننا ترتيب ذلك ضمن أعمدة في $n!/c_1!c_2$ طريقة، وكذلك يمكننا اختيار c_1 عنصراً من n وترتيبها في أسطر بـ $n!/r_1!r_2!$ طريقة. (تذكر أن $n-c_1=c_2$ و$n-r_1=r_2$) وهكذا يمكننا ترتيب العناصر في الجدول بـ:

$$\frac{n!}{c_1!c_2!}\times\frac{n!}{r_1!r_2!}=\frac{n!n!}{c_1!c_2!r_1!r_2!}$$

طريقة. فعلى سبيل المثال، تكون المجاميع بالشكل:

		4
		4
5	3	8

والتـي يمكن أن تحدث بـ:

$$\frac{8!}{5!\times 3!}\times\frac{8!}{4!\times 4!}=56\times 70=3620$$ طريقة

كما رأينا في الفقرة (4.13)، يمكن للأعمدة أن ترتب بـ 70 طريقة ونسأل الآن ما هو عدد الطرق منها التـــي تمكننا من إنشاء جدول معين؟ سنقسم الآن n إلى أربع مجموعات حجومها f_{21}، f_{21}، f_{11} وf_{22}. يمكننا اختيار المجموعة الأولى بـ $n!/f_{11}!(n-f_{11})!$ طريقة، كما فعلنا سابقاً. بعد اختيار المجموعة الأولى سيبقى لدينا $n-f_{11}$ عنصراً وهكذا نستطيع اختيار f_{12} بـ$(n-f_{11})!/f_{12}!(n-f_{11}-f_{12})$ طريقة. بعد اختيار المجموعتين الأولى والثانية يبقى لدينا $n-f_{11}-f_{12}$ عنصراً ويمكننا اختيار f_{21} بـ $(n-f_{11}-f_{12})!/f_{21}!$ طريقة. وبعد اختبار المجموعة الثالثة ويبقى لدينا $n-f_{11}-f_{12}-f_{21}$ وهو يساوي طبعاً f_{22} وهكذا فإن عدد طرق اختيار f_{22} تعطى بطريقة واحدة وبالتالي سيكون عدد الطرق مجتمعةً.

$$\frac{n!}{f_{11}\times(n-f_{11})!}\times\frac{(n-f_{11})!}{f_{12}!\times(n-f_{11}-f_{12})!}\times\frac{(n-f_{11}-f_{12})!}{f_{21}!\times(n-f_{11}-f_{12}-f_{12})!}$$

$$=\frac{n!}{f_{11}!\times f_{12}!\times f_{21}!(n-f_{11}-f_{12}-f_{12})!}$$

$$=\frac{n!}{f_{11}!\times f_{12}!\times f_{21}!\times f_{22}!}$$

لأن $n-f_{11}-f_{12}-f_{12}=f_{22}$ وعندئذ انطلاقاً من:

$$\frac{n!\times n!}{c_1!\times c_2!\times r_1!\times r_2!}$$

جدولاً ممكناً، تظهر الجداول المعطاة بـ:

$$\frac{n!}{f_{11}!\times f_{12}!\times f_{21}!\times f_{22}!}$$

طريقة. ويكون احتمال ظهور هذا الجدول بالمصادفة هو:

$$\frac{n!}{f_{11}!\times f_{12}!\times f_{21}!\times f_{22}!} \Big/ \frac{c_1!\times c_2!\times r_1!\times r_2!}{n!\times n!} =$$

$$\frac{n!\times f_{11}!\times f_{12}!\times f_{21}!\times f_{22}!}{c_1!\times c_2!\times r_1!\times r_2!}$$

C 13 ملحق: الخطأ المعياري للوغاريتم معدل الأرجحية

هذه الفقرة لدارسي الرياضيات. سنبدأ من نتيجة عامة تتعلق بالتحويلات اللوغارتيمية. إذا كان X متغيراً عشوائياً بمتوسط μ، يعطى التفاوت التقريبـــي لـــ $\log_e(X)$ بالعلاقة

$$\mathrm{VAR}(\log_e(X)) = \frac{\mathrm{VAR}(X)}{\mu_2}$$

فإذا كان الانحراف المعياري للمتغير متناسباً مع متوسطه، وهذا يكافىء أن التفاوت متناسب مع مربع المتوسط، فإن التحويل اللوغاريتمي يجعل التفاوت مستقلاً عن المتوسط. وسننظر الآن في حالتين خاصتين هامتين في الحالة الأولى. يعطي تفاوت توزيع الاعتيان للوغاريتم تقدير وسيط التوزيع الحدانـــي p بالعلاقة التقريبية:

$$\mathrm{VAR}(\log_e(\hat{p})) = \frac{\mathrm{VAR}(\hat{p})}{p^2} = \frac{p(1-p)/n}{p^2} = \frac{1-p}{n\,p}$$

وهكذا يكون الخطأ المعياري للوغاريتم $\hat{p}$ (تقدير وسيط المجتمع الحدانـــي) هو:

$$\mathrm{SE}(\log_e(\hat{p})) = \sqrt{\frac{1-p}{n\,p}}$$

وباستخدام $\hat{\mu}$ كمقدار لمتوسط بواسون μ، يعطي التفاوت التقريبـــي بالعلاقة:

$$\mathrm{VAR}(\log_e(\hat{\mu})) = \frac{\mathrm{VAR}(\hat{\mu})}{\mu^2} = \frac{\mu}{\mu^2} = \frac{1}{\mu}$$

فإذا وقع حدث ما a مرة ولم يقع b مرة، فإن لوغاريتـــم الأرجحية يكـــون $\log_e(a/b) = \log_e(a) - \log_e(b)$. والتكراران a، b متغيران بواسونيان مستقلان، بمتوسطين

يقدران بـــ a و b على الترتيب. وبالتالي فتفاوتاهما يقدران أيضاً بـــ $1/a$ و $1/b$ على الترتيب.

ويعطى تفاوت لوغاريتم الأرجحية بالعلاقة:

$$\text{VAR}(\log_e(o)) = \text{VAR}(\log_e(a/b)) = \text{VAR}(\log_e(a) - \log_e(b))$$
$$= \text{VAR}(\log_e(a)) + \text{VAR}(\log_e(b)) = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

ويكتب الخطأ المعياري عندئذ:

$$\text{SE}(\log_e(o)) = \sqrt{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$$

ولوغاريتم معدل الأرجحية هو الفرق بين لوغاريتمي الأرجحية.

$$\log_e(o_1/o_2) = \log_e(o_1) - \log_e(o_2)$$

ويكون تفاوت لوغاريتم معدل الأرجحية هو مجموع تفاوتات لوغاريتمات الأرجحية، وفي حالة جدول 2 × 2 لدينا:

$$\text{VAR}(\log_e(or)) = \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d}\right)$$

والخطأ المعياري هو الجذر التربيعي لهذا التفاوت:

$$\text{SE}(\log_e(or)) = \sqrt{\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d}}$$

M 13 أسئلة الاختيار من متعدد من 67 إلى 74

يجاب على كل سؤال إما بصح أو خطأ.

67. في اختبار كاي – مربع لجداول احتمالية 3 × 5:

آ – يجب أن تكون المتغيرات جميعها كمية

ب – يتم مقارنة التكرارات المشاهدة مع التكرارات المتوقعة

ج – يوجد 15 درجة حرية

د – يجب أن تكون القيم المتوقعة لـ 12 خلية على الأقل أكبر من 5

هـ – يجب أن تكون جميع القيم المشاهدة أكبر من 1

الجدول 17.13 : السعال في بداية كل صباح في مجموعتين من أطفال المدارس وفق ما يصرح به الطفل من جهة وما يصرح به والداه، آخذين بعين الاعتبار حال الطفل وكذلك حالة والديه (Bland et al. 1979)

تقرير الوالدين	تقرير الأطفال		المجموع
	نعم	لا	
نعم	29	104	133
لا	172	5097	5269
المجموع	201	5201	5402

68. في الجدول (17.13):

آ – يمكن اختبار العلاقة بين تقرير الوالدين وبين تقرير الأطفال باستعمال اختبار كاي – مربع

ب – يمكن اختبار الفرق بين انتشار الأعراض حسبما يقره كل من الأطفال ووالديهم وفق اختبار ماكنيمار

ج – إذا كان اختبار ماكنيمار يُعتد به احصائياً، فإننا نستنتج عدم صلاحية اختبار كاي – مربع.

د – لاختبار كاي – مربع على جدول احتمالي درجة واحدة من الحرية

هـ – من المهم استعمال تصحيح الاستمرار في اختبار كاي – مربع لجدول احتمالي.

69. يظهر الجدول (18.13) نتائج دراسة حالة – شاهد لخمج Campylobacter jejuni:

آ – يمكن استخدام اختبار كاي – مربع لاختبار الفرضية الابتدائية الدالة على أن خطر المرض لا يتزايد بازدياد عدد هجمات الطيور

ب – يعني الرمز (OR) معدل الأرجحية

ج – يبين اختبار الاعتداد لتوزيع كاي– مربع أن خطر المرض يزداد بازدياد عدد هجمات الطيور

د – يزودنا (OR) بتقدير الخطورة النسبية للخمج بـــ (Campylobacter jejuni)

هــ – يمكننا استخدام معامل ارتباط كاندل الرتبـــي , τ_b , لاختبار الفرضية الابتدائية بأن خطورة المرض لا تزداد مع ازدياد عدد هجمات الطيور

الجدول 13.18 : هجمات الطيور على زجاجات الحليب المصرح بها من قبل الحالات والشواهد للخمج بـــ Campylobacter jejuni وحالات شاهدة (Southern ورفاقه 1990)

عدد أيام الأسبوع التي تحدث فيها الهجمات	عدد حالات		OR
	الحالة	الشاهد	
0	3	42	1
3-1	11	3	51
5-4	5	1	70
7-6	10	1	140

70. اختبار فيشر التام لجدول احتمالي:

آ – يطبق هذا الاختبار على جدول احتمالي 2 × 2

ب – يعطي هذا الاختبار عادةً احتمال أكبر من ذلك الاحتمال الذي يعطيه اختبـــار كاي – مربع

ج – بعطي هذا الاختبار احتمالاً مســـاوياً تقريباً لذلك الاحتمال الذي يعطيه اختبـــار كاي – مربع حسب تصحيح ياتس

د – يكون ملائماً في حالة كون التكرارات المتوقعة صغيرة

هــ – يصعب حساب إحصائية هذا الاختبار عندما تكون التكرارات المتوقعة كبيرة

71. لا يمكن أن يكون اختبار كاي – مربع المعياري لجدول احتمالي 2 × 2 صحيحاً إلا إذا:

آ – جميع التكرارات المتوقعة أكبر من 5

ب – جميع المتغيرات مستمرة

ج – يجب أن يتوزع واحد من المتغيرات على الأقل توزيعاً طبيعياً

د – جميع التكرارات المشاهدة أكبر من 5

هــ – العينة المدروسة كبيرة جداً

72. يمكن أن يستعمل اختبار ماكنيمار:

آ – لمقارنة عدد المدخنين بين الحالات المصابة بالسرطان، وبين الشواهد غير المصابة المماثلة لها في العمر والجنس

ب – لفحص التغير في انتشار أعراض الجهاز التنفسي لمرضى الربو من الشتاء إلى الصيف

ج – في معرفة العلاقة بين التدخين والأعراض التنفسية لمرضى الربو

د – لفحص التغير من PEFR لمرضى الربو من الشتاء إلى الصيف

هـ – لمقارنة عدد المدخنين بين الحالات المصابة بالسرطان وبين عينة عشوائية من المجمع العام

73. في دراسة بعض الملاكمين، أجريت صور طبقية محورية لاظهار ضمور الدماغ لـ 3 ملاكمين محترفين من أصل 6 ولـ ملاكم واحد من أصل 8 هواة (Kaste et al. 1982). يمكن مقارنة هذه الزمر باستعمال:

آ – اختبار فيشر التام

ب – اختبار كاي – مربع

ج – اختبار كاي – مربع مع إجراء تصحيح ياتس

د – اختبار ماكنيمار

هـ – اختبار ستيودنت لعينتين

74. عندما يحسب معدل الأرجحية من جدول 2 × 2:

آ – يقيس معدل الأرجحية قوة العلاقة بين متغيرات الأسطر ومتغيرات الأعمدة

ب – لن تتغير قيمة معدل الأرجحية إذا عكسنا ترتيب كل من الأسطر والأعمدة

ج – يمكن لمعدل الأرجحية أن يأخذ أية قيمة موجبة

د – تنعكس قيمة معدل الأرجحية إذا تغير ترتيب الأعمدة

هـ – يعرف معدل الأرجحية بأنه معدل نسب المشاهدات في السطر الأول للعمودين.

E 13 تمرين: القبولات في المشفى عند موجة حر شديدة

في هذا التمرين سننظر في بعض المعطيات المشابهة لاختبار الفرضية الدالة على وجود تزايد ملحوظ في عدد القبولات في قسم المسنين (geriatric) خلال موجات الحر الشديد.

يبين الجدول (19.13) عدد القبولات في قسم المسنين أسبوعياً في العام 1982 والذي تميز صيفه باعتدال واضح ولعام 1983 والذي تميز صيفه بارتفاع واضح في الحرارة. وكذلك يبين هذا الجدول معدل درجات الحرارة العظمى اليومية لكل أسبوع.

الجدول 19.13: المتوسط الأسبوعي لدرجات الحرارة العظمى اليومية من شهر آيار إلى ايلول لعامي 1982 و 1983 مع قبولات المسنين في Wandsworth (1985, Fish)

الأسبوع	متوسط دروة درجة الحرارة °C		القبولات		الأسبوع	متوسط دروة درجة الحرارة °C		القبولات	
	1982	1983	1982	1983		1982	1983	1982	1983
1	12.4	15.3	24	20	12	21 7	25.0	11	25
2	18 2	14.4	22	17	13	22.5	27.3	6	22
3	20 4	15.5	21	21	14	24 7	22.9	10	26
4	18.8	15.6	22	17	15	23.6	24.3	13	12
5	25.3	19 6	24	22	16	20.4	26.5	19	33
6	23.2	21.6	15	23	17	19.6	25.0	13	19
7	18 6	18 9	23	20	18	20.2	21.2	17	21
8	19.4	22.0	21	16	29	22.2	19.7	10	28
9	20 6	21.0	18	24	20	23.3	16.6	16	19'
10	23.4	26.5	21	21	21	18.1	18.4	24	13
11	22.8	30.4	17	20	22	17 3	20.7	15	29

1. متـــى نظن أن موجة الحر قد بدأت وانتهت؟
2. كم عدد القبولات في المشفى خلال موجة حر ما؟ وفي الفترة المقابلة من عام 1982؟ هل هذا دليل كاف لنستنتج أن موجة الحر أدت لزيادة في عدد القبولات؟
3. يمكننا استخدام الفترات التي تسبق وتلي موجة الحر كعينة شاهدة للتغيرات التي تطرأ على عوامل أخرى بين السنوات. لنقسم السنة إلى ثلاث فترات قبل، خلال وبعد موجة الحر ولننشأ جدول بمدخلين لبيان أعداد القبولات خلال الفترة وخلال السنة.
4. يمكننا استخدام هذا الجدول لاختبار تأثير موجات الحر. لنضع الفرضية الابتدائية ونحسب التكرارات المتوقعة إذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة.

5. اختبر الفرضية الابتدائية ماذا تستنتج؟

6. ما هي المعلومة الإضافية التي يجب أن تستعملها لاختبار العلاقة بين موجات الحر وقبولات المسنين في المشفى؟

الفصل الرابع عشر

اختيار الطريقة الإحصائية

Choosing the statistical method

1.14 تعليم طريقة موجهة ومشكلة موجهة

Method oriented and problem orient teaching

يعتمد اختيار طريقة تحليل مسألة ما على المقارنة التي تجري والمعطيات التي تستخدم. لقد رتبنا الطرق الإحصائية في الفصول من الثامن إلى الثالث عشر بحسب المعطيات،وكبر حجم العينات، وتوزعها الطبيعي، عينات مرتبة، أو عينات فئوية، إلخ. سندرس في هذا الفصل كيفية اختيار الطريقة الملائمة في ثلاث من أكثر المسائل الاحصائية شيوعاً في الاستدلال الإحصائي.

- مقارنة مجموعتين مستقلتين، على سبيل المثال، مجموعتين من المرضى قد أعطيت علاجين مختلفين.
- مقارنة استجابة مجموعة تبعاً لشروط مختلفة، كما هو الحال في تجربة العبور التقاطعي أو أزواج المختبرين المتقابلة، وكذلك في دراسات الشاهد والحالة.
- البحث في العلاقة بين متغيرين مقاسين على العينة نفسها من المختبرين.

يمثل هذا الفصل مخطط للطرق المشروحة في الفصول من الثامن إلى الثالث عشر حيث تتضمن بعض الفصول طرقاً لمسائل خاصة في الطب السريري، دراسة عوامل متعددة في آن معاً، واختيار حجم العينة.

وكما تمّ النقاش في الفقرة (7.12)، فإنه يوجد العديد من الطرق المختلفة حتـــى في المسائل الإحصائية البسيطة. إن الطرائق الموصوفة هنا والتـــي ينصح بها في بعض أنواع الأسئلة، ويمكن ألا تكون الطرائق الوحيدة، وكذلك لا يمكن اعتبارها الأفضل بشكل عام. وكما هو حال الأطباء فإن الإحصائيين عرضة لعدم الاتفاق حول الطرق واستعمالاتها. ومع ذلك، يمكننا اعتبار أن الطرق المقترحة كافية وصحيحة.

2.14 أنواع المعطيات Types of data

يعتبر تصميم الدراسة أحد العوامل التـــي تحدد طريقة التحليل الإحصائي، وهذا يعتمد أيضاً على المتغير الإحصائي الذي نود تحليله. ولذلك سنصنف المتغيرات إلى الأنواع التالية:

مقاييس متناسبة: إن لتناسب كميتيين معنى، ولهذا يمكننا أن نقول أن مشاهدة ما هي ضعف مشاهدة أخرى. وبالتالي فإن طول الإنسان هو مقياس تناسبـــي.

مقاييس مجالية: إن المجال أو المسافة بين نقطتين على المقياس لها معنـــى محدداً، حيث أن أي تغيير مقداره الوحدة على أحد المقاييس يساوي تغيير مقداره الوحدة على المقياس الآخر. على سبيل المثال، إن درجة الحرارة متغير ذو مقياس مجالي، لا يمكن اعتبار نتائج القلق النفسي لدى إنسان ما متغيراً ذا مقياس مجالي. وكذلك بالنسبة لدرجة الحرارة المقيسة بالسنتيفراد فلا يمكن اعتبارها متغيراً ذا مقياس مجالي لأن الصفر اختياري. وجميع مقاييس النسب هي مقاييس مجالية.

مقياس ترتيبـــي: يمكننا هذا المقياس من ترتيب المختبرين من القيمة الصغرى إلى القيمة الكبرى. وأي تكرار في القيم والذي لا يساعدنا في ترتيب القيم يمكن افتراضه ناشئاً عن دقة غير كافية في القياس.

مقياس إسمي مرتب: يمكننا تجميع المختبرين في مجموعات، لها ترتيب معين. على سبيل المثال، نسأل المرضى فيما إذا كانت حالتهم أكثر تحسناً، متحسنة بشكل قليل، لا يوجد أي تغيير، أكثر سوءاً بقليل أو سيئة جداً.

مقياس إسمي: يمكننا هنا تجميع المختبرين في مجموعات لا تحتاج إلى أي ترتيب. يتم قياس لون العين بمقياس إسمي.

مقياس إثنائي: في هذه الحالة يتم تجميع المختبرين في مجموعتين فقط. على سبيل المثال، متوفى أو على قيد الحياة. وهذه هي حالة خاصة من المقياس الاسمي.

بشكل واضح، نجد أن هذا التقسيم متداخل حيث أن أي مقياس مجالي يمكن اعتباره مقياس ترتيبي. لذلك من المفيد تطبيق طرق تلائم المستوى الأدنـــى للقياس، متجاهلين بذلك بعض التعليمات.

تسمح لنا المقاييس المتناسبة والمجالية بحساب المتوسطات والتفاوتات وإيجاد الأخطاء المعيارية ومجالات الثقة. على سبيل المثال، في مقارنة مجموعتين يمكننا إيجاد الفرق بين المتوسطات وتقدير حدود هذه المتوسطات في المجتمع الإحصائي من خلال العينة الإحصائية المدروسة. من أجل العينات الكبيرة، لا يُشكل حساب مجال الثقة أي مشكلة رياضية، وذلك لأن للمتوسطات توزيع طبيعي وكذلك التفاوتات هي تقدير جيد لقيمها في المجتمع الاحصائي أما من أجل العينات الصغيرة، فإنه يجب أن نفترض أن المعطيات نفسها مأخوذة من توزيع طبيعي. تحقق العديد من المقاييس المجالية شرط التوزيع الطبيعي وإذا لم تكن كذلك فإنه بواسطة تحويل مناسب نغير توزيعها لتوزيع طبيعي. إن الطرق التـــي تحقق شرط التوزيع الطبيعي أكثر قوة من تلك التـــي لا تحقق. أما إذا كانت فرضيات التوزيع الطبيعي غير قابلة للتحقق فيمكننا استخدام الطرائق الرتيبة. أما من أجل البيانات الترتيبية والمستويات الدنيا للقياسات، تزودنا التحليلات البسيطة باختبارات اعتداد فقط وهي أقل كفاية.

3.14 مقارنـة مجموعتين Comparing two groups

تتلخص الطرق المستعملة لمقارنة مجموعتين في الجدول (1.14).

المعطيات المجالية: لقد ذكرنا أنه يجب أن تكون العينات كبيرة، لنقل أكبر من 50 في كل مجموعة، عندها تعطى مجالات الثقة للمتوسطات باستخدام التقريب الطبيعي الفقرة (5.8). أما من أجل العينات الصغيرة، فيمكننا إيجاد مجالات الثقة للمتوسطات عن طريق توزيع ستيودنت t أو يمكننا إجراء تحويل ما على المعطيات للوصول إلى توزيع طبيعي. أما إذا لم تتحقق هاتان الحالتان، فإن اختبار مان ويتنـــي (اختبار – U) يحل المشكلة الفقرة (2.12). وهذا مفيد جداً عندما تكون المعطيات مراقبة، أي أنه، يوجد قيم صغيرة جداً وكبيرة

للقياس. وهذا الأمر يحدث عندما تكون التركيزات المقيسة صغيرة جداً وغير قابلة للملاحظة (غير ملحوظة). وإذا تأكدنا أن المعطيات تتوزع توزيعاً طبيعياً فإنه من الممكن مقارنة التفاوتات للمجموعات المدروسة مستعملين بذلك اختبار فيشر F الفقرة (8.10).

الجدول **1.14** : الطرق المستعملة لمقارنة مجموعتين

نوع المعطيات	حجم العينة	الطريقة المستعملة
مجالية	أكبر من 50 لكل عينة	توزيع طبيعي للمتوسطات الفقرة (5.8، 7.9)
	أقل من 50 لكل عينة مع توزيع طبيعي وتباين منتظم	اختبار ستيودنت الفقرة (3.10)
	أقل من 50 وكل عينة لا تتبع التوزيع الطبيعي	اختبار مان ـــ ويتني (اختبار – U) الفقرة (2.12)
مرتبة	أياً كان العدد	اختبار مان – ويتني الفقرة (2.12)
ترميزية مرتبة	حجم العينة أكبر من 30	اختبار كاي – مربع للاتجاه الفقرة (8.13)
ترميزية غير مرتبة	حجم العينة كبير بحيث أن جميع التكرارات المتوقعة أكبر من 5	اختبار كاي – مربع الفقرة (1.13)
	حجم العينة صغير، أكثر من 20% من التكرارات المتوقعة أقل من 5	تخفيض عدد الفئات بعد دمجها أو أبعاد غير الملائم منها الفقرة (3.13)
المتقطعة	حجم العينة كبير وجميع التكرارات المتوقعة أكبر من 5	مقارنة نسبتين الفقرة (6.8، 9.8) اختبار كاي – مربع الفقرة (1.13) تناسب الفرص الفقرة (7.13)
	حجم العينة صغير، واحدة على الأقل من التكرارات المتوقعة أقل من 5	اختبار كاي – مربع مع تصحيح ياتس الفقرة (5.13) اختبار فيشر التام (4.13)

المعطيات الترتيبية: يُجرى اختبار الاتجاه بأن تزيد عناصر مجموعة ما على مجموعة أخرى باستخدام اختبار مان ويتنـــي (اختبار – U) الفقرة (2.12).

معطيات إسمية مرتبة: يمكن التعبير عن هذه المعطيات بجدول ثنائي يكون فيه أحد المتغيرات دالاً على المجموعات المدروسة والآخر على المعطيات الإسمية المرتبة. تختبر إحصائية كاي – مربع الفقرة (1.13) الفرضية الابتدائية الدالة على عدم وجود علاقة بين المجموعة والمتغير، والذي لا تأخذ بعين الاعتبار الترتيب. إما إذا أردنا أخذ ذلك بعين الاعتبار فإننا

نستخدم اختبار كاي – مربع للاتجاه والذي يراعي الترتيب ويعطي اختباراً أقوى الفقرة (8.13).

معطيات إسمية: يعبر عن هذه المعطيات بجدول ثنائي كما هو مذكور سابقاً. يعتبر اختبار كاي – مربع ملائماً لدراسة مثل هذه الجداول الفقرة (1.13). وإن شرط صحة هذا الاختبار هو أن يكون على الأقل 80% من التكرارات المتوقعة أكبر من 5 وإلا فإنه يجب علينا دمج أو حذف بعض الفئات بشكل مناسب الفقرة (3.13). أما إذا أمكننا أن نحول الجدول المدروس إلى جدول من الشكل 2 × 2 بدون وضع الشرط السابق نطبق اختبار فيشر التام.

معطيات إثنائية: من أجل العينات الكبيرة، يمكننا التعبير عن المعطيات في هذه الحالة على شكل نسبتين عندها نستعمل التقريب الطبيعي لإيجاد مجالات ثقة للفرق بينهما الفقرة (6.8). أو كتابة هذه البيانات في جدول 2 × 2، ثم نستعمل اختبار كاي – مربع الفقرة (1.13). إن هاتين الطريقتين متكافئتان. يمكننا حساب معدل الأرجحية الفقرة (7.13). أما إذا كان حجم العينة صغيراً فإنه يمكننا استعمال توزيع كاي – مربع مع تصحيح ياتس له الفقرة (5.13). وكذلك يمكننا استعمال اختبار فيشر التام الفقرة (4.13).

4.14 عينة واحدة وعينات الأزواج

One sample and paired samples

تتلخص طرق تحليل عينات الأزواج في الجدول (2.14).

المعطيات المجالية: يتم الاستدلال على الفروق بين قيم المتغير المشاهدة من خلال شرطين. فمن أجل العينات الكبيرة، أي $n > 100$، يمكننا إيجاد مجال لمتوسط الفروق باستخدام التوزيع الطبيعي المقرب الفقرة (3.8). أما في العينات الصغيرة فيمكننا استعمال اختبار t – ستيودنت بشرط انتماء الفروق للتوزيع الطبيعي الفقرة (2.10). إن هذه الفرضية معقولة حيث يتم حذف معظم التغيرات بين الأفراد ولا يبقى سوى الخطأ العشوائي. أكثر من ذلك، إن الخطأ هنا هو نتيجة لخطأي قياس وبالتالي فإنه سيتبع التوزيع الطبيعي. أما إذا لم يتحقق ذلك، فإننا نقوم بتحويل المعطيات الأصلية بهدف جعل الفروق تتوزع توزعاً طبيعياً الفقرة (4.10) أما

إذا لم يمكن الوصول للحالتين الأخيرتين، فإننا نطبق اختبار ويلكوكسن الرتبي للأزواج المتقابلة الفقرة (3.12).

الجدول **2.14** : طرق لاختبار الفروق في عينة واحدة وعينات الأزواج

نوع المعطيات	حجم العينة	الطريقة المستعملة
مجالية	كبيرة > 100	توزيع طبيعي الفقرة (3.8)
	صغيرة < 100 فروق طبيعية	اختبار ستيودنت t للأزواج
	صغيرة < 100 والفروق غير طبيعية	اختبار الأزواج لويلكوكسن الفقرة (12 3)
ترتيبـــي	أياً كان حجم العينة	اختبار الإشارة الفقرة (2.9)
اسمية مرتبة	أياً كان حجم العينة	اختبار الإشارة الفقرة (2.9)
اسمية	أياً كان حجم العينة	اختبار ستيوارت الفقرة (9.13)
إثنائي	أياً كان حجم العينة	اختبار ستيوارت الفقرة (9.13)

إنه من النادر أن نسأل فيما إذا كان يوجد فرق في التغيرية في المعطيات المزاوجة. وهذا يمكن اختباره عن طريق إيجاد الفروق بين الشرطين والمجموعين المقابل لهما. فإذا لم يوجد أي تغير في التفاوت فإن توقع معامل الارتباط بين الفرق والمجموع يساوي الصفر (اختبار بيتان). وهذا الأمر غير بديهي ولكنه صحيح.

المعطيات الترتيبية: إذا لم تشكل المعطيات مقياساً مجالياً، كما هو مشار إليه في الفقرة (2.14) فإن الفرق بين الشرطين سيكون مهملاً. ومع ذلك، فإنه يمكننا التحدث عن اتجاه هذا الفرق، ويمكننا فحص هذا باختبار الاشارة الفقرة (2.9).

المعطيات الإسمية المرتبة: نســتعمل اختبار الإشــارة، بحيث تمثل التغيرات باتجاه ما بالاشارة + والتغيرات بالاتجاه الآخر بالاشارة – فإذا لم يكن ثمة تغير فبالصفر الفقرة (2.9).

المعطيات الإسمية: إذا كان لدينا أكثر من فئتين فإنه من الصعب القيام بذلك، ونستمل عندها تعميم ستيورات لأكثر من فئتين في اختبار ماكنيمار الفقرة (9.13).

المعطيات الإثنائية: نقارن هنا بين نسبتـــي المفردت الاحصائية في حالة ما ضمن الشرطين. إن الاختبار الملائم لمثل هذه المعطيات هو اختبار ماكنيمار الفقرة (9.13).

5.14 العلاقة بين متغيريـــن

Relationship between two variables

تلخص الطرق التـــي تدرس العلاقات بين عدة متغيرات في الجدول (3.14) أما بالنسبة للعلاقات بين المتغيرات الإثنانية فيمكن أن تدرس كفرق بين مجموعتين الفقرة (3.14)، حيث تُعرف المجموعتان بحالتي المتغير الإثنانـــي. لقد تمّ استبعاد المعطيات الاثنانية من هذه الفقرة، ولكنها متضمنة في الجدول (3.14).

معطيات مجالية مع معطيات مجالية: يمكننا استعمال طريقتين: الانكفاء والارتباط. من المفضل استعمال الانكفاء الخطي الفقرتان (2.11) و (5.11) لأنه يُعطينا معلومات حول طبيعة العلاقة وكذلك حول وجودها. يقيس الارتباط الفقرة (9.11) شدة العلاقة بين المتغيرين. كما أن المتبقيات حول مستقيم الانكفاء يجب أن تتوزع توزيعاً طبيعياً بتفاوت منتظم. من أجل التقدير، يتطلب معامل الارتباط أن يتبع المتغيران المدروسان التوزيع الطبيعي، ولكن لاختبار الفرضية الابتدائية يكفي أن يتبع واحد من المتغيرين التوزيع الطبيعي. أما إذا كان توزيع كل من المتغيرين المدروسين غير طبيعي فعندئذٍ نستعمل ارتباط الرتب الفقرة (4.12 و5.12).

معطيات مجالية مع معطيات ترتيبية: معامل ارتباط الرتب الفقرة (4.12 و5.12).

معطيات مجالية مع معطيات إسمية مرتبة: يمكننا دراسة مثل هذه العلاقة بمعامل ارتباط الرتب، معامل كندل τ الفقرة (5.12) لأنه يتجاوز مشكلة الأعداد الكبيرة للقيم المتساوية أكثر من معامل سبيرمان ρ، أو باستعمال تحليل التفاوت كما هو مشروح في العلاقة بين المعطيات المجالية والمعطيات المرتبة. ويتطلب تحليل التفاوت فرضية التوزيع الطبيعي والتفاوت المنتظم للمتغير المجالي. ويجب أن نلاحظ أن هاتين الطريقتين غير متكافئتين.

معطيات مجالية ومعطيات إسمية: إذا توزعت المعطيات المجالية توزعاً طبيعياً فإننا نستعمل تحليل التفاوت وحيد التصنيف الفقرة (9.10)، مع الافتراض أن المتغير المجالي داخل الفئات يتوزع توزعاً طبيعياً بتفاوت منتظم أما إذا كانت هذه الفرضية غير محققة فإننا نلجأ إلى تحليل كروسكال واليس للتفاوت باستخدام الرتب الفقرة (2.12).

الجدول 3.14 : الطرق الإحصائية لدراسة العلاقات بين المتغيرات.

	مجالية (طبيعية)	مجالية (غير طبيعية)	ترتيبية
مجالية طبيعية	الانكفاء الفقرة (2.11) الارتباط الفقرة (9.11)	انكفاء الفقرة (2.11) الارتباط الرتبـي الفقرة (5.12، 4.12)	الارتباط الرتبـي الفقرة (5.12، 4.12)
مجالية (غير طبيعية)	الانكفاء الفقرة (2.11) الارتباط الرتبـي الفقرة (5.12، 4.12)	الارتباط الرتبـي الفقرة (5.12، 4.12)	الارتباط الرتبـي الفقرة (5.12، 4.12)
ترتيبية	الارتباط الرتبـي الفقرة (5.12، 4.12)	الارتباط الرتبـي الفقرة (5.12، 4.12)	الارتباط الرتبـي الفقرة (5.12، 4.12)
إسمية مرتبة	الارتباط الرتبـي لكندل الفقرة (5.12)	الارتباط الرتبـي لكندل الفقرة (5.12)	الارتباط الرتبـي لكندل الفقرة (5.12)
إسمية	تحليل التباين الفقرة (9.10)	اختبار كروسكال واكيس الفقرة (2.12)	اختبار كروسكال واكيس الفقرة (2 12)
الثنائية	اختبار ستيودنت t الفقرة (3.10) اختبار الطبيعي الفقرة (7.9، 5.8	من اجل عينات كبيرة اختبار الطبيعي الفقرة (5.8، 7.9) اختبار مان ويتنـي (U – اختبار) الفقرة (2.12)	اختبار مان ويتنـي (U – اختبار) الفقرة (2.12)

	إسمية مرتبة	إسمية	الثنائية
مجالية (طبيعية)	ارتباط الرتب الفقرة (5.12، 4.12	تحليل التباين الفقرة (9.10)	اختبار ستيودنت t الفقرة (3.10) اختبار الطبيعي الفقرة (7.9، 5.8
مجالية (غير طبيعية)	ارتباط الرتب لكندل الفقرة (5.12)	اختبار كروسكال واليس الفقرة (2.12)	من أجل عينات كبيرة اختبار طبيعي الفقرة (7.9، 5.8) اختبار مان ويتنـي (U – اختبار) الفقرة (2.12)
ترتيبية	ارتباط الرتب لكندل الفقرة (5.12)	اختبار كروسكال واليس الفقرة (2.12)	اختبار مان ويتنـي (U – اختبار) الفقرة (2.12)
إسمية مرتبة	اختبار كاي – مربع للاتجاه العام الفقرة (8.13)	اختبار كاي – مربع الفقرة (1.13)	اختبار كاي – مربع للاتجاه العام الفقرة (8.13)
إسمية	اختبار كاي – مربع الفقرة (1.13)	اختبار كاي – مربع الفقرة (1.13)	اختبار كاي – مربع الفقرة (1.13)
إثنائية	اختبار كاي – مربع للاتجاه العام الفقرة (8.13)	اختبار كاي – مربع الفقرة (1.13)	اختبار كاي – مربع للاتجاه العام الفقرة (5.13، 1.13) اختبار فيشر التام الفقرة (4.13)

معطيات ترتيبية مع معطيات ترتيبية: نستعمل في مثل هذه الحالات معامل ارتباط الرتب، معامل سبيرمان ρ الفقرة (4.12) أو معامل كندل τ الفقرة (5.12). يعطي كلا المعاملين أجوبة ونتائج متشابهة لاختبار الفرضية الابتدائية الدالة على عدم وجود علاقة بغياب القيم المتساوية. أما بالنسبة للمعطيات بقيم متساوية فإننا نفضل استخدام معامل كندل τ لقياس شدة العلاقة.

معطيات ترتيبية مع إسمية مرتبة نستعمل معامل ارتباط كندل τ الفقرة (5.12).

معطيات ترتيبية مع إسمية نستعمل معامل ارتباط كندل أيضاً الفقرة (2.12).

معطيات إسمية مرتبة ومعطيات إسمية مرتبة نلجأ إلى اختبار كاي مربع للاتجاه العام الفقرة (8.13).

معطيات إسمية ومعطيات إسمية نستخدم اختبار كاي مربع لجدول احتمالي بمدخلين الفقرة (1.13).

معطيات إسمية مع معطيات إسمية نستخدم اختبار كاي - مربع لجدول ذي مدخلين الفقرة (1.13)، بشرط أن تكون القيم المتوقعة كبيرة بشكل كاف. وإلا فإننا نستعمل تصحيح ياتس الفقرة (5.13) أو اختبار فيشر التام الفقرة (4.13).

M14 أسئلة الاختيار من متعدد من 75 إلى 80.

يجاب على كل سؤال إما بصح أو خطأ.

75. المتغيرات التالية ذات مقياس مجالي:

آ - الطول

ب - وجود أو عدم وجود الربو

ج - قيم (Apgar)

د - العمر

هـ - حجم الزفير القسري

76. يبين الجدول (4.14) عدد العوارض المرفوضة والتي تلي عملية زرع قلب في زمرتين من المرضى:

آ - يمكـــن مقارنة معدلات الرفض في المجتمعين الإحصائيين باســـتعمال اختبـــار U لمان- ويتنـــي.

ب - يمكن مقارنة معدلي الرفض في المجتمعين الإحصائيين باستعمال اختبار t ستيودنت

ج - يمكن مقارنة معدلي الرفض في المجتمعين الإحصائيين باستعمال اختبار كاي - مربع للاتجاه العام

د - لا يطبق اختبار كاي مربع على جدول 4 × 2

هـ - يمكن اختبار الفرضية القائلة بأن عدد العوارض يتبع توزيع بواسون باستعمال اختبار كاي - مربع لجودة الملاءمة

الجدول 4.14 : عدد العوارض المرفوضة خلال 16 أسبوع بعد عملية زرع قلب في زمرتين من المرضى

عدد العوارض	الزمرة A	الزمرة B	الكلي
0	10	8	18
1	15	6	21
2	4	0	4
3	3	0	3
عدد المرضى الكلي	32	14	46

77. أُعطي عشرون مريضاً مسكناً جديداً للألم أو أسبرين بشكل عشوائي خلال عدة أيام متتالية. وتمّ قياس شدة الكريب لدى المرضى. فالطرق الناجعة التي تستخدم في استقصاء التأثير العلاجي تتضمن:

آ - اختبار U مان- ويتنـــي

ب - اختبار المزاوجة لـــ t ستيودنت

ج - اختبار الإشارة

د - مجالات الثقة الطبيعية للفرق بين المتوسطين

هـ - اختبار ويلكوكسن للأزواج المتقارنة (اختبار الرتب).

78. يمكن أن تستخدم الطرائق التالية لاستقصاء العلاقة بين متغيرين مستمرين:

آ - اختبار المزاوجة لـــ t - ستيودنت

ب – معامل الارتباط r

ج – انكفاء خطي بسيط

د – معامل كندل τ

هـ – معامل سبيرمان ρ.

79. عندما نقوم بتحليل متغيرين فئويين فإننا نستعمل الطرق الاحصائية التالية:

آ – انكفاء خطي بسيط

ب – معامل الارتباط r

ج – اختبار المزاوجة لـ t ستيودنت

د – معامل كندل τ

هـ – اختبار كاي – مربع.

80. لمقارنة مستويات متغير مستمر في مجموعتين، فإن الطرق الممكنة لذلك هي:

آ – اختبار U مان– ويتنـي

ب – اختبار فيشر التام

ج – اختبار t – ستيودنت

د – اختبار ويلكوكسن للأزواج المتقاربة (اختبار الرتب)

هـ – اختبار الإشارة.

E 14 تمرين: اختيار طريقة إحصائية

1. في تجربة العبور التقاطعي، نريد مقارنة نوعين من الأجهزة الطباقية الفموية لـ 14 مريضاً قد وضع لهم أولاً النظام A، فتبين أن 5 منهم قد فضلوا النظام A و9 النظام B و لم يبد أي مريض عدم تفضيله لأحد النظامين. من بين المرضى الذين وضع لهم النظام B أولاً فضل 7 منهم النظام A، وفضل 5 النظام B و4 لم يفضلوا نظاماً على آخر كيف يمكننا أن نقرر فيما إذا كان أحد العلاجين أفضل من الآخر؟ وكيف يمكننا أن نقرر فيما إذا كان ترتيب العلاج يؤثر على الاختبار؟

2. اختبر (Burr ورفاقه 1976) طريقة لإزالة غبار البيت العالق من أسِرَّة البالغين والمصابين بالربو وذلك لبيان تأثير ذلك على آلية عمل الرئة والتي تم قياسها بالمتغير PEFR. يتضمن الاختبار فترتين في تصميم العبور التقاطعي، العلاج الشاهد والعلاج الغفل من خلال الغبار المزال من غرفة الجلوس. تعطى المتوســطات والانحرافات المعيارية للمتغير PEFR لـ 32 مُختبراً بالشكل:

العلاج النشيط	335 ليتر/دقيقة، ليتر/د SE = 19.6	
العلاج الغفل	329 ليتر/دقيقة، ليتر/د SE = 20.8	
الفروق بين المختبرين (المعالجة – الغفل)	6.45 ليتر/دقيقة، ليتر/د SE = 5.05	

كيف يمكننا أن نقرر فيما إذا كان العلاج سيحسن PEFR؟

3. في تجربة تقصي ومعالجة الضغط الشريانـــي الخفيف قام (ريدر ورفاقه 1980)، بدراسة 1138 مريضاً قد خضعوا لعلاج فعال وقد توفي منهم 8 مرضى وكذلك درسوا 1080 مريضاً قد خضعوا لغفل وقد توفى منهم 19 مريض. بعد ذلك انسحب 583 مريضاً من العلاج الفعال وقد توفى منهم 6 مرضى وكذلك انسحب 626 مريض من الغفل وقد توفى منهم 16 خلال فترة التجربة. كيف يمكنك أن تقرر فيما إذا كان التقصي أو العلاج يقلل من خطر الوفاة؟

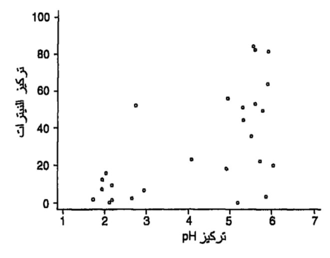
الجدول 5.14 : تركيز pH في السائل المعدي وتركيز النيترات في البول لـــ 26 مختبراً

(Hall and Northfield, prirate communication)

pH	تركيز النيترات	pH	تركيز النيترات	pH	تركيز النيترات	pH	تركيز النيترات
1.72	1.64	2.64	2.33	5.29	50.6	5.77	48.9
1.93	7.13	2.73	52.0	5.31	43.9	5.86	3.26
1.94	12.1	2.94	6.53	5.50	35.2	5.90	63.4
2.03	15.7	4.07	22.7	5.55	83.8	5.91	81.2
2.11	0.19	4.91	17.8	5.59	52.5	6.03	19.5
2.17	1.48	4.94	55.6	5.59	81.8		
2.17	9.36	5.18	0.0	5.71	21.9		

4. يبين الجدول (5.14) تركيز pH في عينات من السائل المعدي وتركيز النيترات البولي لـــ 26 مريض. يبين الشكل (1.14) المبيان التبعثري للعلاقة بين تركيز pH وتركيز النيترات. كيف يمكن اثبات وجود علاقة بين pH وتركيز النيترات؟

5. لقد تم قياس وظائف الرئة لعينة من 79 طفلاً في سوابقها دخول المشفى لاصابتها بالسعال الديكي، ولعينة من 178 طفلاً ليس في سوابقها قصة دخول مشفى لإصابتها بالسعال الديكي. إن متوسط زمن المرور بالنسبة لمصاب في سعال ديكي هو 0.49 ثانية وبانحراف معياري 0.145، أما بالنسبة للشواهد فإن الزمن المقرر s 0.47 بانحراف معياري (s.d = 0.11s)، (Johnston et al. 1983). كيف يمكنك تحليل الفرق بين وظائف الرئة للأطفال المصابين سابقاً بالسعال الديكي والذين لم يصابوا بهذا المرض سابقاً؟ مع العلم أن لكل حالة شاهدان يقابلانها. وإذا كان لدينا جميع المطيات، كيف يمكننا استخدام هذه المعلومات؟



الشكل 1.14: علاقة تركيز pH المعدي وتركيز النـتريت

6. يبين الجدول (6.14) بعض المعطيات من دراسة لمرضى مصابين بالساد قبل المعالجة وبعدها. يمثل العدد الثانـي لمتغير الرؤية قياس الحرف الذي يمكن أن يقرأه المريض على بعد 6 أمتار، ولذلك تشير الأرقام العالية لهذا المتغير إلى ضعف في الروية. أما من اجل اختبار الحساسية المتباينة والذي يعتبر كمقياس لهذه الحالة تشير الأعداد الكبيرة في هذا المتغير إلى الرؤية الجيدة. ما هي الطريقة التي يمكن استعمالها لاختبار الفرق في الرؤية

وكذلك اختبار الحساسية المتباينة قبل وبعد العمل الجراحي؟ ما هي الطريقة التي يمكن استعمالها لدراسة العلاقة بين الرؤية الحادة والحساسية المتباينة بعد العمل الجراحي؟

الجدول 6.14 : الرؤية الحادة ونتائج اختبار الرؤية بالحساسية المتباينة قبل وبعد إجراء عمل جراحي لمرض الساد

الحالة	حدة الرؤية		اختبار الحساسية المتباينة	
	قبل	بعد	قبل	بعد
1	6/9	6/9	1.35	1.50
2	6/9	6/9	0.75	1.05
3	6/9	6/9	1.05	1.35
4	6/9	6/9	0.45	0.90
5	6/12	6/6	1.05	1.35
6	6/12	6/9	0.90	1.20
7	6/12	6/9	0.90	1.05
8	6/12	6/12	1.05	1.20
9	6/12	6/12	0.60	1.05
10	6/18	6/6	0.75	1.05
11	6/18	6/12	0.90	1.05
12	6/18	6/12	0.90	1.50
13	6/24	6/18	0.45	0.75
14	6/36	6/18	0.15	0.45
15	6/36	6/36	0.45	0.60
16	6/60	6/9	0.45	1.05
17	6/60	6/12	0.30	1.05

7. يبين الجدول (7.14) العلاقة بين العمر الذي أصيب عنده الطفل بمرض الربو وبين عمر والدته أثناء حملها بهذا الطفل. كيف يمكنك اختبار فيما إذا كان يوجد علاقة بين العمرين السابقين؟ إذا أخذنا بعين الاعتبار جميع الأطفال المولودين في نفس الأسبوع من شهر آذار عام 1958، ما هي الأمور الممكنة الأخرى في هذا الجدول بغض النظر عن أن الأمهات صغيرة السن تنجب أطفالاً مصابين بالربو؟

الجدول 7.14 : الربو الولادي أو الوزيز بحسب عمر الأم

(Anderson et al. 1986)

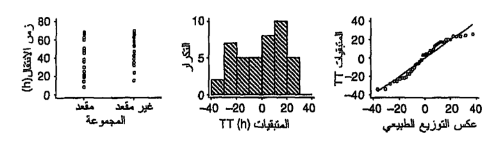
مصاب بالربو أو الوزيز	عمر الأم عند ولادتها لطفلها		
	19-15	29-20	+30
غير مصاب	261	4017	2146
هجمة عند سن السابعة	103	984	487
هجمة بين سن 8 و11	27	189	95
هجمة بين سن 12 و16	20	157	67

8. في دراسة هرمون الغدة الدرقية لأطفال خدج. نريد دراسة العلاقة بين T3 الحر المقيس خلال أوقات متعددة على سبعة أيام مع عدد الأيام التـــي يحتاج إليها الخدج للأوكسجين المساعد. يموت غالباً بعض الأطفال خلال الأيام الأولى من الولادة. والبعض الآخر يذهب للمنـــزل ويبقى معتمداً على الأوكسجين وبدون متابعة من قبل الباحثين الطبيين. كيف يمكنك التعبير عن سلاسل قياسات T3 على الأطفال بمتغير واحد؟ كيف يمكنك اختيار العلاقة بين الزمن واعتماد الطفل على الأوكسجين؟

الجدول 14.8 : زمن آلية عمل الكولون (ساعات) في مجموعتين لمقعدين وغير مقعدين لمرضى كبار السن معطيات لـ (Michael O'Connar)

المرضى المقعدين					المرضى غير المقعدين				
8.4	21.6	45.5	62.4	68.4	15.6	38.8	54.0	63.6	69.6
14.4	25.2	48.0	66.0		24.0	42.0	54.0	64.8	
19.2	30.0	50.4	66.0		24.0	43.2	57.6	66.0	
20.4	36.0	60.0	66.0		32.4	47.0	58.8	67.2	
20.4	38.4	60.0	67.2		34.8	52.8	62.4	69.6	
$n_1 = 21, \bar{x}_1 = 42.57, s_1 = 20.58$					$n_2 = 21, \bar{x}_2 = 49.63, s_2 = 16.39$				

9. يبين الجدول (8.14) زمن آلية عمل الكولون لمجموعة من المرضى المسنين والمقعدين وكذلك زمن آلية عمل الكولون لمجموعة من المرضى المسنين وغير القادرين على التحرك بشكل مستقل. يبين الشكل (2.14) المبيان التبعثري، المنسج والاختطاط الطبيعي للمتبقيات لهذه المعطيات. ما هي الطرق الإحصائية التي يجب استخدامها هنا؟ وأي واحدة منها تفضل ولماذا؟



الشكل 2.14 : المبيان التبعثري، المنسج، والاحتطاط الطبيعي لزمن آلية عمل الكولون للجدول (8.14)

الفصل الخامس عشر

القياسات السريرية Clinical measurement

1.15 إجراء القياسات Making measurements

سننظر في هذا الفصل في عدد من المسائل التـــي لها علاقة بالقياسات السريرية. منها ما يتعلق بكيفية إجراء القياسات بدقة، وكيف يمكننا المقارنة بين مختلف طرائق القياس، ثم كيف نتمكن من استخدام القياسات في التشخيص، وأخيراً كيف نتعامل مع القياسات غير الكاملة للبُقيا.

عندما نجري قياساً ما وبخاصة قياساً حيوياً، فالعدد الذي نحصل عليه هو نتاج لعدة أمور، القيمة الحقيقية للكمية المراد قياسها، التغير الحيوي، وأداة القياس نفسها، موقع الشخص المختبَر بالإضافة لخبرة المراقب وأهليته وتوقعاته. حتـــى العلاقة بينه وبين المختَبر. وبعض هذه العوامل تقع خارج مجال تحكُّم المراقب كالتغيرات الداخلية للشخص المختبَر، وبعضها الآخر ليست كذلك، مثل الموقع. والشيء الهام هو معايرة هذه العوامل. ولعل أكثر العوامل خضوعاً للتحكم هو الدقة التـــي نقرأ بها تدريجات سلم القياس وتسجيل النتائج. فلدى قياس ضغط الدم مثلاً، يسجل بعض المجربين النتائج بتقريب 5 مم زئبقي، وبعضهم الآخر بتقريب 10 مم زئبقي، كما يمكن أن يسجل بعض المجربين الضغط الانبساطي عند سماع الصوت الرابع لـــ (Korotkov) وآخرون عند الصوت الخامس. وبما أن ضغط الدم هو متغير كمي فالأخطاء في تسجيل القياسات، حسب رأي المراقبين، ليست هامة. ولدى مراقبة مريض بمفرده، فإن ضعف التماثل في النتائج يمكن أن يجعل التغيرات الظاهرية صعبة التفسير.

كما يمكن أن يكون للقياسات غير الدقيقة عواقب خطيرة في تفسير المعطيات، وقد تقود إلى نتائج خاطئة.

ما هي الدقة المطلوبة في تسجيل المعطيات؟ فبينما تعتمد هذه على الهدف الذي من أجله جمعت المعطيات، فإن أية معطيات تخضع للتحليل الإحصائي يجب أن تسجل بأكبر ما يمكن من الدقة. وجودة الدراسة تكون بمقدار جودة المعطيات، وجميع الإجراءات التـي يجب أن تستخدم في القياسات يجب أن تقرر مقدماً وتثبت في الخطة، وهي الوثيقة المكتوبة التـي تبين كيفية تنفيذ هذه الدراسة. وعلينا ألا ننسى أن الدقة في التسجيل تتوقف على عدد الأرقام المعنوية المسجلة حسب الفقرة (2.5) وليس على عدد الخانات المئوية.

فالمشاهدتان 0.15 و 1.66 من الجدول (6.15) مثلاً مسجلتان للمنـزلة العشرية نفسها، ولكن 0.15 له رقمان معنويان، بينما 1.66 له ثلاثة أرقام معنوية فالمشاهدة الثانية أكثر دقة من الأولى. وتزداد أهمية هذا عندما نحلل المعطيات، فالمعطيات في الجدول (6.15) لها توزيع متجانف، ونرغب أن نجري عليه التحويل اللوغارتيمي، إن عدم الدقة في تسجيل المعطيات في النهاية الدنيا من التدريج يُضخم باستخدام هذا التحويل. أما الارتياب في القياسات فيوجد عادة في الرقم الأخير.

ويتخذ المجرِّبون غالباً بعض القيم لهذا الرقم، ويختار أكثرهم هذا الرقم صفراً عوضاً عن الرقم 9 أو 1 مثلاً. ويعرف هذا بالرقم المفضل. ولعل الميل لقراءة ضغط الدم لأقرب خمسة مم زئبقي أو عشرة المذكورة أعلاه مثال على هذا. وتساعد الخبرة الشخصية للمجرِّب وتدريبه على جعل الرقم المفضل أصغرياً. ويجب أن تؤخذ القراءات، إن أمكن، لعدد كافٍ من الأرقام المعنوية ليصبح الرقم الأخير غير ذي أهمية. ويصبح الرقم المفضل ذا أهمية خاصة عندما تكون الفروق في الرقم الأخير ذات تأثير في المخرَجات كما هو الحال في الجدول (1.15) حيث نتعامل مع الفروق بين رقمين متماثلين. وبسبب هذا فمن الخطأ أن يأخذ قائس[1] ما قراءات ضمن جملة من الشروط، وقائس آخر ضمن شروط أخرى وذلك لأن درجة الرقم المفضل يمكن أن تختلف.

ومن المهم أيضاً الاتفاق علىالدقة التـي يجب أن تؤخذ بها المعطيات والتأكد من أن الأدوات لها تدريجات دقيقة بشكل كاف يناسب العمل الذي بين أيدينا.

---

[1] قائس: اسم فاعل من قاس

2.15 قابلية الإعادة وخطأ القياس
Repeatability and measurement error

ناقشت فيما سبق بعض العوامل التـي تؤدي إلى تحيز في القياسات وذلك في الفقرات (7.2) و(8.2) و(6.3). ولم أُعنَ حتـى الآن بإمكان التغير الحيوي الطبيعي في الشخص المختبَر وفي طريقة القياس، والتـي يمكن أن تقود إلى خطأ في القياس. إن كلمة خطأ (Error) مشتقة من الجذر اللاتينـي الذي يعنـي (يطوف) واستخدامه في الإحصاء قريب من هذا المعنـى كما جاء في الفقرة (2.11) على سبيل المثال. وهكذا فخطأ القياس يمكن أن يتضمن التغير الطبيعي المستمر لكمية حيوية، عندما تستخدم مشاهدة واحدة لتميز الشخص المختبَر. فمثلاً في قياس ضغط الدم، نتعامل مع كمية تتغير باستمرار ليس فقط من شخص لآخر بل من يوم ليوم، ومن فصل لفصل، وحتـى أنها تتغير مع جنس القائس. ثم إن القائس يبدي أيضاً تغيراً في القدرة على استيعاب الصوت، وقراءة مقياس الضغط. وبسبب هذا فمعظم القياسات السريرية لا يمكن اعتمادها دون النظر إلى أخطائها.

الجدول 1.15 : يمثل قراءتين لـ 17 متطوعاً صحيحاً باستخدام جهاز Wright Meter

المختبر	PEFR (ليتر/د)		المختبر	PEFR (ليتر/د)	
	الأولى	الثانية		الأولى	الثانية
1	494	490	10	433	429
2	395	397	11	417	420
3	516	512	12	656	633
4	434	401	13	267	275
5	476	470	14	478	492
6	557	611	15	178	165
7	413	415	16	423	372
8	442	431	17	427	421
9	650	638			

إن تحديد قياس الخطأ ليس صعباً من حيث المبدأ. وللقيام بذلك نحتاج إلى مجموعة من القياسات المتكررة، نحصل عليها بإجراء عدة قياسات لكل من الأفراد المختبَرين. ونستطيع بعدئذ تقدير الانحراف المعياري للقياسات المتكررة للشخص المختبَر ذاته. يبين الجدول (1.15) بعض القياســات المتكررة لمعدل تدفــق الهواء الزفيري الأقصى **وفق مقياس**

(Wright Peak Flow) (راجع الفقرة 2.10). ونستطيع إيجاد الانحراف المعياري للأفراد المختبرين بتحليل التفاوت باتجاه واحد حسب الفقرة (9.10). ويمثل الجدول (2.15) مجموعات المختبرين في الفقرة (9.10)، التفاوت فيما بين المختبرين هو متوسط المربعات المتبقي في تحليل جدول التفاوت، والانحراف المعياري s_w هو الجذر التربيعي له. من الجدول (2.15) نجد أنه يساوي $s_w = \sqrt{234.3} = 15.3$ ليتر/د.

الجدول 15.2 : تحليل التفاوت لمعطيات PPEFR في الجدول (1.15)

مصدر التغير	درجة الحرية	مجموع المربعات	متوسط المربعات	التفاوت المعدل (F)	الاحتمال
المجموع	33	445 581.5			
بين المختبرين	16	441 598.5	27499.9	117.8	P < 0.0001
المتبقي (داخل المختبرين)	17	3 983.0	234.3		

يوجد عدد من الطرائق يمكن بها تقديم خطأ القياس للمنتفعين بهذه القياسات. فيمكن أن يُعطى على شكل الانحراف المعياري المحسوب أعلاه، أو حسب التوصية المقدمة من المعهد البريطانـــي للمقاييس (BSI, 1979) وهي القيمة التـــي يقع دونها الفرق بين قياسيْن باحتمال 95% بشرط أن تتوزع قياسات الأخطاء وفق التوزيع الطبيعي، وتقدر هذه القيمة وفق $1.96 \times \sqrt{2s_w^2} = 2.77s_w$. وقد نصحت BSI (1979) بالكمية $2 \times \sqrt{2s_w^2} = 2.88s_w$. ومن الواضح أن 2.77 أكثر دقة، ولكن هذا لا يشكل فرقاً من الوجهة العملية. وسأستعمل في هذا الفصل انحرافين معيارين عوضاً عن 1.96 انحرافاً معيارياً على كل طرف من طرفي المتوسط للتبسيط.

يمكن أن يعبر عن خطأ القياس أيضاً بمعامل التغير بين المختَبرين وهو حاصل قسمة الانحراف المعياري على المتوسط. وغالباً نَضربه بـــ 100 ليعُطى كنسبة مئوية. وفي مثالنا متوســـط PEFR هو 447.9 ليتر/د، ويصبح معامل التغير هو 15.3/447.9 = 0.034 أو 3.4%. إن الفرق بين القيمة المشاهدة، ويدخل فيها خطأ القياس، والقيمة الحقيقية لا يتعدى انحرافين معياريين باحتمال 95%. ونعنـــي هنا بالقيمة الحقيقية القيمة الوسطية التـــي نحصل عليه من عدد كبير من القياسات. ويمكن أن يعبر عن 0.068 = 15.3/447.9 × 2 أو ما يساوي 7%.

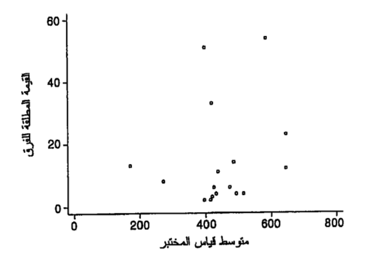
الجدول **3.15** : تحليل التفاوت لمعطيات FEFE المحولة لوغاريتمياً (الأساس e) للجدول (1.15)

مصدر التغير	درجة الحرية	مجموع المربعات	متوسط المربعات	التفاوت المعدل (F)	الاحتمال
المجموع	33	3.160 104			
بين المختبرين	16	3 139 249	0.196 203	159.9	$P < 0.0001$
المتبقي (داخل المختبرين)	17	0.020 855	0.001 227		

والأشكال في التعبير عن الخطأ كنسبة مئوية في هذا المثال، هو أن 7% من المشاهدة الصغرى وهي 165 ليتر يساوي 12 ليتر/د فقط، بينما 7% من المشاهدة الكبرى وهي 656 ليتر يساوي 46 ليتر/د. وهذه ليست طريقة جيدة إذا كان المجال كبيراً بالمقارنة مع حجم المشاهدة الصغرى، والخطأ لا يتوقف على قيمة القياس. بينما تكون جيدة إذا كان الانحراف المعياري متناسباً مع المتوسط. وفي تلك الحالة يمكن أن يستخدم التحويل اللوغارتيمي الفقرة (4.10). من جهة أخرى لا يوجد مسوغ لتطبيق التحويل اللوغارتيمي على معطيات الجدول (1.15)، إنما قمت بذلك لمجرد الإيضاح. يعطي الجدول (3.15) الانحراف المعياري بين الأفراد وفق التدرج اللوغاريتمي بالمقدار $s_w = \sqrt{0.001227} = 0.0350$. ليس لهذا الانحراف المعياري الواحدات نفسها التي للمعطيات الأصلية، إنما هو عدد مجرد. فإذا قمنا بالتحويل العكسي باستخدام التابع الأسي (antilog) نجد $\exp(0.035\,0) = 1.036$. وهو لا يساوي الانحراف المعياري وفق تدريجات PEFR. والسبب في هذا أنه للحصول على s_w علينا أن نطرح لوغاريتم عدد من لوغاريتم آخر، أي نطرح المتوسط وفق التدريج اللوغاريتمي من المشاهدات وفق هذا التدريج ونعلم أن الفرق بين لوغاريتمي عددين هو لوغاريتم نسبتهما. وهذا يعني أن عملية الطرح وفق التدريج اللوغاريتمي، تقابل عملية تقسيم وحدة من PEFR على أخرى ويكون الناتج نسبة لا أبعاد لها. وهكذا فإن التابع المعاكس للوغاريتم s_w هو نسبة المتوسط مضافاً إليه انحراف معياري واحد إلى المتوسط. فإذا طرحنا 1 من هذه النسبة، نحصل على النسبة بين الانحراف المعياري والمتوسط وهي تمثل معامل التغير. وفي مثالنا هذا يساوي $1.036 - 1 = 0.036$ أو 3.6% وهي قريبة جداً من 3.4% التي حصلنا عليها بالطريقة المباشرة. عندما يتناسب الانحراف المعياري مع المتوسط،

نحصل على طريقة لتقدير معامل التغير، ومنها يمكننا تقدير الانحراف المعياري للقياسات المتكررة في أية نقطة داخل مجال القياسات.

سننظر الآن فيما إذا كان الخطأ يتوقف على قيمة القياس، وعادة يكون الخطأ أكبر كلما كانت القيم أكبر. ولإيضاح هذا، نختط المبيان التبعثري للقيم المطلقة للفروق بدلالة متوسط المشاهدتين فنحصل على الشكل (1.15). فمن أجل معطيات PEFR لا توجد علاقة واضحة بين المتغيرين. ويمكننا اختبار هذا بحساب معامل الارتباط الفقرة (9.11) أو معامل الارتباط الرتبـــي الفقرة (4.12) و(5.12). ففي الشكل (1.15) لدينا $\tau = 0.17$ و$P = 0.3$ وهذا يعنـــي إمكان وجود علاقة ضعيفة بين خطأ القياس وحجم الـــ PEFR. لذا فمعامل التغير لا يمثل خطأ القياس بالدرجة ذاتها الذي يمثله الانحراف المعياري داخل القيم. وفي معظم القياسات السريرية، يكون الانحراف المعياري إما مستقلاً عن القياسات أو متناسباً معها. وهكذا يمكننا استخدام واحدة من هاتين الطريقتين.



الشكل 1.15 : الفرق بالقيمة المطلقة بدلالة مجموع قراءتين لذروة التدفق على جهاز Wright Meter

يمكن أن يُمثل خطأ القياس كمعامل الارتباط بين أزواج القراءات، وقد يسمى هذا أحياناً **موثوقية القياس**، وغالباً ما يستعمل في القياسات النفسية باستخدام الروائز الاستبيانية. ومع ذلك يتوقف الارتباط على حجم التغير بين الأفراد المختبرين. فإذا تعمدنا اختيار الأفراد بقصد الحصول على مجموعة واسعة الانتشار من القيم الممكنة، فالارتباط سيكون أقوى مما لو

أخذنا عينة عشوائية من الأفراد. لذا فعلينا ألا نستخدم هذه الطريقة إلا إذا كانت لدينا عينة تمثل الأفراد الذين نهتم بدراستهم. إن **معامل الارتباط ما بين الفئات** وهو صيغة خاصة لا تأخذ في الحساب الترتيب الذي تؤخذ به المشاهدات، والتـــي يمكن أن تؤخذ فيها أكثر من مشاهدتين لكل مختبر، مفضل في هذا التطبيق.

3.15 مقارنة طريقتين في القياس

Comparing two methods of measurement

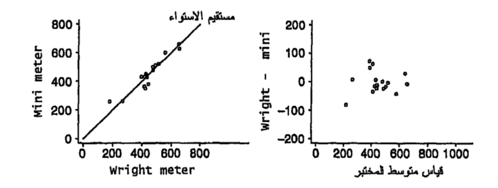
في القياسات السريرية، معظم الأشياء التـــي نرغب في قياسها، مثل القلب، والرئة والكبد. وغيرها هي أعضاء توجد في عمق الجسم الحي ولا يمكن الوصول إليها. وهذا يعنـــي أن كثيراً من الطرائق التـــي تستخدم في قياسها هي غير مباشرة،وفي هذه الحالة لا يمكننا أن نعرف مدى دقة هذه القياسات. عندما نستخدم طريقة جديدة في القياس، فعوضاً أن نقارن مخرجاها مع مجموعة من القيم المعروفة، يتحتم علينا أن نقارنها مع طريقة أخرى أيضاً غير مباشرة. وهذه طريقة عامة في الدراسة، وهي غالباً ما تنجز بشكل ســيئ. (Altman و Bland 1986 ،Bland و Altman 1983).

الجدول 4.15 : مقارنة بين قياس PEFR ليتر/د بطريقتين

رقم المختبر	PEFR (ليتر/د) Wright meter	Mini meter	الفرق Wright − mini
1	494	512	−18
2	395	430	−35
3	516	520	−4
4	434	428	6
5	476	500	−24
6	557	600	−43
7	413	364	49
8	442	380	62
9	650	658	−8
10	433	445	−12
11	417	432	−15
12	656	626	30
13	267	260	7
14	478	477	1
15	178	259	−81
16	423	350	73
17	427	451	−24
المجموع			−36
المتوسط			2.1
S.d.			38.8

يبين الجدول (4.15) قياسات الـ PEFR بطريقتين مختلفتين: تمثل إحداهما قياسات مأخوذة من الجدول (1.15). وسأستخدم للتبسيط قياساً واحداً فقط لكل (Wright meter) طريقة. وفي حالة مجموعتين من القياسات يمكننا أخذ معدل كل زوج أولاً، ولكن هذا يضيف مرحلة جديدة في الحساب. وقد قدم (Bland وAltman 1986).

تفصيلات حول ذلك. إن الخطوة الأولى في هذه الدراسة هي تمثيل المعطيات وفق المبيان التبعثري الشكل (2.15). إذا رسمنا مستقيم الإستواء، فعلى امتداد هذا المستقيم يتساوى القياسان، وهذا يعطينا فكرة عن المجال الذي تتوافق فيه الطريقتان. ولكن هذه الطريقة ليست المفضلة للنظر في معطيات من هذا النمط، لأن معظم أجزاء المستقيم خالية، والنقط المهمة تتراكم حوالي المستقيم. أما الطريقة المفضلة هنا فهي إنشاء مخطط الفروق بين نواتج الطريقتين بدلالة مجموع القياسين أو متوسطهما، وإشارة الفرق هنا مهمة، إذ من الممكن أن تعطي إحدى الطريقتين قيماً أعلى من الأخرى وهذه يمكن أن ترتبط بالقيم الحقيقية التـــي نحاول أن نقيسها. وهذا الاختطاط مبين أيضاً في الشكل (2.15).

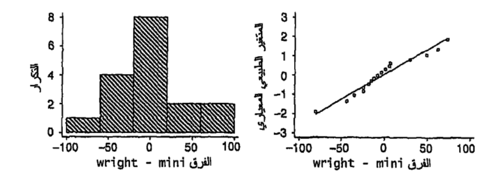


الشكل 2.15 : قياس PEFR بطريقتين: mini meter بدلالة wright meter وفرق القياسين بدلالة متوسط القياسين

تتوافق طريقتان في القياس، إذا كان الفرق بين مشاهدتين للمختَبر ذاته بتطبيق الطريقتين هو من الصغر بحيث يمكن المبادلة بينهما. أما مقدار صغر هذا الفرق، فيعتمد على القياس، وعلى الهدف الذي يوضع له. وهذا قرار سريري وليس قراراً إحصائياً. سنحدد الفروق وذلك بتقدير التحيز، الذي هو متوسط الفروق، كما نحدد النهايات التـــي تقع ضمنها

معظم الفروق، وتقدر هذه النهايات من المتوسط والانحراف المعياري للفروق. ونلاحظ من الشكل (4.15) أنه ليس ثمة دليل واضح على وجود علاقة بين الفرق والمتوسط. ويمكننا أن نتفحص هذا باختبار الاعتداد لمعامل الارتباط. ونحصل على $r = 0.19$ و $P = 0.5$.

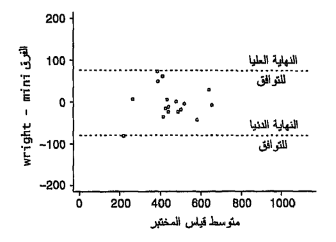
إن متوسط الفروق قريب من الصفر، وهذا يعني وجود دليل ضعيف على تحيز إجمالي. ويمكننا تعيين مجال الثقة لمتوسط الفروق كما هو موصوف في الفقرة (2.10). فمتوسط الفروق يساوي -2.1 ليتر/د وانحرافها المعياري هو 38.8، ويكون الخطأ المعياري للمتوسط إذن: $s/\sqrt{n} = 38.8/\sqrt{17} = 9.4$ ليتر/د. وقيمة t الموافقة لـ 16 درجة من الحرية هي 2.12. وهكذا فإن مجال الثقة للتحيز باحتمال 95% هو -941 ± 2.12 - 2.1 أو ما بين -22 و18 ليتر/د. وبناءً على هذه المعطيات، وجدنا تحيزاً يبلغ 22 ليتر/د، وهذه النتيجة هامة سريرياً. وقد ذكر (Oldham ورفاقه 1979) أن طرائق المقارنة الأولى باعتماد هذه الأجهزة قد استخدمت عينات أكبر حجماً، فوجد أن التحيز كان صغيراً جداً.



الشكل 3.15 : توزع الفروق بين قياسي PEFR بطريقتين

إن الانحراف المعياري للفروق بين القياسات المأخوذة بالطريقتين يقدم لنا دليلاً جيداً على قابلية المقارنة بين هاتين الطريقتين. فإذا أمكننا تقدير المتوسط والانحراف المعياري بمقدار معقول من الثقة، أي بأخطاء معيارية صغيرة، استطعنا عندها أن نقول أن الفرق بين الطريقتين سيكون على الأكثر بانحرافين معياريين على كل جانب من جانبي المتوسط لـ 95% من المشاهدات. نسمي هاتين القيمتين $\bar{x} \pm 2s$ للفرق، **حدي التوافق باحتمال 95%**. فإذا عدنا إلى معطيات PEFR نجد أن الانحراف المعياري للفروق هو 38.8 ليتر/د. والمتوسط

الحسابـــي -2 ليتر/د. ومجموع انحرافين معياريين هو 78 ليتر/د تقريباً. ويُتوقع أن تكون قراءة الـ (mini meter) الدنيا 80 والعليا 78 لمعظم الأفراد المختَبرين. وهذان الحدان ممثلان بمستقيمين أفقين في الشكل (4.15). ويعتمد هذا الحساب على افتراض أن توزيع الفروق يقارب التوزيع الطبيعي، ويمكن أن نستشف هذا من المنسج والاختطاط الطبيعي في الشكل (3.15) حسب الفقرة (5.7).



الشكل 4.15 : الفرق بدلالة مجموع قياسي PEFR بطريقتين

وعلى أرضية هذه المعطيات لا يمكننا استخلاص أن الطريقتين قابلتان للمقارنة أو أنه يمكننا أن نستبدل الـ (mini meter) بـ (Wright peak flow meter) بقدر من الثقة. وكما أشرنا في الفقرة (2.10) فإن هذا المقياس يلقى قبولاً جيداً.

عندما توجد علاقة بين الفرق والمتوسط نحاول أن نتخلص منها باستخدام أحد التحويلات، ويستخدم عادة التحويل اللوغارتيمي. ويقود هذا إلى تفسير للنهايات مماثل لما هو موصوف في الفقرة (2.15) وقد ذكر (Bland وAltman 1986) تفاصيل هذه الدراسة.

4.15 الحساسية والنوعية Sensitivity and specificity

إن أحد الأسباب الرئيسية لإجراء القياسات السريرية هو المساعدة في تشخيص المرض. ويمكن لهذا القياس أن يحدد لنا واحداً من التشخيصات المتعددة والممكنة للمريض، أو أن

نكتشف مصابين بمرض خاص في مجتمع من الأصحاء ظاهرياً. والسبب الآخر هو ما يعرف بالمسح الصحي. ففي كل حالة يزودنا القياس باختبار يمكننا من تصنيف الأفراد في مجموعتين، واحدة من الممكن أن تكون مصابة بالمرض الذي نهتم بدراسته، والأخرى غير مصابة به. وعندما نقوم بهذا الاختبار نحتاج إلى مقارنة نتيجة الاختبار مع التشخيص الحقيقي. وقد ينبني الاختبار على متغير مستمر، فيكون المرض موجوداً إذا كان هذا المتغير فوق مستوى معين أو دونه. وقد يكون الاختبار مشاهدة كيفية، كالإصابة مثلاً بورم في الخلايا على اللطاخة الرقبية. سأدعو الاختبار في كل حالة موجباً إذا كان يشير إلى وجود المرض وسالباً إذا لم يكن كذلك، كما يكون المرض موجباً إذا تأكد وجوده في النهاية وسالباً في الحالة الأخرى.

كيف نقيس فعالية الاختبار؟ يبين الجدول (5.15) ثلاثة مجموعات افتراضية لمعطيات الاختبار والمرض. وسنأخذ كمؤشر على فعالية الاختبار، نسبة التشخيص الصحيح للاختبار. ففي الاختبار الأول في مثالنا، تساوي النسبة 94%. نأخذ الآن الاختبار الثاني الذي يعطي دائماً نتيجة سلبية، وسوف لا يكشف هذا الاختبار أية حالات للمرض. ونحن الآن على حق فيما يتعلق بـ 95% من المختبرين. من جهة ثانية، الاختبار الأول مفيد فهو يكشف بعض حالات المرض، بينما الثاني ليس كذلك ولذا فهو مؤشر ضعيف وضوحاً.

لا يوجد مؤشر واحد بسيط يمكننا من مقارنة مختلف الاختبارات في جميع الطرائق التي نرغب فيها. والسبب في هذا أنه يوجد شيئان نحتاج لقياسهما: جودة الاختبار عندما يكون المرض إيجابياً، أي الحالات التي تحقق الشروط وجودة الاختبار عند استبعاد الحالات السلبية للمرض أي الحالات التي لاتحقق الشروط. والصيغ المصطلح عليها لحساب هذا هي:

$$\text{الحساسية} = \frac{\text{عدد الحالات التي يكون فيها المرض إيجابياً والاختبار إيجابياً}}{\text{عدد الحالات التي يكون فيها المرض إيجابياً}}$$

$$\text{النوعية} = \frac{\text{عدد الحالات التي يكون فيها المرض سلبياً والاختبار سلبياً}}{\text{عدد الحالات التي يكون فيها المرض سلبياً}}$$

وبكلمات أخرى: الحساسية هي نسبة إيجابية المرض لمن كان اختباره إيجابياً. والنوعية هي نسبة سلبية المرض لمن كان اختباره سلبياً. ولدى دراسة الاختبارات الثلاثة في الجدول (5.15) نجد:

الشكل 5.15 : بعض الاختبارات الافتراضية، ومعطيات التشخيص

الاختبار 1	المرض		المجموع
	موجب	سالب	
موجب	4	5	9
سالب	1	90	91
المجموع	5	95	100

الاختبار 2	المرض		المجموع
	موجب	سالب	
موجب	0	0	0
سالب	5	95	100
المجموع	5	95	100

الاختبار 3	المرض		المجموع
	موجب	سالب	
موجب	2	0	2
سالب	3	95	98
المجموع	5	95	100

	الحساسية	النوعية
الاختبار 1	0.80	0.95
الاختبار 2	0.00	1.00
الاختبار 3	0.40	1.00

نلاحظ أن الاختبار الثانـــي يفتقد جميع حالات المرض الإيجابية، ويكتشف جميع حالات المرض السلبية. ونقول إن جميع الحالات سلبية. ثم إن الفرق بين الاختبار الأول والثالث هو أن الحساسية في الأول أكبر، بينما النوعية في الثالث أكبر. وعندما نقارن الاختبارات وفق البعدين، يمكننا أن نرى أن الاختبار الثالث أفضل من الثانـــي لأن الحساسية في الثالث أكبر منها في الثانـــي، بينما لهما النوعية ذاتها، من جهة ثانية من الصعب أن نرى فيما إذا كان الاختبار الثالث هو أفضل من الأول. ويتوجب علينا أن نتوصل إلى اجتهاد مبنـــي على

الأهمية النسبية للحساسية والنوعية لكل حالة بمفردها. نضرب عادة الحساسية والنوعية بالعدد 100 للحصول على نسبة مئوية. من جهة ثانية فكل منهما يمثل وسيطاً في التوزيع الحدانـي (إذ أن كل منهما هو نسبة)، وهذا يمكّننا من إيجاد الأخطاء المعيارية ومجالات الثقة كما هو موضح في الفقرة (4.8)، أما حجم العينة الذي يتطلبه تقديريهما في حدود الثقة المطلوبة يمكن حسابه كما هو مبين في الفقرة (2.18).

عندما يُبنـى الاختبار على متغير مستمر، يمكننا تغيير الحساسية والنوعية بتغير نقطة القطع. فإذا كانت القيم العليا تشير إلى المرض، فرفع نقطة القطع. يعنـي تناقص الحالات التـي ستكتشف وبالتالي ستتناقص الحساسية، وبالإضافة لذلك توجد حالات إيجابية زائفة أقل، أي إيجابية وفق الاختبار ولكنها لا تمثل حالة مرضية حقيقية، وستزداد بالتالي النوعية. من جهة أخرى إذا خفضنا نقطة القطع سنكتشف حالات اكثر والحساسية ستزداد، ولكن سيكون لدينا حالات زائفة أكثر والنوعية ستتناقص.

وكمثال عملي لاحظ (Maxwell ورفاقه 1983) أن عدداً لا يستهان به من الكحوليين تبين أن لديهم، بعد التصوير بأشعة x، كسوراً متقادمة للأضلاع. ونتساءل فيما إذا كانت هذه الظاهرة لها أية قيمة في كشف "الكحولية" بين المرضى. فمن بين 74 مريضاً مصاباً بمرض الكبد الكحولي، دل التصوير الشعاعي للصدر أن 20 منهم وُجد لديهم كسر متقادم واحد على الأقل و11 منهم لديهم كسـران أو أكثر. بينما في المجموعة الشـاهدة رُوقب 181 مريضاً غير مصابين بمرض الكبد الكحولي أو بأية اضطرابات معدية معوية، فدل الفحص الشعاعي على وجود كسر واحد على الأقل عند 6 وكسران أو أكثر عند اثنين.

إذا اتخذنا الكسور كاختبار "للكحولية" نجد الحساسية تساوي 0.27 = 20/74 والنوعية 0.97 = 181 /(6 − 181). وفي حالة كسرين أو أكثر نجد الحساسية 0.15 = 11/74 والنوعية 0.99 = 181/(2 − 181). وعلى هذا فللاختبارين نوعية كبيرة، وقليل من غير الكحوليين سيصنفوا ككحوليين، من جهة ثانية ليس لأي منهما حساسية كبيرة، فكثير من الكحوليين لم يصنفوا ككحوليين. وكما كنا نتوقع فالاختبار الخاص بوجود كسرين أو أكثر بالكسور الثنائية كان ذا نوعية أكبر وحساسية أقل من الاختبار للكسر الواحد.

ويمكننا أيضاً تقدير **القيمة التنبؤية الموجبة**، وهي احتمال أن يكون المرض إيجابياً في حال كون **الاختبار إيجابياً** (أي أن الشخص المختبَر مريض. حقيقية ويصنف بشكل صحيح). كما يمكن تقدير القيمة التنبؤية السالبة وهي احتمال أن يكون المرض سلبياً في حال كان الاختبار سلبياً (أي أن الشخص المختبر غير مريض ويصنف بشكل صحيح). وهذه القيم تتوقف على انتشار المرض "p_{prev}" كما تتوقف على الحساسية "p_{sens}" والنوعية "p_{spec}" فاحتمال كون المرض إيجابياً والاختبار إيجابياً هو $p_{prev} \times p_{sens}$، واحتمال كون المرض سلبياً والاختبار إيجابياً. هو $(1 - p_{spec}) \times (1 - p_{prev})$ انظر الفقرة (2.6)، وعلى هذا فاحتمال أن يكون الاختبار إيجابياً هو: $p_{prev} \times p_{sens} + (1 - p_{prev}) \times (1 - p_{spec})$، والقيمة الموجبة المتوقعة هي:

$$PPV = \frac{p_{prev}\, p_{sens}}{p_{prev}\, p_{sens} + (1 - p_{prev})\,(1 - p_{spec})}$$

وبالمثل، فالقيمة التنبؤية السالبة تكون:

$$NPV = \frac{(1 - p_{prev})\, p_{sens}}{(1 - p_{prev})\, p_{spes} + p_{prev}\,(1 - p_{sens})}$$

إن تقصي الحالات المرضية يفيد أن الانتشار غالباً ما يكون صغيراً وأن الكمية PPV منخفضة. نفرض الآن أن لدينا اختباراً ذا حساسية $p_{sens} = 0.95$ ونوعية $p_{spec} = 0.90$ وانتشار المرض $p_{prev} = 0.01$ إذن.

$$PPV = \frac{0.01 \times 0.95}{0.01 \times 0.95 + (1 - 0.01) \times (1 - 0.090)} = 0.088$$

$$NPV = \frac{(1 - 0.01) \times 0.90}{(1 - 0.01) \times 0.090 + 0.01 \times (1 - 0.95)} = 0.999$$

وهكذا فإن 8.8% فقط ممن كان اختبارهم إيجابياً، هم مرضى فعلاً، ولكن جميع الذين كان اختبارهم سلبياً تقريباً هم في الحقيقة غير مرضى. إن معظم حالات التقصي تتناول حالات انتشار أقل بكثير من هذه. وهذا يعنـــي أن معظم الاختبارات الإيجابية، هي إيجابية زائفة.

5.15 المدى الطبيعي أو المجال المرجعي

Normal range or reference interval

كان اهتمامنا في الفقرة (4.15) منصباً على تشخيص مرض معين، وفي هذه الفقرة سننظر إليه بطريقة أخرى. ولنتساءل ما هي قيم القياسات التـــي من المحتمل أن يأخذها الشخص الطبيعي في مجتمع الأصحاء. ثمة صعوبات في القيام بذلك. فمن هو الشخص الطبيعي؟ إن كل شخص تقريباً في المملكة المتحدة مثلاً لديه مخزون كبير من المواد الدسمة في شرايينه الإكليلية تؤدي إلى موت الكثير منهم. بينما قليل جداً من الإفريقيين يملكون ذلك، فهم يموتون بأسباب أخرى. وهكذا فمن الطبيعي في المملكة المتحدة أن نجد هذه الصفة غير الطبيعية ونعبر عن ذلك بقولنا إن الأشخاص الطبيعيين في مجتمع ما هم الأشخاص الأصحاء ظاهرياً في مجتمعهم. ويمكننا سحب عينة من هؤلاء كما أوضحنا في الفصل الثالث وإجراء القياسات عليها.

المسألة الثانية هي تقدير مجموعة هذه القيم. فإذا أخذنا مدى المشاهدات أي الفرق بين القيمتين الحديتين لها، فإننا على ثقة أنه إذا كررنا سحب العينات فسنجد مشاهدات جديدة تقع خارج هذا المدى. وسنحصل على مدى أكبر فأكبر حسب الفقرة (7.4) ولتجنب هذا سنستخدم مدى محصوراً بين كمُيمين الفقرة (7.4) ونختارهما عادة المئين 2.5 والمئين 97.5 وندعوه **المدى الطبيعي، وهو يحوي 95% من قياسات الأفراد الأصحاء ظاهرياً**. ويسمى أيضاً المدى المرجعي باحتمال 95% أو المجال المرجعي باحتمال 95%. وهذا يترك 5% من المشاهدات خارج المجال.

أما الصعوبة الثالثة فتأتـــي من الخلط بين لفظ "طبيعي" المستعمل في الطب، وتوزيع طبيعي المستعمل في الإحصاء، وهذا يدعو بعضهم إلى القول إن جميع المعطيات التـــي لا تتوافق مع المنحنـــي الطبيعي هي غير طبيعية. ولكن مثل هذه الأفكار غير معقولة، فلا يوجد سبب لافتراض أن جميع المتغيرات تتبع التوزيع الطبيعي الفقرة (4.7) والفقرة (5.7). إن العبارة "المجال المرجعي" التـــي أصبحت تستخدم على نطاق واسع تفيد في تجنب هذا الخلط، مع أن أكثر الطرائق استخداماً في الحساب تفترض أن المتغير يتبع التوزيع الطبيعي.

لقد رأينا آنفاً أنه في الحالة العامة تقع معظم المشاهدات في مجال بطول انحرافين معيارين على كل طرف من طرفي المتوسط. وفي حالة التوزيع الطبيعي فإن 95% من المشاهدات تقع بين هاتين النهايتين حيث تقع 2.5% منها تحت النهاية الدنيا و2.5% فوق النهاية العليا. فإذا قدرنا المتوسط والانحراف المعياري لمعطيات ما مأخوذة من مجتمع طبيعي، يمكننا تقدير المجال المرجعي بالشكل ($\bar{x}+2s$ ، $\bar{x}-2s$).

لنعد الآن إلى معطيات FEV1 في الجدول (5.4)، ونقدّر المجال المرجعي لـ FEV1 لدى طلاب الطب الذكور، فقد كان لدينا 57 مشاهدة بلغ متوسطها 4.06 وانحرافها المعياري 0.67 ليتر. ويصبح المجال المرجعي: (5.4 و2.7) ليتر. ونرى من الجدول (4.4) أن طالباً واحداً فقط (أي 2%) يقع خارج المجال، بالرغم من أن العينة في الواقع صغيرة.

وبما أننا فرضنا المشاهدات من التوزيع الطبيعي، فمن السهل إيجاد الأخطاء المعيارية ومجالات الثقة الموافقة لهاتين النهايتين. إن تقديري $\bar{x}$ وs مستقلان حسب الفقرة (A7) والخطأ المعياري لهما على الترتيب هو $\sqrt{s^2/n}$ و $\sqrt{s^2/2(n-1)}$ حسب الفقرتين (2.8) و (7.8). إن $\bar{x}$ يتبع التوزيع الطبيعي، كما أن لـ s توزيعاً يقارب التوزيع الطبيعي، إذن ($\bar{x}-2s$) يتبع التوزيع الطبيعي بتفاوت:

$$\mathrm{VAR}(\bar{x}-2s)=\mathrm{VAR}(\bar{x})+\mathrm{VAR}(2s)=\mathrm{VAR}(\bar{x})+4\mathrm{VAR}(s)$$

$$=\frac{s^2}{n}+4\times\frac{s^2}{2(n-1)}=s^2\left(\frac{1}{n}+\frac{2}{n-1}\right)$$

وبشرط صحة الافتراضات الطبيعية، فالخطأ المعياري لنهايتـــي المجال المرجعي هو:

$$\sqrt{s^2\left(\frac{1}{n}+\frac{2}{n-1}\right)}$$

وإذا كانت n كبيرة، فيصبح على وجه التقريب $\sqrt{3s^2/n}$ وهو يساوي من أجل معطيات FEV1: $\sqrt{3\times(0.67)^2/57}=0.15$ ويصبح مجالا الثقة باحتمال 95% لهاتين النهايتين هما $2.7\pm1.96\times0.15$ و $5.4\pm1.96\times0.15$ أو بين (3، 2.4) و(5.7، 5.1) ليتر.

لنتخذ قياسات مصول الشحوم الثلاثية في الجدول (6.15)، وكما لا حظنا سابقاً الفقرة (4.7) فإن هذه المعطيات متجانفة جداً، ولا يمكننا استخدام طريقة التوزيع الطبيعي بشكل مباشر. فإذا فعلنا ذلك نجد أن النهاية الدنيا ستكون 0.07 وهي دون جميع المشاهدات، والنهاية العليا ستكون 0.94، وتقع فوقها 0.05 من المشاهدات، فمن الممكن في هذه المعطيات أن نحصل على نهاية دنيا سالبة.

يبين الشكل (11.7) التحويل اللوغاريتمي العشري للمعطيات، التـــي تعطي توزيعاً متناظراً مثيراً فيه ($s = 0.171, \bar{x} = -0.331$). وتكون النهاية الدنيا في المعطيات المحولة هي ‎-0.67 الموافقة للمستوى 0.21 للشحوم الثلاثية، ويقع دون هذه القيمة 2.1% من المشاهدات. وتكون النهاية العليا 0.01 وهي توافق 1.02 ويقع فوقها 2.5% من المشاهدات فالتوافق مع المعطيات المحولة لوغارتيمياً ممتاز. أما الخطأ المعياري للنهاية المرجعية فهو $\sqrt{3 \times (0.171)^2 / 282}$. ويصبح مجال الثقة باحتمال 95% هما $0.673 - 1.96 \pm 0.0176 \times$ و$0.011 \pm 1.96 \times 0.0176$ أو (‎-0.639، ‎-0.707) و(0.045، ‎-0.023). وهذا يقابل في المعطيات غير المحولة المجالين: (0.230، 0.196) و(1.109، 0.948) على الترتيب. ونحسب ذلك بأخذ التحويل المعاكس (antilog). ويمكن لحدي الثقة هذين أن يحولا إلى التدريج الأصلي، ولا نقع هنا في الإشكالات التـــي صادفتنا في الفقرة (4.10) لأنه لا يوجد طرح للمتوسطات هنا.

وبسبب أن بعض المعطيات لا تحقق شروط التوزيع الطبيعي، ينصح بعض المؤلفين بالتقدير المئينـــي مباشرة حسب الفقرة (5.4)، دون أية افتراضات تتعلق بالتوزيع. نريد الآن أن نعرف النقطة التـــي يوجد دونها 2.5% من القيم. نبدأ بترتيب المشاهدات ثم نحدد موقع النقطة التـــي يقع دونها 2.5% من هذه المشاهدات. وكمثال على ذلك، قيست كمية الشحوم الثلاثية في عينة من الأطفال حجمهما 282 طفلاً، وسنوجد المئين 2.5 و المئين 97.5 كما يلي. لحساب المئين 2.5، نوجد i، $i = q\,(n + 1) = 0.025 \times (282 + 1) = 7.08$ ويقع الكُميم المطلوب بين المشاهدتين السابعة والثامنة أي بين القيمتين 0.21 و 0.22، ويصبح تقدير المئين 2.5 كما يلي: $0.21 + (0.22 - 0.21) \times (7.08 - 7) = 0.211$ وبطريقة مماثلة نجد المئين 97.5 يساوي 1.039.

الجدول 6.15 : قياسات مصل التريغليسريد في الدم لـــ 282 طفلاً

0.15	0.29	0.34	0.38	0.41	0.46	0.52	0.56	0.64	0.80
0.16	0.30	0.34	0.38	0.41	0.46	0.52	0.56	0.64	0.80
0.20	0.30	0.34	0.38	0.41	0.46	0.52	0.56	0.65	0.82
0.20	0.30	0.34	0.39	0.42	0.46	0.52	0.57	0.66	0.82
0.20	0.30	0.34	0.39	0.42	0.47	0.52	0.57	0.66	0.82
0.20	0.30	0.34	0.39	0.42	0.47	0.52	0.58	0.66	0.82
0.21	0.30	0.34	0.39	0.42	0.47	0.52	0.58	0.66	0.83
0.22	0.30	0.35	0.39	0.42	0.47	0.53	0.58	0.66	0.84
0.24	0.30	0.35	0.40	0.42	0.47	0.54	0.58	0.67	0.84
0.25	0.30	0.35	0.40	0.44	0.48	0.54	0.59	0.67	0.84
0.26	0.31	0.35	0.40	0.44	0.48	0.54	0.59	0.68	0.86
0.26	0.31	0.35	0.40	0.44	0.48	0.54	0.59	0.70	0.87
0.26	0.32	0.35	0.40	0.44	0.48	0.54	0.59	0.70	0.88
0.27	0.32	0.36	0.40	0.44	0.48	0.54	0.60	0.70	0.88
0.27	0.32	0.36	0.40	0.44	0.48	0.55	0.60	0.70	0.95
0.27	0.32	0.36	0.40	0.44	0.48	0.55	0.60	0.72	0.96
0.28	0.32	0.36	0.40	0.44	0.48	0.55	0.60	0.72	0.96
0.28	0.32	0.36	0.40	0.44	0.48	0.55	0.60	0.74	0.99
0.28	0.32	0.36	0.40	0.45	0.48	0.55	0.60	0.75	1.01
0.28	0.32	0.36	0.40	0.45	0.48	0.55	0.60	0.75	1.02
0.28	0.33	0.36	0.40	0.45	0.48	0.55	0.60	0.76	1.02
0.28	0.33	0.36	0.40	0.45	0.49	0.55	0.61	0.76	1.04
0.28	0.33	0.37	0.40	0.45	0.49	0.56	0.62	0.78	1.08
0.28	0.33	0.37	0.40	0.45	0.49	0.56	0.62	0.78	1.11
0.29	0.33	0.37	0.41	0.46	0.50	0.56	0.63	0.78	1.20
0.29	0.33	0.37	0.41	0.46	0.50	0.56	0.64	0.78	1.28
0.29	0.33	0.38	0.41	0.46	0.50	0.56	0.64	0.78	1.64
0.29	0.33	0.38	0.41	0.46	0.50	0.56	0.64	0.78	1.66
0.29	0.34								

تعطينا هذه الطريقة تقديراً غير متحيز مهما كان التوزيع. كما أن التحويل اللوغارتيمي لهذه المعطيات يعطينا النتائج نفسها تماماً. سننظر الآن في مجال الثقة باحتمال 95%، أي مجال الثقة للكُميم q وهنا q تساوي 0.025 أو 0.975، ويقدر من المعطيات مباشرة بتطبيق التوزيع الحداني حسب الفقرتين (4.6) و(6.6) انظر (Conover, 1980). إن عدد المشاهدات التي تقل عن الكمُيم q هو متغير حداني وسيطاه n وq ويكون متوسطه nq وانحرافه المعياري $\sqrt{nq(1-q)}$ لنحسب j و k.

$$j = nq - 1.96\sqrt{nq(1-q)}$$
$$k = nq + 1.96\sqrt{nq(1-q)}$$

ندور قيمتـــي j وk للعدد الطبيعي الذي يليه. وهكذا فإن مجال الثقة بمستوى 95% يقع بين المشاهدة ذات الرقم j والمشاهدة ذات الرقم k في المعطيات المرتبة. وفي مثال الشحوم الثلاثية لدنيا من أجل النهاية الدنيا.

$$j = 282 \times 0.025 - 1.96\sqrt{282 \times 0.025 \times 0.975}$$
$$k = 282 \times 0.025 + 1.96\sqrt{282 \times 0.025 \times 0.975}$$

وهذا يعطي $j = 1.9$ و$k = 12.2$ ويدوران إلى $j = 2$ و$k = 13$. والمشاهدة الثانية في معطيات الشحوم الثلاثية أي الموافقة لـ $j = 2$ هي 0.16 والمشاهدة 13 هي 0.26. ويصبح مجال الثقة بمستوى 95% للنهاية المرجعية الدنيا هو (0.26، 0.16). ويعطي الحساب الموافق لـ $q = 0.975$: $j = 270$ و $k = 281$. والمشاهدة 270 هي 0.96 كما أن المشاهدة 281 هي 1.64، ويكون مجال الثقة للنهاية المرجعية العليا هو (1.64، 0.96). وهذان المجالان أوسع مما وجدناه بطريقة التوزيع الطبيعي، وبخاصة في حالة ذيلين طويلين. هذه الطريقة في تقدير المئينات في حالة ذيلين طويلين غير دقيقة نسبياً.

6.15 معطيات البُقيا Survival data

تمثل المعطيات التـــي لدينا غالباً الأزمنة بدءاً من واقعة ما حتـــى الموت. كالزمن منذ تشخيص المرض أو بدءاً من تجربة سريرية، ولكن دراسة البُقيا لا تكون بالضرورة حول الموت. ففي الدراسات السرطانية يمكننا استخدام تحليل البُقيا لأزمنة انتشار المرض أو إعادة توضعه، وفي دراسة الإرضاع الطبيعي يمكننا أن ننظر إلى العمر الذي يتوقف عنده الإرضاع، أو متـــى نقدم للطفل أول زجاجة حليب اصطناعي، وفي دراسة معالجة عدم الإخصاب يمكننا اتخاذ الزمن من بدء المعالجة حتـــى الحمل كمعطيات للبُقيا. ونشير عادة للحادثة النهائية، الموت، الحمل... نقطة النهاية أو الأجل (**endpoint**).

والمشكلة التـــي نواجهها في قياسات البُقيا هي أنه لا نعلم بالضبط أزمنة البُقيا لكل أشخاص الاختبار. وسبب ذلك أن بعض المختبرين ما يزالون على قيد الحياة عند تحليل المعطيات، وعندما تُدخل "حالات" في الدراسة في أزمنة مختلفة، فإن بعض "الحالات" الحديثة

يمكن أن تبقى على قيد الحياة، وقد روقبت فقط لمدة قصيرة. فأزمنة مراقبة بُقياهم يمكن أن تقل عن تلك الحالات التـي قبلت مبكراً والتـي حدثت لها الوفاة منذ ذلك الحين. إن طريقة إعداد منحنيات البُقيا الموصوفة لاحقاً تأخذ هذا في الحسبان. إن المشاهدات التـي تزيد عن قيمة معينة هي **مراقبة يمينية (Right censored)** أو اختصاراً "مراقبة". نحصل على معطيات **مراقبة يسارية** عندما لا يمكن لطريقة القياس أن تكتشف أي شيء دون قيمة مقطعية ما. وتسجل المشاهدات "غير قابلة للكشف". والطرائق الرتيبة في الفصل الثاني عشر مفيدة لمثل هذه المعطيات.

الجدول 7.15 : زمن البُقيا بالسنوات لمرضى
سرطان الدريقات من بدء التشخيص

الوفيات	الأحياء
<1	<1
2	<1
6	1
6	1
7	4
9	5
9	6
11	8
14	10
	10
	17

يبين الجدول (7.15) بعض معطيات البُقيا لمرضى سرطان الدريقات. وقد سجلت أزمنة البُقيا لعدد صحيح من السنوات، فالمريض الذي يعيش ست سنوات وبعدها يموت، يمكن أن يسجل بأنه حي لمدة ست سنوات ثم مات في السابقة. بعد السنة الأولى من التشخيص، توفي أحد المرضى، وروقب مريضان خلال جزء فقط من هذه السنة وعاش 17 إلى السنة التالية. والمريضان اللذان روقبا خلال جزء من السنة **فُقدوا من المتابعة** أو بشكل أدق خرجوا من الدراسة ولكن معظم هؤلاء الأفراد لا زالوا أحياء ومدى بقائهم على قيد الحياة غير معروف. ولا توجد أية معلومات عن بُقيا هؤلاء بعد السنة الأولى. لأنها لم تحدث بعد. ويخشى أن يموت هؤلاء المرضى أثناء السنة ولا يمكننا القول عندها أن 1 من 20 قد ماتوا إذ يمكن أن تحدث وفيات أخرى في السنة الأولى. ويمكننا القول أن أمثال هؤلاء المرضى

يخاطرون بنصف سنة وسطياً. وهكذا فإن عدد المرضى قيد المخاطرة في السنة الأولى 18 (17 الذين بقوا على قيد الحياة و1 الذي مات) مضافاً إليهم نصفان يوافقان أولئك الذين خرجوا من المراقبة فيكون المجموع 19. ويكون احتمال الوفاة في السنة الأولى 1/19 واحتمال البقيا $1-\frac{1}{19}$. يمكننا حساب هذا لكل سنة حتى تصل المعطيات إلى نهايتها. وهكذا نتابع البُقيا لهؤلاء المرضى، وذلك بتقدير احتمال الوفاة أو البُقيا في كل سنة، كما نحسب الاحتمال التراكمي للبقيا لكل سنة. هذه القائمة من الاحتمالات تسمى **جدول الحياة**.

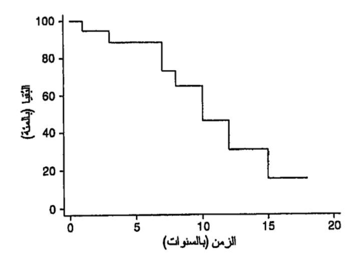
الجدول 8.15 : جدول الحياة لبُقيا المصابين بسرطان الدريقات

السنة x	العدد في البدء n_x	عدد المتسربين خلال العام w_x	عدد من هم قيد المخاطرة r_x	الوفيات d_x	احتمال الوفاة q_x	احتمال البقاء حتى السنة x p_x	الاحتمال التراكمي للبقاء حتى السنة x P_x
1	20	2	19	1	0.0526	0.9474	0.9474
2	17	2	16	0	0	1	0.9474
3	15	0	15	1	0.0667	0.9333	0.8842
4	14	0	14	0	0	1	0.8842
5	14	1	13.5	0	0	1	0.8842
6	13	1	12.5	0	0	1	0.8842
7	12	1	11.5	2	0.1739	0.8261	0.7304
8	9	0	9	1	0.1111	0.8889	0.6493
9	8	1	7.5	0	0	1	0.6493
10	7	0	7	2	0.2857	0.7143	0.4638
11	5	2	4	0	0	1	0.4638
12	3	0	3	1	0.3333	0.6667	0.3092
13	2	0	2	0	0	1	0.3092
14	2	0	2	0	0	1	0.3092
15	2	0	2	1	0.5000	0.5000	0.1546
16	1	0	1	0	0	1	0.1546
17	1	0	1	0	0	1	0.1546
18	1	1	0.5	0	0	1	0.1546

$r_x = n_x - 1/2w_x,\quad q_x = d_x/r_x,\quad p_x = 1 - q_x,\quad P_x = p_x P_{x-1}.$

لإجراء هذا الحساب، نبدأ بافتراض أن عدد الأفراد الأحياء في بداية كل سنة، x، هو عدد الأحياء في بداية السنة n_x، وعدد المتسربين (أي الذين خرجوا من الدراسة) أثناء السنة w_x، وعدد الأفراد قيد المخاطرة r_x، أما عدد من مات فهو d_x. ويبين الجدول (8.15) نتائج هذه الدراسة. نلاحظ أن العدد في بداية السنة الأولى كان 20، وعدد المتسربين 2 أما من هم قيد المخاطرة فهو $r_1 = n_1 - \frac{1}{2}w_1 = 20 - \frac{1}{2}\times 2 = 19$. وعدد المتوفين 1. وبما أن عدد المتسربين 2 وعدد الموتى 1 فالعدد في بداية العام الثاني هو 17، نحسب احتمال الوفاة

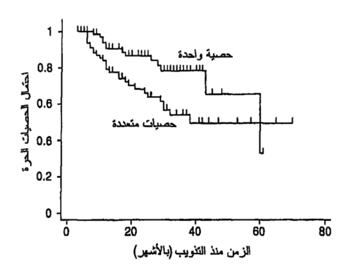
في كل سنة للمرضى الذين أدركوا بدايتها وهو $q_x = d_x/r_x$، ويكون احتمال البُقيا إلى العام التالي $p_x = 1 - q_x$. ثم نحسب الاحتمال التراكمي للبُقيا: ففي السنة الأولى يكون الاحتمال التراكمي هو نفسه احتمال البُقيا في هذه السنة أي $P_1 = p_1$. في السنة الثانية يكون احتمال البقاء حتـــى بداية السنة الثانية. يساوي جداء P_1 باحتمال البقاء في هذه السنة p_2 أي $P_2 = p_2P_1$. وبالطريقة ذاتها نحسب احتمال البقاء لثلاث سنوات وهو $P_3 = p_3P_2$ وهكذا... ويمكننا **تقدير معدل البُقيا** من جدول الحياة هذا **لخمس سنوات**. وهذا القياس مفيد في التكهن بالسرطان. ففي مثال سرطان الدريقات يكون معدل البُقيا لخمس سنوات هو 0.8842 أو 88%. ويمكننا أن نرى أن تشخيص هذا المرض جيد جداً. فإذا عرفنا ميقات الوفاة بالضبط أو التسرب (الخروج من الدراسة) لكل فرد مختبر، فعندها نتخذ x الميقات المضبوط عوضاً عن استخدام المجالات الزمنية في كل سطر من أسطر الجدول، الموافق لأزمنة حدوث "الأجل" أو التسرب. وعندئذ يكون $r_x = n_x$ وتحذف الخطوة $r_x = n_x - \frac{1}{2}w_x$.



الشكل 5.15 : منحني البُقيا لمرضى سرطان الغدة الدرقية (جنب الدرقية)

ويمكننا إنشاء مرسَّم (graph) الاحتمال التراكمي للبُقيا أو ما يسمى **منحنـــي البُقيا**. وينشئ هذا عادة خطوة فخطوة تبعاً للتغيرات المفاجئة للاحتمال حسب الشكل (5.15). وتؤكد هذه الطريقة على التقدير الضعيف نسبياً لنهايات البُقيا على طول المنحني، حيث القيم الصغيرة للخطورة (at risk) تؤدي إلى قفزات كبيرة. وفي الحالة التـــي تُعرف مواقيت

الوفاة ومواقيت التسرب بدقة، يُدعى هذا المنحني. **منحنـــي البُقيا لـ Kaplan-Meier**. يمكن تمثيل مواقيت التسرب بخطوط شاقولية صغيرة فوق منحنـــي البُقيا الشكل (6.15)، أما العدد المتبقي قيد الخطورة فيمكن أن يكتب في مجالات ملائمة تحت محور الزمن.



الشكل 6.15 : البُقيا للحصيات الحرة بعد تذويب حصية واحدة، أو حصيات متعددة

ويمكـــن إيجـــاد الخطـــأ المعيـــاري، ومجال الثقة لاحتمالات البُقيا، انظر (Armitag و Berry 1987) وهذه مفيدة لتقدير معدل البُقيا لخمس سنوات. ولكنها لا تزودنا بطريقة جيدة لمقارنة منحنيات البُقيا، لأنها لا تتضمن جميع المعطيات، فهي تستخدم منها فقط ما كان منذ بدء الدراسة وحتـــى الزمن المختار. فمنحنيات البُقيا تبدأ جميعاً من البُقيا 100%، ويمكن أن تتباعد، ولكنها جميعاً تنتهي أخيراً إلى الصفر. وهكذا تتوقف المقارنة على الزمن المختار. يمكن مقارنة منحنيات. البُقيا وفق اختبارات اعتداد مختلفة، وأفضل المعروف منها اختبار **لوغاريتم الرتب (logrank)** . وهو اختبار غير وسيطي، ويستخدم معطيات البُقيا كلها دون وضع أية افتراضات حول شكل منحنـــي البُقيا.

يبين الجدول (9.15) زمن عودة تشكل الحصيات المرارية بعد تذويبها بمعالجتها بالحمض الصفراوي أو تفتيتها. سنقارن هنا بين المجموعة التـــي لدى أفرادها حصية واحدة وبين المجموعة التـــي لدى أفرادها حصيات متعددة باستخدام لوغاريتم الرتب. وسننظر في الفقرة (9.17) فـــي متغيرين: قطر الحصية وزمن الانحلال بالأشهر.

الجدول 9.15 : زمن عودة الحصيات بعد تذويبها، سواء كانت الحصيات المرارية السابقة متعددة أو ذات قطر أعظمي، والأشهر التـــي استغرقتها قبل أن تذوب

الزمن	عودة التشكل	التعدد	القطر	التذويب	الزمن	عودة التشكل	التعدد	القطر	التذويب
3	No	Yes	4	10	13	No	No	11	6
3	No	No	18	3	13	No	No	22	33
3	No	Yes	5	27	13	No	No	13	9
4	No	Yes	4	4	13	Yes	Yes	8	12
5	No	No	19	20	14	No	Yes	6	6
6	No	Yes	3	10	14	No	No	23	15
6	No	Yes	4	6	14	No	No	15	10
6	No	Yes	4	20	16	Yes	Yes	5	6
6	Yes	Yes	5	8	16	Yes	Yes	6	8
6	Yes	Yes	3	18	16	No	No	18	4
6	Yes	Yes	7	9	17	No	No	7	10
6	No	No	25	9	17	No	Yes	4	3
6	No	Yes	4	6	17	No	Yes	7	6
6	Yes	Yes	10	38	17	Yes	No	8	8
6	Yes	Yes	8	15	17	No	Yes	5	6
6	No	Yes	4	13	18	Yes	No	10	9
7	Yes	Yes	4	15	18	Yes	Yes	8	38
7	No	Yes	3	7	18	No	Yes	11	11
7	Yes	Yes	10	48	19	No	No	26	6
8	Yes	Yes	14	29	19	No	Yes	11	16
8	Yes	No	18	14	19	Yes	Yes	5	7
8	Yes	Yes	6	6	20	No	No	11	2
8	No	No	15	1	20	No	No	13	9
8	No	Yes	1	12	20	No	No	6	7
8	No	Yes	5	6	21	No	Yes	11	1
9	No	Yes	2	15	21	No	Yes	13	24
9	Yes	Yes	7	6	21	No	Yes	4	11
9	No	No	19	8	22	No	No	10	4
10	Yes	Yes	14	8	22	No	No	20	20
11	No	Yes	8	12	23	No	No	16	6
11	No	No	15	15	24	No	No	15	4
11	Yes	No	5	8	24	No	Yes	3	6
11	No	Yes	3	6	24	No	No	15	2
11	Yes	Yes	5	12	24	Yes	Yes	7	6
11	No	Yes	4	6	25	No	No	13	10
11	No	Yes	4	3	25	Yes	Yes	6	3
11	No	Yes	13	18	25	No	No	4	11
11	Yes	No	7	8	26	No	No	17	5
12	Yes	Yes	5	7	26	No	Yes	6	12
12	Yes	Yes	8	12	26	Yes	No	16	8
12	No	Yes	4	6	28	No	No	20	3
12	No	Yes	4	8	28	Yes	No	30	4
12	Yes	Yes	7	19	29	No	No	16	3
12	Yes	No	7	3	29	Yes	No	12	15
12	No	Yes	5	22	29	Yes	Yes	10	7
12	Yes	No	8	1	29	No	Yes	7	6
12	No	No	6	6	30	No	Yes	4	4
12	No	No	26	4	30	No	No	9	12
13	No	Yes	5	6	30	Yes	Yes	22	10
13	No	No	13	6	30	Yes	Yes	6	3

الجدول 9.15 : تابع

التدويب	القطر	التعدد	عودة التشكل	الزمن
18	10	No	No	38
10	5	Yes	Yes	38
4	7	No	No	38
1	23	No	No	40
2	16	No	No	41
14	4	No	No	41
43	15	No	No	42
6	16	Yes	No	42
11	9	Yes	No	42
9	14	Yes	No	42
17	4	No	Yes	43
6	7	Yes	No	44
8	10	Yes	No	44
17	12	No	No	45
3	4	Yes	No	47
11	21	No	No	48
10	9	No	No	48
9	6	Yes	No	53
15	15	No	Yes	60
11	10	No	No	61
3	5	Yes	No	65
12	7	Yes	No	70
6	5	Yes	No	31
3	26	No	No	31
24	7	No	No	31
12	10	Yes	Yes	32
6	5	Yes	No	32
6	4	No	No	32
10	18	No	No	32
9	13	No	No	33
8	15	No	No	34
30	20	No	No	34
8	15	Yes	No	34
8	27	No	No	34
12	6	No	No	35
5	18	No	No	36
16	6	Yes	No	36
6	5	Yes	No	36
17	8	Yes	No	36
4	5	No	No	36
7	5	Yes	No	37
4	19	No	No	37
4	4	Yes	No	37
12	4	Yes	No	37

يبين الجدول (6.15) زمن عودة تشكل الحصيات للأفراد الذين كانت لديهم في البدء حصيةواحدة وأولئك الذين كان لديهم عدة حصيات. وتكون الفرضية الابتدائية: لا يوجد فرق في زمن عودة تشكل الحصيات، في زمن بُقيا مفتوح. أما الفرضية البديلة فهي: يوجد مثل هذا الفرق. وقد سجلت حسابات اختبار لوغارتيم الرتب في الجدول (10.15). ففي هذا الجدول نجد مقابل كل ميقات، عدد المشاهدات في كل من مجموعتي الدراسة n_1 وn_2، وعدد التكررات d_1 وd_2 (d ترمز للوفاة) وعدد المتسربين w_1 وw_2 (w ترمز للتسرب). نحسب، لكل ميقات، احتمال التكرار: $p_d = (d_1 + d_2)/(n_1 + n_2)$ الموافق لكل فرد مختبَر إذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة. ومنه عدد التكرارت المتوقعة للمجموعتين هو على الترتيب $e_1 = p_d \times n_1$ و$e_2 = p_d \times n_2$. ثم نحسب عدد من هم قيد الخطورة في الميقات التالي: $n_1 - d_1 - w_1$ و$n_2 - d_2 - w_2$. ونفعل هذا لكل ميقات، ثم نضيف العمود d_1 إلى d_2 فنحصل على أعداد التكرارات المشاهدة ونفعل الشيء ذاته في العمودين e_1 وe_2 للحصول على التكرارات المتوقعة إذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة.

الشكل 10.15 : حساب لوغاريتم رتبة الاختبار

الزمن	n_1	d_1	w_1	n_2	d_2	w_2	p_d	e_1	e_2
3	65	0	1	79	0	2	0.000	0.000	0.000
4	64	0	0	77	0	1	0.000	0.000	0.000
5	64	0	1	76	0	0	0.000	0.000	0.000
6	63	0	1	76	5	5	0.036	2.266	2.734
7	62	0	0	66	2	1	0.016	0.969	1.031
8	62	1	1	63	2	2	0.024	1.488	1.512
9	60	0	1	59	1	1	0.008	0.504	0.496
10	59	0	0	57	1	0	0.009	0.509	0.491
11	59	2	1	56	1	5	0.026	1.539	1.461
12	56	2	2	50	3	3	0.047	2.642	2.358
13	52	0	4	44	1	1	0.010	0.542	0.458
14	48	0	2	42	0	1	0.000	0.000	0.000
16	46	0	1	41	2	0	0.023	1.057	0.943
17	45	1	1	39	0	3	0.012	0.536	0.464
18	43	1	0	36	1	1	0.025	1.089	0.911
19	42	0	1	34	1	1	0.013	0.553	0.447
20	41	0	3	32	0	0	0.000	0.000	0.000
21	38	0	0	32	0	3	0.000	0.000	0.000
22	38	0	2	29	0	0	0.000	0.000	0.000
23	36	0	1	29	0	0	0.000	0.000	0.000
24	35	0	2	29	1	1	0.016	0.547	0.453
25	33	0	2	27	1	0	0.017	0.550	0.450
26	31	1	1	26	0	1	0.018	0.544	0.456
28	29	1	1	25	0	0	0.019	0.537	0.463
29	27	1	1	25	1	1	0.038	1.038	0.962
30	25	0	1	23	2	1	0.042	1.042	0.958
31	24	0	2	20	0	1	0.000	0.000	0.000
32	22	0	2	19	1	1	0.024	0.537	0.463
33	20	0	1	17	0	0	0.000	0.000	0.000
34	19	0	3	17	0	1	0.000	0.000	0.000
35	16	0	1	16	0	0	0.000	0.000	0.000
36	15	0	2	16	0	3	0.000	0.000	0.000
37	13	0	1	13	0	3	0.000	0.000	0.000
38	12	0	2	10	1	0	0.045	0.545	0.455
40	10	0	1	9	0	0	0.000	0.000	0.000
41	9	0	2	9	0	0	0.000	0.000	0.000
42	7	0	1	9	0	3	0.000	0.000	0.000
43	6	1	0	6	0	0	0.083	0.500	0.500
44	5	0	0	4	0	2	0.000	0.000	0.000
45	5	0	1	4	0	0	0.000	0.000	0.000
47	4	0	0	4	0	1	0.000	0.000	0.000
48	4	0	2	3	0	0	0.000	0.000	0.000
53	2	0	0	3	0	1	0.000	0.000	0.000
60	2	1	0	2	0	0	0.250	0.500	0.500
61	1	0	1	2	0	0	0.000	0.000	0.000
65	0	0	0	2	0	1	0.000	0.000	0.000
70	0	0	0	1	0	1	0.000	0.000	0.000
المجموع		12			27			20.032	18.968

$p_b = (d_1 + d_2) / (n_1 + n_2)$ ، $e_1 = p_d n_1$ ، $e_2 = p_d n_2$

ويكـــون لدينـــا التكرارن المشـــاهدان d_1 وd_2، والمتوقعـــان e_1 و e_2 ومن الواضـــح أن $d_1 + d_2 = e_1 + e_2$. ونحتاج فقط لحساب e_1 كما في الجدول (10.15) ثم يحسب e_2 بسهولة. تصلح هذه الطريقة في حالة مجموعتين فقط، بينما طريقة الجدول (10.15) صالحة لأي عدد من المجموعات. لنختبر الفرضية التالية: إن خطورة عودة تشكل الحصيات (في أي شهر) متساو في المجتمعين. باستخدام اختبار كاي مربع. لدينا:

$$\sum \frac{(d_i - e_i)^2}{e_i} = \frac{(12 - 20.032)^2}{20.032} + \frac{(27 - 18.968)^2}{18.968} = 6.62$$

ويُوجد قيد واحد وهو مجموع التكرارين المشاهدين، يساوي مجموع التكرارين المتوقعين (يساوي المجموع الكلي للتكرارات). وبذا نخسر درجة واحدة من الحرية وهذا يعطي 1=1−2 درجة من الحرية، والاحتمال المقابل لهذه القيمة نجده في الجدول (3.13) وهو يساوي 0.01.

تعالج بعض الكتب هذا الاختبار بشكل مختلف، وذلك باعتماد الفرضية الابتدائية التالية: نفرض d_1 يتوزع توزعاً طبيعياً بتوقع e_1 وتفاوت $e_1e_2/(e_1 + e_2)$، وهذا يتطابق جبرياً مع طريقة كاي – مربع، ولكن لا يصلح إلا في حالة مجموعتين فقط.

إن اختبار لوغارتيم الرتب هو اختبار غير وسيطي، لأننا لم نضع أية افتراضات تتعلق بتوزيع أزمنة البُقيا، أو بأية فروق في معدلات عودة التشكل (التكرر). وهذا يتطلب أن تكون أزمنة البُقيا أو التسرب مقدرة تماماً. وقد قدمت طريقة مماثلة في حالة بيانات مبوبة من قبل (Mantel, 1966) كما في الجدول (8.15).

7.15 التشخيص بمساعدة الحاسوب

Computer aided diagnosis

إن المجالات المرجعية الواردة في الفقرة (5.15) هي واحدة من الطرائق الإحصائية التـــي تطبق مباشرة في التشخيص. أما استخدام الحاسوب في التشخيص فشيء آخر فهو من بعض الوجوه تمرين إحصائي. فلدينا شكلان من المساعدة الحاسوبية في التشخيص الشكل الأول الطرائق الإحصائية حيث ينـــى التشخيص على مجموعة من المعطيات نحصل عليها من

حالات سابقة. والثانـــي اتخاذ القرار وفق طريقة الشجرة، وفيها نقلد طريقة تفكير الخبير الزراعي الذي يعمل في الحقل. وسنلقي نظرة موجزة على كل واحدة من هاتين الطريقتين.

توجد عدة طرائق إحصائية نستخدم فيها الحاسوب في التشخيص. إحدى هذه الطرائق تستخدم **التحليل المميِّز**. وفيها نبدأ بمجموعة من المعطيات تتناول الأفراد المختبرين الذين لم يثبت تشخيصهم بعد، ثم نحسب واحداً أو أكثر من التوابع المميزة، التـــي لها الشكل:

$$\text{ثابت}_1 \times \text{المتغير}_1 \times \text{ثابت}_2 \times \text{المتغير}_2 + \ldots + \text{ثابت}_k \times \text{المتغير}_k$$

تحسب هذه الثوابت بحيث تكون قيم التوابع الموافقة لها مقاربة ما أمكن لعناصر المجموعة نفسها، ومختلفة ما أمكن عن عناصر المجموعات الأخرى. في حالة مجموعتين، لدينا تابع مميِّز واحد تكون قيم التابع له الموافقة للأفراد المختبرين في إحدى المجموعتين عالية بينما قيم التابع الموافقة للمختبرين في الأخرى منخفضة. فنحسب لكل مختبَر جديد قيمة التابع المميز ونستخدم هذا الحساب في فرز المختبَر إما إلى مجموعة التشخيص أو إلى المجموعة الأخرى. ويمكننا تقدير احتمال وقوع "المختبر في تلك المجموعة أو في الأخرى. إن كثيراً من أشكال التحليل المميِّز قد طورت لتحسين هذا الشكل من التشخيص الحاسوبـــي، ولكن لا يبدو أن لها فائدة كبيرة. كما يمكن استخدام طريقة الانكفاء النظري الوارد في الفقرة (8.17).

ثمة طريقة أخرى نستعمل التحليل **البايزي (Bayesion)**، وهو يعتمد على **نظرية بايز (Bayes)** التـــي تعطي احتمال أن يكون تشخيص ما A صحيحاً إذا تحققت المعطيات B ونكتب هذا بالشكل:

$$\text{احتمال (تشخيص } A \text{ بشرط تحقق المعطيات } B) = \frac{\text{احتمال (تحقق المعطيات } B \text{ بشرط تشخيص } A) \times \text{احتمال (تشخيص } A)}{\text{احتمال (تحقق المعطيات } B)}$$

إذا كانت لدينا مجموعة واسعة من المعطيات التـــي تشخص أمراضاً معروفة، والأعراض والعلامات المرافقة لها. فيمكننا حساب احتمال تشخيص A بسهولة. وهو ببساطة نسبة المرات التـــي تم فيها تشخيص A بشكل صحيح. إن مسألة إيجاد احتمال مجموعة خاصة من الأعراض والعلامات هي أكثر صعوبة. فإذا كانت جميعها مستقلة، فيمكننا القول إن احتمال ظهور عرض ما هو نسبة مرات حدوثه، واحتمال ظهور عرض ما لكل تشخيص يمكن

إيجاده بالطريقة ذاتها. أما احتمال أية مجموعة من الأعراض فيمكن إيجاده بضرب احتمالاتها معاً. وكما أوضحنا في الفقرة (2.6) فإن افتراض استقلال الأعراض والعلامات، قليل المصادفة من الناحية العملية، ويتطلب بالتالي دراسة معقدة للتعامل معها. من جهة ثانية فإن بعض النظم الحاسوبية المستخدمة في التشخيص قد أعدت لتعمل بكفاءة وبطريقة بسيطة.

أما النظم المبنية على الخبرة والمعرفة فتعمل بطريقة أخرى، فمعرفة الخبير هنا، أو مجموعة الخبراء، في حقل ما ترشده إلى سلسلة من قواعد اتخاذ القرار. فعلى سبيل المثال إذا كان للمريض كسور مثنوية متقادمة في الأضلاع فهو كحولي، وإذا لم يكن له ذلك فليس بكحولي. هذه النظم يمكن أن تعدل باستشارة خبراء آخرين لاختبار هذا النظام من خبراتهم الشخصية، واقتراح قواعد أخرى لاتخاذ القرار إذا فشل البرنامج. كما أنها تتميز بأن البرنامج يمكن أن يشرح السبب في اتخاذ القرار وذلك بجدولة سلسلة الخطوات التـــي تقود إليه. ويتكون معظم الفصل الرابع عشر من قواعد من هذا النموذج، بحيث يمكن العودة إلى نظام الخبرة في التحليل الإحصائي.

وبالرغم من وجود بعض الإنجازات المهمة في حقل التشخيص الحاسوبـــي، فهي إلى الآن لم تلق إلا قبولاً ضعيفاً في التدريب الطبـــي الروتيني. وبما أن الحواسيب أصبحت مألوفة أكثر للأطباء السريريين، وشائعة أكثر بين الجراحين، كما أضحت أقوى بما تملكه من المعطيات المخزونة، فإننا نتوقع استخداماً للحاسوب في التشخيص لا يقل عن استخدامه اليوم في التحليل الإحصائي.

M15 أسئلة الاختيار من متعدد من 81 إلى 86

يجاب على كل سؤال إما بصح أو خطأ.

81. يمكن قياس دقة القياسات أو قابليتها للإعادة بـِ

آ – معامل التغير للقياسات المتكررة

ب – الانحراف المعياري للقياسات بين الأشخاص المختبرين

ج – الانحراف المعياري للفرق بين أزواج القياسات

د – الانحراف المعياري للقياسات المتعددة فيما بين المختبرين

هـ – الفرق بين متوسطي مجموعتين من القياسات على مجموعة المختبرين نفسها

82. نوعية اختبار مرض ما

آ – لها خطأ معياري يستنتج من التوزيع الحداني

ب – تقيس مقدار جودة اختبار الكشف عن حالات المرض

ج – تقيس مقدار جودة الاختبار الذي يبعد المختبرين غير المرضى

د – يقيس غالباً مقدار صحة التشخيص الذي يعطيه الاختبار

هـ – هو كل ما نحتاج إليه ليخبرنا عن مقدار جودة الاختبار

83. إن مستوى قياس خميرة ما في الدم يستخدم كإختبار لتشخيص مرض ما، فالاختبار يكون موجباً إذا كان تركيز الخميرة فوق قيمة حرجة ما. إن حساسية اختبار التشخيص:

آ – تساوي 1 مطروحاً منه النوعية

ب – هي قياس مقدار جودة الاختبار الكاشف لحالات المرض

ج – هي نسبة المرضى الذين يكون الاختبار من أجلهم موجباً

د – تزداد إذا انخفضت القيمة الحرجة

هـ – تقيس مقدار صحة استبعاد الأشخاص غير المرضى

84. المجال المرجعي بمستوى 95% أو المجال الطبيعي بمستوى 95%.

آ – يمكن أن يحسب بانحرافين معيارين على طرفي المتوسط

ب – يمكن أن يحسب مباشرة من التوزيع التكراري

ج – يمكن أن يحسب فقط إذا كانت المشاهدات تتبع التوزيع الطبيعي

د – يصبح أعرض كلما ازداد حجم العينة

هـ – يمكن أن يحسب من المتوسط والخطأ المعياري له

85. إذا كان المجال المرجعي لـِ الهيماتوكريت (haematocrit) بمستوى 95% عند الرجال هو من 43.2 إلى 49.2.

آ – كل شخص مقدار الـ الهيماتوكريت (haematocrit) عنده خارج هذا المجال، هو غير طبيعي

ب – إذا كان مقدار الـــ الهيماتوكريت (haematocrit) خارج هذين الحدين، فهذا يعنـــي وجود مرض

ج – إذا كان مقدار الـــ الهيماتوكريت (haematocrit) عند شخص ما 46 فيجب أن يكون بصحة جيدة.

د – المرأة التـــي عندها الـــ الهيماتوكريت (haematocrit) 48 فإن الـــ الهيماتوكريت (haematocrit) في الحدود الطبيعية

هــ – الرجل الذي عنده الـــ الهيماتوكريت (haematocrit) 42 يمكن أن يكون مريضاً

86. عندما يعين منحنـــي البُقيا من أزمنة بُقيا المتسربين

آ – تقدير نسبة البقاء على قيد الحياة تصبح أقل ثقة كلما ازداد زمن البقيا

ب – المتسربون خلال الفترة الزمنية الأولى يستبعدون من الدراسة

ج – يعتمد تقدير البُقيا على افتراض أن معدل البقيا يبقى ثابتاً خلال مدة الدراسة

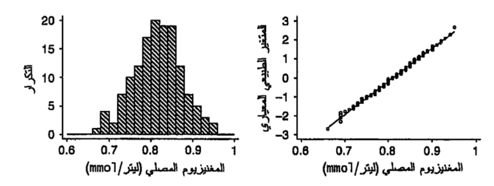
د – يمكن لمنحنـــي البقيا ألا يصل إلى الصفر

هــ – إن معدل البقيا لخمس سنوات يمكن أن يحسب حتـــى إذا كان بعض المختَبرين أقل مماثلة لما كانوا قبل خمس سنوات

E 15 تمرين: المجال المرجعي

سنقدر في هذا التمرين أحد المجالات المرجعية. فقد قاس (Mather ورفاقه 1979) المغـــزيوم المصلي لدى 140 شخصاً يبدون طبيعيين في الظاهر، لمقارنتهم مع عينة من السكريين. فقد اختيرت العينة الطبيعية من ذوي الدم المعُطي، ومن الملازمين لمراكز المسنين النهارية في ساحة مشفى (St.George) وكانوا 10 من الذكور و10 من الإناث في كل عقد من العمر (عشر سنوات) بدءاً من الفئة (15-24) وحتـــى الفئة 75 فما فوق. وقد استخدمت استبانات لهذا الغرض استبعد منها من يعانـــي من الإسهالات المتواصلة والمفرط في تعاطي الكحول ومن يتناول العقاقير بانتظام ماعدا المســـكنات الخفيفة والأدويـــة المنومـــة للمســـنين. ويبين الشـــكل (7.15) توزيـــع المغنـــزيوم المصلي، وفيه المتوســـط 0.810 mmol/litre. والانحراف المعياري 0.057 mmol/litre.

1. ما هي طريقة الاعتيان التـــي تفكرفي تطبيقها؟ لماذا استخدم المختبرون من ذوي الدم المعُطي ومن المسنين في مراكز الرعاية النهارية؟
2. لماذا استبعد بعض الأفراد من الدراسة؟ هل كانت هذه فكرة صائبة؟ لماذا سُمح بأدوية معينة للمسنين؟
3. هل يبدو أن المغنيزيوم المصلي يتبع التوزيع الطبيعي؟



الشكل 7.15 : توزيع المغنيزيوم المصلي في 140 شخصاً يبدون في الظاهر طبيعيين

4. ما هو المجال المرجعي المغنيزيوم المصنلي، باستخدام طريقة التوزيع الطبيعي؟
5. أوجد مجالات الثقة لحدي المجال المرجعي
6. هل ثمة مشكلة إذا ازداد متوسط المغنيزيوم المصلي في الأشخاص الطبيعين مع العمر؟ ما هي الطريقة التـــي يمكن تطبيقها في هذه الحالة لتحسين تقدير المجال المرجعي؟

الفصل السادس عشر

إحصاء الوفيات والبنية السكانية

Mortality statistics and population structure

1.16 معدل الوفيات Mortality rates

إن إحصاء الوفيات هو أحد مصادرنا الرئيسية التـــي تزودنا بمعلومات حول تغير نمط الأمراض والأوبئة في البلد الواحد، وحول الاختلافات فيما بين الأمراض في البلدان المتعددة. إن حدوث أي وفاة في معظم البلدان المتطورة موثق من قبل الطبيب الذي عليه أن يسجل سبب وتاريخ ومكان الوفاة ومعلومات أخرى عن المتوفى. في بريطانيا على سبيل المثال، هذه المعلومات يجب أن تتضمن تاريخ الميلاد ومكان السكن وآخر عمل معروف للمتوفى. يقوم مكتب التخطيط الوطنـــي بجمع كافة المعلومات السابقة والتـــي تشكل المادة الأولية في إحصاء الوفيات، ويسمى هذا المكتب في بريطانيا بمكتب المسح والتخطيط السكاني. وبعد ذلك يمكن أن نصنف عدد الوفيات في جداول حسب سبب الوفاة والجنس والعمر ونوع العمل ومنطقة السكن والوضع العائلي. يبين الجدول (1.5) مثالاً عن هذه الجدولة وذلك حسب الجنس وسبب الوفاة.

ومن أجل سهولة وصحة المقارنة يجب أن ننسب عدد الوفيات إلى عدد سكان المنطقة التـــي حصلت بها تلك الوفيات، ويتوفر لدينا معلومات دقيقة وذات موثوقية عالية حصلنا عليها من المكتب الوطنـــي للمسح السكانـــي بمعدل مرة واحدة كل عشرة سنوات. يمكن

أن نقدر حجم وعمر ونوع جنس السكان فيما بين المناطق وذلك باستخدام سجلات المواليد والوفيات، حيث أن كل ولادة أو وفاة يجب أن تسجل لدى كاتب معتمد وبذلك يمكن أن نتتبع تغيرات السكان. هناك بعض التغيرات التـــي تطرأ على عدد السكان بسبب الهجرة إلى داخل وخارج البلد، وان إحصاء هذه الهجرة غير دقيق بشكل يجعل إحصائية المسح السكانـــي المقدمة من المكتب الوطنـــي للإحصاء والتخطيط تقريبية. وهناك أيضاً بعض الإحصائيات لا تملك موثوقية عالية مثل عدد الوفيات بسبب العمل حيث أن تسجيلها لا يتم إلا لسنوات المسح.

إذا أخذنا عدد الوفيات خلال فترة محددة من الزمن وقسمناه على عدد السكان وعلى الفترة الزمنية فإننا نحصل على معدل الوفيات وعلى عدد الوفيات في وحدة الزمن لكل شخص. عادةً نأخذ عدد الوفيات خلال عام كامل، ولكن عندما يكون هذا العدد قليلاً فإننا نأخذ عدد الوفيات خلال عدة سنوات وذلك من أجل الزيادة في دقة بسط العملية الحسابية. وبما أن عدد السكان يتغير باستمرار فإننا نضع في مقام العملية الحسابية عدد السكان المقدر في منتصف الفترة الزمنية المدروسة. تكون الأرقام التـــي تعبر عن معدل الوفيات عادةً صغيرة جداً، لذلك نضربها عادةً بثابت مثل 1 000 أو 100 000 لكي نتخلص من سلسلة أصفار بعد الفاصلة العشرية.

عندما نحسب معدل الوفيات لكامل عدد الســـكان بغض النظر عن العمر فإننا نحصل على ما يســـمى **"معدل الوفيات الخام"** crude mortality rate أو **"معدل الموت الخام"** death rate crude ويستعمل هذين التعبيرين بالتبادل. ونحسب معدل الوفيات الخام لسكان بلد ما بالشكل التالي:

$$\frac{\text{الوفيات خلال فترة زمنية محددة}}{\text{عدد السكان المقدر في منتصف هذه الفترة الزمنية} \times \text{طول هذه الفترة الزمنية}} \times 1000$$

إذا كانت الفترة الزمنية مقدرة بالسنوات فإن العلاقة السابقة تعطي معدل الوفيات الخام كعدد الوفيات في السنة لكل 1 000 شخص.

لقد دعونا معدل الوفيات الخام كذلك (خام) لأنه لم يأخذ توزع عمر السكان بعين الاعتبار، حيث تتم المقارنة بين فئات من السكان بأعمار مختلفة. فعلى سبيل المثال، في عام 1901 كان معدل الوفيات الخام للبالغين (فوق 15 سنة من العمر) الذكور في إنكلترا وويلز هو 15.7 في السنة لكل 1000 شخص، وكان في عام 1981 هو 15.6 في السنة لكل 1000 شخص. بالطبع تبدو هذه النتيجة غريبة حيث أنه مع التطورات التـــي طرأت على الطب والسكن والتغذية بين الفترتين الزمنيتين المدروستين، لم يلاحظ إلا تحسن طفيف على معدل الوفيات الخام. ولكي نرى لماذا يجب علينا أن ننظر إلى معدل الوفيات لعمر محدد أي معدل الوفيات ضمن فئات ضيقة من العمر. حيث أن معدل الوفيات لعمر محدد يحسب عادة ضمن فئات لسنة واحدة أو خمسة سنوات أو عشرة سنوات. في عام 1901 كان معدل الوفيات المحدد للرجال بعمر من 15 إلى 19 سنة هو 3.5 وفاة في السنة لكل 1000 شخص، لكنه كان 0.8 لعام 1981. وكما يبين الجدول (1.16) فإن معدل الوفيات لعام 1901 هو أكبر منه لعام 1981 وذلك في جميع فئات الأعمار. وعلاوة على ذلك، في عام 1901 كان عدد الأشخاص في فئات الشباب ذات المعدل المنخفض للوفيات أكبر منه لعام 1981. بالمقابل فقد كان عدد الأشخاص في فئات الرجال المسنين ذات المعدل المرتفع للوفيات في عام 1901 أصغر منه لعام 1981. وعلى الرغم من أن معدل الوفيات في عام 1981 هو أصغر منه لعام 1901 في كافة فئات الأعمار لكن عدد المسنين الكبير في عام 1981 جعل عدد الوفيات للعامين 1901 و1981 متساوية تقريباً.

لحذف التأثيرات الناشئة عن بُنـــى عمرية مختلفة في المجتمعات التـــي نريد مقارنتها، يمكننا النظر في معدلات الوفاة في عمر معين. لكنِ هذه الطريقة قد تصبح صعبة ومتعبة إذا أردنا أن نقارن عدة مجتمعات، وقد يكون من الأسهل أن نستخدم رقما واحداً لكلٍ من هذه المجتمعات محسوباً من معدلات عمر معين. ويوجد العديد من الطرق لتحقيق ذلك، ومن هذه الطرق يوجد ثلاثة هي الأكثر استخداماً وهي: الطريقة المباشرة والطريقة غير المباشرة في تعيير الأعمار (جعل العمر معيارياً أو قياسياً) وطريقة جدول الحياة.

الجدول 1.16 : معدل الوفيات المحدد حسب فئات الأعمار وتوزع السكان الذكور البالغين لعامي 1901 و1981 في إنكلترا وويلز

فئات الأعمار (سنة)	معدل الوفاة في السنة لكل 1000 شخص		نسبة (%) البالغين من السكان في فئة العمر المحددة	
	1901	1981	1901	1981
19 – 15	3.5	0.8	15.36	11.09
24 – 20	4.7	0.8	14.07	9.75
34 – 25	6.2	0.9	23.76	18.81
44 – 35	10.6	1.8	18 46	15.99
54 – 45	18.0	6.1	13.34	14 75
64 – 55	33.5	17 7	8.68	14.04
74 – 65	67.8	45.6	4.57	10.65
84 – 75	139.8	105.2	1.58	4.28
+85	276.5	226.2	0.17	0.64

2.16 حساب العمر القياسي باستخدام الطريقة المباشرة

Age standardization using the direct method

سنصف أولاً الطريقة المباشرة. نتخذ لذلك بنية لمجتمع قياسي ما أي توزيعاً لنسب السكان فيه وفق فئات عمرية معينة ثم نحسب معدل الوفاة الكلي للمجتمع الملاحظ بعد تعديل معدلات الوفاة له، وفقاً للمجتمع القياسي المفروض. لنتخذ المجتمع السكانـــي لعام 1901 كمجتمع قياسي ولنحسب معدل الوفاة لمجتمع 1981 إذا كان توزيع فئات الأعمار له هو نفسه كما في مجتمع 1901. ثم نحسب ذلك بضرب معدل الوفاة في كل فئة عمرية، بنسبة السكان في الفئة العمرية نفسها في المجتمع القياسي 1901 ثم نجمع النتائج. وهذا يعطينا المعدل الوسطي للوفاة للمجتمع بكامله، وهذا ما ندعوه معدل الوفاة للعمر المعيَّر. فعلى سبيل المثال، إن معدل الوفاة لعام 1981 للفئة العمرية 15– 19 هي 0.8 بالألف وتعطى النسبة في المجتمع القياسي لهذه الفئة العمرية بـــ 15.36% أو 0.1536. وعندها تعطى مساهمة هذه الفئة العمرية بـــ $0.1229 = 0.1536 \times 0.8$ ويبين الجدول (2.16) كافة الحسابات التابعة لهذا المثال.

إذا استخدمنا في هذه الحسابات نسب السكان الخاصة بفئات العمر التابعة للعام المدروس (1981) فإننا سوف نحصل على معدل الوفيات الخام. بما أننا اخترنا عام 1901 كمجتمع

قياسي فإن معدل الوفيات الخام لهذا العام 15.7 هو نفسه معدل وفيات العمر القياسي. إن معدل وفيات العمر القياسي لعام 1981 هو 7.3 في السنة لكل 1000 شخص. نلاحظ أن معدل وفيات العمر القياسي لعام 1901 هو أكبر بكثير منه لعام 1981 وهذا يعكس الفروق في معدلات الوفيات الخاصة بفئات العمر المحددة.

الجدول 2.16 : حساب معدل وفيات العمر القياسي باستخدام الطريقة المباشرة

فئة العمر (سنة)	عدد الفئات من المجموع العام في التوزيع القياسي (a)	معدل الوفاة في السنة لكل 1000 شخص في التوزيع المدروس (b)	(b) ×(a)
19-15	0.1536	0.8	0.1229
24-20	0.1407	0.8	0.1126
34-25	0.2376	0.9	0.2138
44-35	0.1846	1.8	0.3323
54-45	0.1334	6.1	0.8137
64-55	0.0868	17.7	1.5364
74-65	0.0457	45.6	2.0839
84-75	0.0158	105.2	1.6622
+85	0.0017	226.2	0.3845
المجموع			7.2623

3.16 حساب العمر القياسي باستخدام الطريقة غير المباشرة
Age standardization by the indirect method

إن الطريقة المباشرة تعتمد على معدل الوفيات فئات العمر المحددة التابعة للسكان أو للشعب المدروس. ولكن إذا كان عدد الوفيات قليلاً جداً فإن حساب معدل الوفيات لفئات العمر سوف يكون غير مجد، ويحدث هذا عادة في دراسة فئات العمر التابعة للشباب الصغار لدرجة أننا لا نلاحظ وفيات على الإطلاق. ونلاحظ هذه الحالة عند دراسة الوفيات التـــي تحدث نتيجة لأسباب معينة، أو في فئات صغيرة من العمر، مثل الوفيات التـــي تحدث بسبب العمل. وتستخدم الطريقة غير المباشرة للمقايسة في مثل هذه المعطيات. نحسب أولاً عدد الوفيات التي نتوقع حدوثها في المجتمع المراقب، إذا علمت معدلات وفيات فئات الأعمار في

المجتمع القياسي. وبعدها نقارن عدد الوفيات المتوقع (المحسوب آنفاً) مع عدد الوفيات الذي يحدث فعلياً.

سوف نأخذ كمثال على ذلك عدد الوفيات الحاصلة بسبب تشمع الكبد عند الأطباء الذكور في إنكلترا وويلز، والتي تم إحصاؤها في عام 1971. لقد وجد أن هناك 14 وفاة من بين 43570 طبيباً أعمارهم أقل من 65 سنة، أي بمعدل وفيات خام قدره 321 = 14/43570 وفاة لكل مليون طبيب، بالمقارنة مع 1423 من أصل 15247980 من البالغين الذكور (العمر 15- 64 سنة) أو 93 وفاة لكل مليون. إن معدل الوفيات بين الأطباء يبدو مرتفعاً، لكن معدل الأعمار عند الأطباء يمكن أن يكون أعلى منه عند الذكور من عامة الناس، حيث أن عدد الأطباء الذين أعمارهم أقل من 25 سنة هو قليل جداً. كذلك فإن عدد الوفيات الحقيقي بين الأطباء هو قليل، وكل اختلاف لا يفسر عن طريق تأثير العمر يمكن أن يرد إلى المصادفة، والطريقة غير المباشرة تمكننا من اختبار ذلك. الجدول (3.16) يبين معدل وفيات الفئة العمرية بسبب مرض تشمع الكبد بين الرجال كافة الذين تنحصر أعمارهم بين 15 و65 سنة، كما يبين هذا الجدول عدد الرجال في فئات الأعمار المحددة بعشرة سنوات للرجال بشكل عام وللأطباء. ويمكننا أن نلاحظ الفرق بين توزيعي الأعمار هذين.

الجدول 3.16 : معدلات الوفيات لعمر معين نتيجة لتشمع الكبد
وتوزع العمر للرجال والأطباء في بريطانيا وويلز (1971)

فئة العمر (سنوات)	الوفيات في مليون رجل في العام	عدد الرجال	عدد الأطباء
15-24	5.859	3 584 320	1 080
25-34	13.050	3 065 100	12 860
35-44	46.937	2 876 170	11 510
45-54	161.503	2 965 880	10 330
55-64	271.358	2 756 510	7 790

إن حساب العدد المتوقع للوفيات هنا شبيه بالطريقة المباشرة. ولكن باستخدام مجتمعات إحصائية ومعدلات مختلفة. لكل فئة من فئات العمر، نأخذ العدد في المجتمع المراقب، ونضربه بمعدل الوفاة للعمر القياسي، وهذا يعطي احتمال الوفاة إذا كانت الوفيات في المجتمع المراقب هي نفسها في المجتمع القياسي. وهذا يعطينا عدد الوفيات الذي نتوقعه في هذه الفئة العمرية

في المجتمع المراقب. بعد ذلك يتم جمع هذه الأرقام لجميع فئات العمر، للحصول على عدد الوفيات المتوقع. هذه الحسابات مبينة في الجدول (4.16).

الجدول 4.16 : حساب العدد المتوقع للوفيات نتيجة لتشمع الكبد عند الأطباء باستخدام الطريقة غير المباشرة

فئة العمر (سنوات)	الوفيات المعيارية بمعدل 1000 (a)	المجتمع المراقب عدد الأطباء (b)	$a \times b$
15–24	0.000 005 859	1 080	0.006 3
25–34	0.000 013 050	12 860	0.167 8
35–44	0.000 046 937	11 510	0.540 2
45–54	0.000 161 503	10 330	1.668 3
55–64	0.000 271 358	7 790	2.113 9
المجموع			4.496 5

يعطى العدد المتوقع للوفيات بـــ 4.4965 وهو أقل بكثير من القيمة المراقبة 14. وعادة ما يتم تمثيل النتيجة على أنها النسبة بين الوفيات المتوقعة والوفيات المراقبة. وهذا ما يسمى **معدل الوفيات القياسي SMR (standardized mortality ratio)** لحالات تشمع الكبد بين الأطباء هي:

$$\text{SMR} = \frac{14}{4.4965} = 3.11$$

وعادة ما يتم ضرب قيمة SMR بـــ 100 لنتخلص من الفاصلة وبذلك فإننا نعطي SMR على أنها 311. إذا لم نجر أي تعديل على العمر أبداً، يكون معدل الوفاة الخام 3.44، مقارنة مع القيمة التــي حصلنا عليها بعد تعديل العمر والتــي هي 3.11 وبذلك فإن التعديل في العمر قد سبب فرقاً طفيفاً في هذه الحالة.

يمكننا حساب مجال الثقة بالنسبة لـــ SMR بشكل سهل وبسيط وسوف نرمز إلى الوفيات المراقبة بـــ O والوفيات المتوقعة بـــ E. ويمكننا اعتبار أن حالات الوفيات مستقلة عن بعضها وإنها تحصل بشكل عشوائي مع الزمن علماً أن لعدد الوفيات المراقبة توزيع بواسونـــي. يعطى الانحراف القياسي لتوزيع بواسون بالجذر التربيعي للمتوسط. وبالتالي يمكن تقدير الانحراف القياسي بالجذر التربيعي لعدد الوفيات المراقبة $\sqrt{O}$. ويمكننا حساب العدد المتوقع للوفيات من عينة كبيرة جداً ويتم تقديره بشكل جيد ويمكن التعامل معه على

أساس أنه ثابت. وبذلك فإن الانحراف القياسي للمقدار $O/E \times 100$ وهو الخطأ القياسي لـــ SMR يقدر بـــ $100 \times \sqrt{O}/E$. إذا كان عدد الوفيات كبيراً بما فيه الكفاية (أكثر من 10) فيمكننا تحديد 95 % مجال ثقة على الشكل التالي:

$$100\times\frac{O}{E}-1.96\times100\times\frac{\sqrt{O}}{E} \text{ إلى } 100\times\frac{O}{E}+1.96\times100\times\frac{\sqrt{14}}{4.4965}$$

أما إذا كانت التكرارات المشاهدة صغيرة فإنه يوجد جداول مبنية على أساس قيم احتمالية دقيقة لتوزيع بواسون (بيرسون وهارتلي 1970). بالنسبة لمعطيات تشمع الكبد فإن المعادلة السابقة تكتب بالشكل التالي:

$$311-1.96\times100\frac{\sqrt{14}}{4.4965} \text{ إلى } 311+1.96\times100\frac{\sqrt{14}}{4.4965}$$
$$=311-163 \text{ إلى } 311+163$$
$$=148 \text{ إلى } 474$$

من الواضح جداً هنا أن مجال الثقة يتجاوز المقدار 100 بحيث لا يمكننا أن ننسب الوفيات العالية إلى المصادفة.

يمكننا أيضاً اختبار الفرضية الابتدائية بأن SAR = 100 في المجتمع الإحصائي. فإذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة وكان O يتوزع توزيعاً بواسونياً بمتوسط E فإن الانحراف القياسي له $\sqrt{E}$ فإذا كان حجم العينة كبيراً بشكل كاف أي ($E > 10$). فإن $(O-E)/\sqrt{E}$ يتوزع توزعاً طبيعياً كانت الفرضية الابتدائية صحيحة. إن حجم عينة الأطباء صغير جداً لبناء الاختبار واعتماد نتائجه، ولكن إذا كان هذا محققاً فإننا نحصل على $(O-E)/\sqrt{E}=(14-4.4965)/\sqrt{4.4965}=4.48$، P = 0.0001. إن هذه الأخبار ليست سيئة بالنسبة للأطباء الممارسين. إن قيمة SMR لكل من سرطان الرغامى والقصبات والرئة عند الأطباء هي 32 فقط. فمن الممكن أن يتناول الأطباء المشروبات الروحية ولكنهم لا يدخنون.

هناك طرق تقريبية أفضل وطرق دقيقة لحساب مجال الثقة موضحة من قبل موريس وغاردنر (1989) وبرسلو ووادي (1987).

4.16 جداول الحياة الإحصائية السكانية

Demographic life tables

في فقرات سابقة تم مناقشة استخدام تقنية جداول الحياة من أجل تحليل معطيات البُقيا السريرية الفقرة (6.15). تم إيجاد جدول الحياة بمتابعة بقيا مجموعة من الحالات من نقطة معينة وحتـــى الوفاة. في الدراسات **الإحصائية للسكان (Demographic)** يمكننا بناء جداول الحياة بطرق مختلفة. فبدلاً من متابعة الفئة منذ الولادة وحتـــى الوفاة، فإننا نبدأ بمعدلات الوفيات النوعية لفئة عمر ما. وعند ذلك يتم حساب ماذا سوف يحدث لفئة من الأشخاص منذ الولادة إذا طبقت معدلات الوفيات النوعية للعمر هذه بدون أي تغيير خلال حياهم. سوف نرمز إلى احتمال الوفاة بين العمرين x و$x + 1$ سنة بـــ q_x (معدل الوفيات النوعي للعمر في العمر x) وكما في الجدول (8.15) فإن احتمال البقيا من عمر x إلى $x + 1$ هو $p_x = 1 - q_x$. لنفترض أن لدينا أترابية من الأشخاص بحجم l_0 عند العمر 0 أي عند الولادة. غالباً ما تكون قيمة l_0 (100.000) أو (10.000). وليكن عدد الأشخاص الذين سوف يبقون على قيد الحياة بعد x من السنين هو l_x وبذلك نرى أن عدد الأشخاص الذين يبقون على قيد الحياة بعد $x + 1$ سنة هو $l_{x+1} = p_x \times l_x$ وبمعرفة كل قيم p_x من $x = 0$ وما بعدها فإنه يمكننا حساب l_x. ويكون احتمال البقيا التراكمي حتـــى العمر x هو $P_x = l_x / l_0$.

الجدول (5.16) مستخلص من جدول الحياة رقم /11/ لعام (52-1950) في بريطانيا وويلز. ماعدا 1941، حيث يتم إنتاج جداول الحياة المذكورة هنا كل عشرة سنوات منذ عام 1871، وذلك اعتماداً على السنوات الإحصائية العشرية. يتم اعتماد جداول الحياة على السنة الإحصائية لأنه يمكننا فقط أن نحصل على مقياس جيد لعدد الأشخاص في كل عمر. وهو المقام في حساب q_x. تمت إضافة فترة ثلاث سنوات للدراسة لزيادة عدد الوفيات لفئة عمر واحدة وبذلك تم تحسين تقدير القيمة q_x. ثم تم فصل الجدول إلى جدولين واحد للذكور وواحد للإناث وذلك لأن وفيات هذين الجنسين مختلفة كثيراً فيما بينها. إن معدلات

الوفيات النوعية للعمر هي أعلى عند الذكور منها عند الإناث لكل فئة عمر. يتم متابعة إنتاج جداول الحياة بين السنوات الإحصائية ويتم نشرها بأشكال مختصرة تعطي l_x بفترات زمنية مقدارها 5 سنوات وبعد عمر الخمس سنوات فقط جدول (6.16).

الجدول 5.16 : مستخلص من جدول الحياة البريطاني رقم /11/ (1950 - 52)، للذكور

العمر بالسنين	العدد المتوقع للأحياء عند عمر x	احتمال وفاة فرد بين الأعمار x و $x+1$	الحياة المتوقعة عند عمر x سنة
x	l_x	q_x	e_x
0	100 000	0.032 66	66.42
1	96 734	0.002 41	67.66
2	96 501	0.001 41	66.82
3	96 395	0.001 02	65.91
4	96 267	0.000 84	64.98
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
100	23	0.440 45	1.67
101	13	0.450 72	1.62
102	7	0.460 11	1.58
103	4	0.468 64	1.53
104	2	0.476 36	1.50

العمود الأخير في الجدول (5.16) و(6.16) هو **الحياة المتوقعة أو توقع الحياة** e_x. وهو معدل الحياة الذي سوف يعيشه هؤلاء الأشخاص الذين وصلوا إلى عمر x. تم حساب هذه الكمية في فقرات سابقة على أنها القيمة المتوقعة لتوزع احتمال سنة الوفاة الفقرة (E6). يمكننا إجراء نفس العملية الحسابية بطرق أخرى، فعلى سبيل المثال، عند جمع l_{x+1} مع l_{x+2} مع l_{x+3} إلخ... سوف نحصل على عدد السنوات الكلي للحياة. لأن l_{x+1} والذي استمر بالبقاء حتى $x+1$ سوف يضيف l_{x+1} من السنوات إلى المجموع و l_{x+2} من هؤلاء الذين استمروا بالبقاء من $x+1$ إلى $x+2$ سيضيفون l_{x+2} سنة أخرى وهكذا. عندما نقسم هذا المجموع على l_x فإننا نحصل على العدد المتوسط لجميع سنوات الحياة. وإذا تذكرنا أن الأشخاص لا يموتون في أيام ميلادهم وإنما يموتون بشكل مبعثر على مدار العام، فإنه يمكننا إضافة نصف آخذين في الحساب نصف سنة حياة في عام الوفاة وبذلك نحصل على:

$$e_x = \frac{1}{2} + \frac{1}{l_x} \sum_{i=x+1}^{\infty} l_i$$

بما معناه، جمع l_i منذ العمر $x+1$ وحتـــى نهاية جدول الحياة.

الجدول 6.16 : جدول الحياة المختصر (1988-90)

لبريطانيا وويلز

العمر	الذكور		الإناث	
x	l_x	e_x	l_x	e_x
0	10000	73.0	10000	78.5
1	9904	72.7	9928	78.0
2	9898	71.7	9922	77.1
3	9893	70.8	9919	76.1
4	9890	69.8	9916	75.1
5	9888	68.8	9914	74.2
10	9877	63.9	9907	69.2
15	9866	58.9	9899	64.3
20	9832	54.1	9885	59.4
25	9790	49.3	9870	54.4
30	9749	44.5	9852	49.5
35	9702	39.7	9826	44.6
40	9638	35.0	9784	39.8
45	9542	30.3	9718	35.1
50	9375	25.8	9607	30.5
55	9097	21.5	9431	26.0
60	8624	17.5	9135	21.7
65	7836	14.0	8645	17.8
70	6689	11.0	7918	14.2
75	5177	8.4	6869	11.0
80	3451	6.4	5446	8.2
85	1852	4.9	3659	5.9

إذا كان هناك العديد من الأشخاص الذين يموتون مبكراً مع ارتفاع معدلات الوفاة في أعمار معينة عند الأطفال، فإن لهذه المعدلات تأثير كبير على توقعات الحياة عند الولادة. يبـــين الجدول (7.16) توقعات الحياة عند أعمار مختارة من أربعة جداول حياة إنكليزية (OPCS 1992). في عام 1981 على سبيل المثال، كانت توقعات الحياة عند الولادة للذكور 71 عام مقارنة مع 40 عام فقط في سنة 1841 بتحسن مقداره 31 سنة. من جهة أخرى فإن توقعات الحياة عند سن 45 عام 1981 كان 29 سنة مقارنة مع 23 سنة في عام 1841، بتحسن ست سنوات فقط. عند العمر 65 نجد توقعات الحياة للذكور كان 11 سنة في عام

1841 و13 سنة في عام 1981، وهو تغير أصغر من سابقه. وبذلك فإن التغير في توقع الحياة عند الولادة كان نتيجة لتغيرات الوفيات في المراحل المبكرة من الحياة وليس في المتأخرة.

الجدول 7.16 : توقعات الحياة في عام 1841، 1901، 1951، 1981، في بريطانيا وويلز

العمر	الجنس	توقعات الحياة (سنين)			
		1841	1901	1951	1981
ولادة	ذكور	40	49	66	71
	إناث	42	52	72	77
15 سنة	ذكور	43	47	54	57
	إناث	44	50	59	63
45 سنة	ذكور	23	23	27	29
	إناث	24	26	31	34
65 سنة	ذكور	11	11	12	13
	إناث	12	12	14	17

هناك خطأ شائع عن مفهوم توقع الحياة عند سن 40 سنة، كما هو في عام 1841، والذي يعنـــي أن معظم الأشخاص يموتون بحدود السن 40 انظر على سبيل المثال (Rowe 1992):

تثير الأمهات الغضب والاستياء دائماً ببناقمن البالغات بينما تثير البنات البالغات دائماً الكرب والذم لأمهاقمن. في العصور الماضية، لم تبق هذه الحالة السيئة لوقت طويل، كانت البنات يضمرن غضبهن واستيائهن من خلال اهتمامهن بأمهاقمن عندما يصبحن في عمر 40 ويكبرن بشكل سريع ويمتـــن. في الوقت الحاضر فإن الأمهات يصلن إلى سن 40 وهم في حالة قوية وبصحة جيدة وهم ما يزلن في منتصف حياقمن.

هذا طبعاً غير منطقي، كما هو مبين في الجدول (7.16) حيث تم تقدير توقع الحياة للنساء اللاتـــي يصلن سن 40 يمتلكن توقع حياة أكبر بـــ 20 سنة، فإلهن لا يهرمن بسرعة ومن ثم يتوفين.

هناك عدة استخدامات لجداول الحياة، طبية وغير طبية لأنها تؤمن لنا ملخصاً مفيداً عن الوفيات دون الحاجة للرجوع إلى مجتمع إحصائي قياسي. وتسمح لنا بتوقع الحجم المستقبلي والبنية العمرية للمجتمع الإحصائي من خلال الواقع الحالي لها، وهذا ما يدعى بتصور أو إسقاط المجتمع الإحصائي وهو ما يمكن أن يكون مفيداً جداً في كثير من التوقعات مثل

المتطلبات المستقبلية لأسِّرة قسم المسنين في المناطق الصحية. وتفيد جداول الحياة أيضاً في التطبيقات غير الطبية، مثل حسابات قسط التأمين الاجتماعي والمكافآت والدخل السنوي.

تكمن الصعوبة الأساسية لعملية التنبؤ في إيجاد جدول الحياة المناسب للمجتمع الإحصائي قيد الدراسة. فعلى سبيل المثال، من أجل مجتمع إحصائي عام (منطقة صحية) فإن جدول الحياة الوطنـي هو عادة كافي، ولكن من أجل مجتمعات إحصائية خاصة قد لا يكون ذلك مناسباً، فإذا رغبنا في التنبؤ بالمتطلبات المستقبلية للرعاية الطبية في مجتمع ما، مثل مستشفيات الرعاية النفسية ذات الرقابة الطويلة أو في دور المسنين، فإن الوفيات قد تكون أكبر بكثير من تلك المعروفة في المجتمع الإحصائي العام. تؤخذ التوقعات المبنية على أساس جدول الحياة الوطنـي كتوجيه تقريبـي فقط. وإذا كان هذا ممكناً فإنه يجب استخدام جداول الحياة المحسوبة على المجتمع الإحصائي مباشرة.

5.16 الإحصائيات الحيوية Vital statistics

لاحظنا وبعدة مناسبات كيف أن الكلمات المعتادة كان لها معنـى مختلف في الإحصاء عن تلك المعانـي التـي نستعملها في الحياة العامة. وذلك مثل كلمة "طبيعي" و"مهم". إن التعبير "الإحصائيات الحيوية" مخالف لذلك، وهو تعبير تقنـي اكتسبت معنـى لا يتعلق نهائياً بأي مفهوم عام أو معروف. فحسب رأي الإحصائيين الطبيين فإن الإحصائيات الحيوية ليست لها أية علاقة بأبعاد أجسام الإناث. إنها الإحصائيات المتعلقة بالحياة والوفاة: معدلات الولادة، معدلات الإخصاب، معدلات الزواج، ومعدلات الوفاة. وقد تعاملنا حتـى الآن بمعدل الوفيات الخام، ومعدل الوفيات القياسي، وتوقعات الحياة. في هذه الفقرة سوف نعرف عدداً من الإحصائيات الأخرى التـي غالباً ما ترد في الأدبيات الطبية.

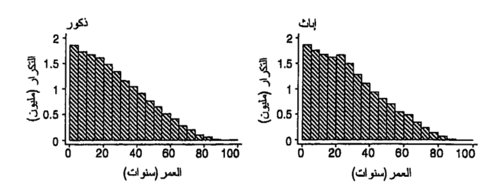
معدلات وفيات الرضّع: هو عدد الوفيات لعمر أقل من سنة واحدة مقسم على عدد الأطفال الذين على قيد الحياة عند الولادة. وغالباً ما يتم تمثيله بعدد الوفيات كل ألف ولادة حية. **معدل وفيات الوليد:** هي نفس الشيء للوفيات ولكن في الأسابيع الأربعة الأولى

للحياة. **معدل الوليد الميت:** هي عدد الأجنة الميتين مقسم على العدد الكلي للولادات سواء كانوا على قيد الحياة أو ميتين. الوليد الميت هو طفل ولد ميتاً بعد 28 أسبوع من الحمل. **معدل الوفيات ما حول الولادة:** هو عدد المواليد الميتة والوفيات في الأسبوع الأول من الحياة مقسم على العدد الكلي للولادات، ويحسب أيضاً لكل ألف ولادة. وينظر إلى معدلات وفيات الرضع وما حول الولادة على أنها مؤشرات حســاسة للحالة الصحية للمجتمع. **معدل وفيات الأمهات:** هو عدد وفيات الأمهات نتيجة مشاكل الحمل والولادة مقسم على العدد الكلي للولادات. **معدل الولادة:** هو عدد المواليد الأحياء مقسوماً على المجتمع الكلي للمواليد. **معدل الإخصاب:** هو عدد المواليد الأحياء في السنة مقسوماً على عدد النساء اللواتـــي في سن الإنجاب مأخوذة على أنها من 15 إلى 44 سنة.

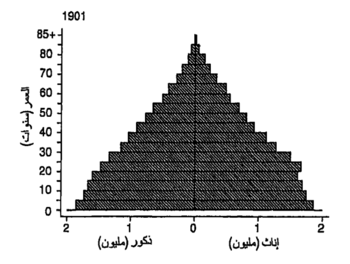
معدل الهجمة: لمرض معين هو: نسبة من الأشخاص الذين يتعرضون إلى حمج معين يؤدي إلى تطور المرض. **معدل إماتة الحالة:** هو نسبة الحالات التـــي تموت. **انتشار** المرض هو: نسبة الأشخاص المصابين بالمرض في زمن معين. **الحدوث** هو: عدد الحالات الجديدة في العام مقسوماً على عدد المعرضين للمرض.

6.16 هرم المجتمع الإحصائي The population pyramid

يمكن تمثيل توزع العمر في مجتمع إحصائي ما كمنسج باستخدام الطرق المشروحة في الفقرة (3.4). ولأن وفيات الذكور والإناث مختلفة عن بعضها كثيراً، فإن توزيعات العمر للذكور والإناث هي أيضاً مختلفة. من المعتاد أيضاً إظهار توزيعات العمر للجنسين بشكل منفصل. يظهر الشكل (1.16) توزيعات العمر لمجتمعات الذكور والإناث في بريطانيا وويلز في عام 1901، هذه المنسجات لها المقياس الأفقي نفسه. والطريقة المألوفة لرسمها هي بجعل مقياس العمر عمودياً ومقياس التكرار أفقياً كما هو مبين في الشكل (2.16). وصفر مقياس التكرار هنا يقع في المنتصف ويزداد إلى اليمين للإناث وإلى اليسار للذكور وهذا ما يدعى **هرم المجتمع الإحصائي** بسبب شكله.

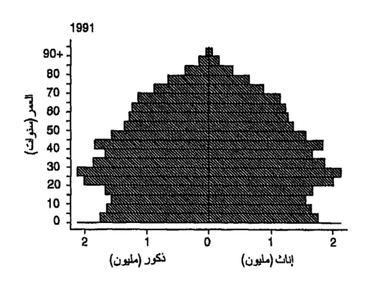


الشكل 1.16 : توزيعات العمر للمجتمع الإحصائي في بريطانيا وويلز، حسب الجنس، 1901



الشكل 2.16 : هرم المجتمع الإحصائي في بريطانيا وويلز، 1901

يبين الشكل (3.16) هرم المجتمع الإحصائي في بريطانيا وويلز عام 1981. إن شكل هذا الهرم مختلف تماماً عن سابقه، بدلاً من الشكل المثلثي فإننا نرى شكلاً غير نظامي وأطرافاً تقريباً عمودية وتبدأ بالانحناء بشكل حاد جداً باتجاه الداخل حوالي العمر 65. وفي سنوات ما بعد الحرب وفي الستينيات يلاحظ ازدياد عدد الأطفال على شكل بروز في المخطط عند العمرين 20 و35. وهو ما يظهر تغيراً رئيسياً في بنية المجتمع حيث نلحظ زيادة كبيرة في نسب المسنين الذين أصبحوا الجزء الأكبر من عمل الأطباء والممرضات والمساعدين لهم ومن الممتع ملاحظة كيف تم حدوث ذلك.



الشكل 3.16 : هرم المجتمع الإحصائي في بريطانيا وويلز، 1981

يفترض بشكل عام أن الأشخاص يعيشون في الوقت الحاضر زمناً أطول نتيجةً لتطور الطب الحديث، والذي يقلل من عدد الوفيات في منتصف الحياة. وهذا صحيح بشكل جزئي، وكما هو مبين في الجدول (7.16) فإن توقع الحياة عند الولادة ازداد بشكل كبير جداً في عامي 1901 و1981. ولكن الزيادة في المرحلة المتأخرة من الحياة كانت أقل بكثير. فلم يكن التغير عبارة عن ازدياد لكل حياة بمقدار عشرون عاماً (والتـــي يمكن رؤيتها عند كل فئة عمرية) ولكنها تمثل بشكل أساسي انخفاضاً في الوفيات في زمن الطفولة وفي المرحلة المبكرة من سن البلوغ. وتغيرت الوفيات المتأخرة في الحياة نسبياً بشكل قليل. حيث أن انخفاضاً كبيراً في الوفيات في سن الطفولة سوف يؤدي إلى ازدياد في قاعدة الهرم، وذلك بازدياد عدد الأطفال الذين يبقون على قيد الحياة إلا إذا كان هناك انخفاض في عدد الأطفال المولودين. في القرن 19 كانت النساء ينجبن الكثير من الأطفال وبرغم ارتفاع الوفيات في سن الطفولة فإن عدد الأطفال الذين بقوا على قيد الحياة حتـــى سن البلوغ قد أنجبوا عدداً من الأطفال أكثر من العدد الذي أنجبه آباؤهم. لقد توسع المجتمع الإحصائي وهذا التاريخ تم تجسيده في هرم المجتمع الإحصائي لعام 1901. في القرن العشرين، نجد وفيات الأطفال قد انخفضت واستجاب السكان إلى ذلك بتخفيض عدد الأطفال. في عام 1841 وحتـــى 1845 فإن معدلات وفيات الرضع كانت 148 لكل 1000 ولادة حية، 138 في الأعوام 5-1901

وفقط 10 في الأعوام 5–1981 (OPCS-1992b). معدل الولادات كان 32.2 لكل 1000 امرأة في الأعوام 5–1841، و28.2 في الأعوام 5–1901، و12.8 في الأعوام 5–1981. وبذلك توقفت قاعدة الهرم عن التوسع، وبازدياد عمر أولئك الذين كانوا في قاعدة هرم 1901 فإن المجتمع الإحصائي في النصف الأعلى من الهرم ازداد، إن فئة العمر 4 – 5 في الهرم لعام 1901 هي فئة العمر 84 – 80 في الهرم 1981. إذا لم تنخفض معدلات الولادة فإن المجتمع سوف يستمر في التوسع وسوف نحصل على نسبة كبيرة من الأشخاص اليافعين في عام 1981 كما كانت عام 1901 ومجتمع سكاني كبير جداً. وبذلك فإن الازدياد في نسبة المسنين ليست بسبب أن حياة البالغين قد امتدت ولكن بسبب انخفاض الإخصاب. إن توقع الحياة بالنسبة للمسنين قد تغير نسبياً. في معظم الأقطار المتطورة يكون الهرم السكانـــي مستقراً كما في الشكل (3.16)، كما في معظم الأقطار النامية يكون الهرم متسعاً كما في الشكل (2.16).

M 16 أسئلة الاختيار من متعدد من 87 إلى 92

يجاب على كل سؤال إما بصح أو خطأ.

87. معدل الوفيات لعمر معين:

آ – هو نسبة الوفيات المراقبة إلى الوفيات المتوقعة

ب – يمكن استخدامه لمقارنة الوفيات بين فئات عمرية مختلفة

ج – هو معدل وفيات يمكن تعديله حسب العمر

د – يقيس عدد الوفيات في العام

هـ – يقيس البنية العمرية في المجتمع الإحصائي

88. توقع الحياة:

آ – هو عدد السنين التـــي يعيشها معظم الناس

ب – هو طريقة لتلخيص معدلات الوفيات النوعية للعمر

ج – هو القيمة المتوقعة لتوزع إحصائي معين

د – يتغير مع العمر

هـ – يمكن استخلاصه من جداول الحياة

89. في دراسة للانتحار فيما بعد الولادة (Appleby 1991)، فإن SMR للانتحار عند النساء اللواتـــي انجبن حديثاً كان 17 بـــ 95% مجال ثقة من 14 إلى 21 (جميع النساء = 100). أما بالنسبة للنساء اللواتـــي عندهن حالة ولادة طفل ميت، فإن SMR كانت 105 (95% مجال ثقة من 31 إلى 277). يمكننا استخلاص ما يلي:

آ – احتمال انتحار النساء اللواتـــي انجبن حديثاً أقل من احتمال انتحار النساء الأخريات من نفس العمر

ب – احتمال إقدام النساء اللواتـــي أنجبن طفلاً ميتاً على الانتحار أقل مقارنة مع النساء الأخريات من نفس العمر.

ج – احتمال إقدام النساء اللواتـــي انجبن طفلاً حياً على الانتحار أقل مقارنة مع النساء من نفس العمر واللواتـــي أنجبن طفلاً ميتاً

د – من الممكن ازدياد الاقدام على الانتحار للنساء اللاتي ينجبن أطفالاً ميتين

هـــ – يجب أن تنجب النساء المهيآت للانتحار أطفالاً

90. في عام 1971، فإن قيمة SMR لحالات تشمع الكبد كانت عند الرجال 773 لأصحاب الحانات و25 لمنظفي النوافذ. ونلاحظ أن الفرق بين هاتين الحالتين والعدد 100 يُعتد به بنسبة كبيرة. (Donnan & Haskey, 1978). يمكننا استخلاص:

آ – احتمال أن يموت أصحاب الحانات من حالة تشمع الكبد هي سبعة أضعاف احتمال موت الشخص العادي.

ب – القيمة العالية لـــ SMR لأصحاب الحانات قد تكون بسبب أنهم من فئة كبار السن.

ج – كون الشخص من أصحاب الحانات يسبب له تشمع الكبد

د – تنظيف النوافذ يحمي الرجال من تشمع الكبد

هـــ – منضفوا النوافذ معرضون لخطر الإصابة بتشميع الكبد

91. البنية العمرية والجنس في المجتمع الإحصائي يمكن أن توصف بـــ:

آ – جدول الحياة

ب – معامل الترابط

ج – معدل الوفيات القياسي

د – هرم المجتمع الإحصائي

هـ – مخطط الأعمدة

92. تُعدل الإحصائيات التالية لتسمح بتوزيع العمر في المجتمعات الإحصائية:

آ – معدل الوفيات القياسي للعمر

ب – معدل الإخصاب

ج – معدل وفيات ما حول الولادة

د – معدل الوفيات الخام

هـ – توقع الحياة عند الولادة.

E 16 تمرين: الوفيات من إساءة استخدام المركبات الطيارة

درس أندرسون ورفاقه عام 1985 الوفيات المترافقة مع إساءة استخدام المحاليل الطيارة VAA وهو ما يدعى باستنشاق المواد اللاصقة. في هذه الدراسة تم تجميع كل حالات الوفاة المترافقة مع USA منذ عام 1971 وحتى 1983 باستخدام جميع المصادر الممكنة بما فيها شركات النشر والإحصائيات التي تصدر كل ستة أشهر عن مكاتب التحقيق بالوفيات، كما تم الإبلاغ عن الحالات من قبل مركز الإحصاء السكاني والمسح لبريطانيا وويلز والمكتب الملكي ومن قبل وكلاء للدولة في سكوتلندا.

يبين الجدول (8.16) توزع العمر لهذه الوفيات في بريطانيا وسكوتلندا مع توزع العمر في الإحصاء الرسمي لعام 1981.

1. احسب معدلات الوفيات لعمر معين لـ VSA في السنة الواحدة ولكامل الفترة الزمنية. ما هو الشيء غير العادي بالنسبة لمعدلات الوفيات لعمر معين.

2. احسب SMR لوفيات VSA في سكوتلندا

3. احسب مجال الثقة 95% لهذه القيمة لـ SMR.

الجدول 8.16 : الوفيات الناجمة عن استنشاق المواد الطيارة، وحجم المجتمع في بريطانيا وسكوتلاندا 1971-1983 (اندرسون ورفاقه 1985)

فئات العمر (بالسنوات)	بريطانيا		سكوتلاندا	
	وفيات VSA	المجتمع (بالألوف)	وفيات VSA	المجتمع (بالألوف)
0–9	0	6770	0	653
10–14	44	4271	13	425
15–19	150	4467	29	447
20–24	45	3959	9	394
25–29	15	3616	0	342
30–39	8	7408	0	659
40–49	2	6055	0	574
50–59	7	6242	0	579
60+	4	10769	0	962

4. هل عدد الوفيات في سكوتلاندا تبدو عالية بشكل خاص؟ فيما عدا استنشاق المواد الغروية، هل توجد عوامل أخرى يجب أن تؤخذ كتعليل ممكن لهذه النتيجة؟

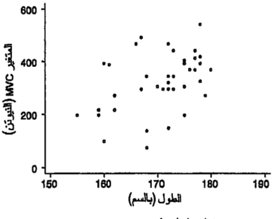
الفصل السابع عشر

طرق متعددة العوامل

Multifactorial methods

1.17 الانكفاء الخطي المتعدد Multiple regression

في الفصلين العاشر والحادي عشر، بحثنا في طرق تحليل العلاقة بين المتغير الناتج والمتغير المُنبــيء. ويجب أن يكون المتغير المُنبــيء، كما هو الحال في الانكفاء الخطي البسيط، أو أن يكون المتغير المُنبــيء كيفياً كما هو الحال في تحليل التفاوت. سنبحث في هذا الفصل مجموعة الطرق المستعملة لمعالجة المتغير الناتج الاثنائــي أو بيانات بقيا مراقبة. إن مثل هذه الطرق صعبة الحل يدوياً وغالباً ما تستعمل البرامج الحاسوبية ولذلك سأحاول حذف الصيغ الرياضية.



الشكل 1.17 : قوة العضلة (MVC) بدلالة طول المريض

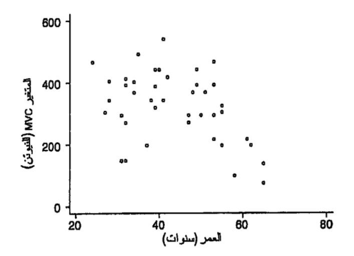
الجدول 1.17 : شدة التقلص الإرادي الأعظمي للعضلة الرباعية (MVC)، عمر المريض، طول المريض، لـــ 41 مدمن كحولي (Hickish ورفاقه، 1989).

العمر (سنوات)	الطول (سم)	MVC (نيوتن)	العمر (سنوات)	الطول (سم)	MVC (نيوتن)
24	166	466	42	178	417
27	175	304	47	171	294
28	173	343	47	162	270
28	175	404	48	177	368
31	172	147	49	177	441
31	172	294	49	178	392
32	160	392	50	167	294
32	172	147	51	176	368
32	179	270	53	159	216
32	177	412	53	173	294
34	175	402	53	175	392
34	180	368	53	172	466
35	167	491	55	170	304
37	175	196	55	178	324
38	172	343	55	155	196
39	172	319	58	160	98
39	161	387	61	162	216
39	173	441	62	159	196
40	173	441	65	168	137
41	168	343	65	168	74
41	178	540			

ويبين الجدول (1.17) أعمار، أطوال وشدة التقلص الإرادي الأعظمي للعضلة الرباعية (MVC) لزمرة من المدمنين على الكحول، علماً أن المتغير الناتج هو المتغير MVC. ويبين الشكل (1.17) العلاقة بين المتغير MVC وطول المريض. يمكننا بناء مستقيم انكفاء خطي من الشكل: الطول × $MVC = a + b$ الفقرة (2-3.11). وهذا يمكننا من التنبؤ بمتوسط المتغير MVC من أجل طول مريض معطى. ولكن نلاحظ أن المتغير MVC يتغير بتغير أشياء أخرى بالإضافة لطول المريض. يبين الشكل (2.17) العلاقة بين المتغير MVC وعمر المريض.

يمكننا من خلال مصفوفة الارتباط أن نبين شدة العلاقات الخطية بين المتغيرات الثلاثة. ويظهر هذا الجدول رياضياً على شكل **مصفوفة مربعة** من الأعداد، والتـــي تدعى مصفوفة الارتباط للبيانات المذكورة في الجدول (1.17)، (انظر الجدول 17.2). نلاحظ أن معاملات القطر الرئيسي لمصفوفة الارتباط مساوية للواحد، لأنها تمثل معامل ارتباط كل متغير إحصائي بنفسه وأن مصفوفة الارتباط متناظرة بالنسبة لقطرها الرئيسي. وبالنسبة لهذه التناظرية فإن

الحواسيب تطبع على شاشاتها فقط الجزء الأدنـــى للقطر الرئيسي. يبين تفحص الجدول (2.17) أن الرجال كبيري العمر أقصر وأضعف من الرجال في مقتبل العمر، ويبين كذلك الجدول أن الرجال طوال القامة أقوى من قصار القامة، وأن العلاقة بين المتغيرات الثلاثة متماثلة الشـــدة. وبالعودة للجـــدول (2.11) نجـــد أن الارتباطـــات الثلاثة يُعتد بها بـــ 39 = 2 − 41 درجة حرية.



الشكل 2.17 : المتغير (MVC) بدلالة العمر

نستطيع بناء مستقيم انكفاء خطي من الشكل: العمر × $MVC = a + b$ الذي من خلاله يمكننا تقدير القيمة المتوسطة للمتغير MVC علماً أن عمر الرجل معلوم. مع ذلك يتغير المتغير MVC مع طول الرجل. وللبحث في تأثير كل من طول الرجل وعمره على MVC، يمكننا استعمال الانكفاء الخطي المتعدد لملاءمة مساواة الانكفاء الخطي التـــي من الشكل :

$$MVC = b_0 + b_1 \times \text{العمر} + b_2 \times \text{الطول}$$

تحسب العوامل عوامل الانكفاء بإجرائية المربعات الصغرى كما هو الحال في الانكفاء الخطي البسيط. من الناحية العملية نستخدم دوماً برنامج حاسوبـــي للحصول على هذه العوامل. من أجل البيانات المعروضة في الجدول (1.17) تُعطى معادلة الانكفاء الخطي المتعدد بالعلاقة:

$$MVC = -466 + 5.40 \times \text{الطول} - 3.08 \times \text{العمر}$$

انطلاقاً من هذه المساواة، يمكننا تقدير متوسط المتغير MVC إذا أعطي العمر والطول لعينة من المجتمع الإحصائي.

الجدول 2.17 : مصفوفة الارتباط للبيانات المدونة في الجدول (1.17)

	المتغير MVC	طول المريض	عمر المريض
عمر المريض	−0.417	−0.338	1.000
طول المريض	0.419	1.000	−0.338
المتغير MVC	1.000	0.419	−0.417

يوجد عدد من الافتراضات الضمنية هنا، أحدهما أن العلاقة بين المتغير MVC والطول من نفس نوع العلاقة بين المتغير MVC والعمر أي خطيه، من الشكل: $MVC = a + b \times$ الطول ويُمكننا الانكفاء المتعدد من اختيار هذه الافتراضات.

حيث يمكن للانكفاء الخطي المتعدد معالجة أكثر من متغير منبـــىء. حيث يمكن استعمال هذه الطريقة لأكثر من متغيرين على الرغم من صعوبة تفسير نتائج الانكفاء. ولكن يجب أن يكون عدد النقط أكبر من عدد المتغيرات المدروسة، وبالتالي فإن درجة حرية التفاوت المتبقي $n - 1 - q$ علماً أن q هو عدد متغيرات المنبئة، ويجب أن تكون درجة الحرية السابقة كبيرة بقدرٍ كاف حتـــى نستطيع تقدير مجالات الثقة واختبارات مستوى الاعتداد بكفاءة. وسيكون هذا المعنـــى أكثر وضوحاً من خلال الفقرة التالية.

2.17 اختبارات الاعتداد في الانكفاء الخطي المتعدد

Significance tests in multiple regression

كما رأينا في الفقرة (5.11)، تعتمد اختبارات الاعتداد لمستقيم الانكفاء الخطي على توزيع t − ستيودنت. ويمكننا تنفيذ الاختبار نفسه باستخدام تحليل التفاوت. فمن أجل معطيات FEV1 ومعطيات الطول للجدول (1.11)، حسبنا مجموع المربعات ومجموع الجداءات في الفقرة (3.11). ويُعطى المجموع الكلي للمربعات للمتغير FEV1، $S_{yy} = 9.43868$ بـــ

$n - 1 = 19$ درجة حرية. كما أن مجموع المربعات المفسرة بالانكفاء المحسوب في الفقرة (5.11) يساوي 3.18937 أما مجموع المربعات المتبقي، أي مجموع المربعات حول مستقيم الانكفاء، يمكن إيجاده بعملية الطرح التالية $9.43868 - 3.18937 = 6.24931$ بـ $n - 2 = 18$ درجة حرية. عندئذٍ يمكننا إنشاء جدول لتحليل التفاوت كما هو موصوف الفقرة (9.10) الجدول (17.3).

الجدول 3.17 : تحليل التفاوت لانكفاء المتغير FEV1 على متغير الطول

مصدر التغيرية	درجة الحرية	مجموع المربعات	متوسط المربعات	تفاوت النسبة (F)	الاحتمال
المجموع	19	9.438 68			
المفسر بالانكفاء	1	3.189 37	3.189 37	9.19	0 007
المتبقي (حول الانكفاء)	18	6.249 31	0.347 18		

لاحظ أن الجذر التربيعي لمعدل التفاوت مساوٍ لـ 3.03، وقيمة الإحصائية t موجودة في الفقرة (5.11). إن كل من الاختبارين السابقين متكافئان. لاحظ أيضاً أن مجموع مربعات الانكفاء مقسومة على المجموع الكلي للمربعات يساوي $3.18937/9.43868 = 0.3379$ وهو مربع معامل الارتباط $r = 0.58$ الفقرة (5.11، 10.11). إن النسبة، مجموع مربعات الانكفاء على المجموع الكلي للمربعات، تمثل نسبة التغيرية المنسوبة للانكفاء الخطي. وللحصول على النسبة المئوية للتغيرية المنسوبة للانكفاء، نضرب النسبة السابقة بمئة، وتساوي 34%.

بالرجوع لمعطيات MVC، يمكننا اختبار انكفاء المتغير MVC على متغير طول الرجل ومتغير عمره معاً باستعمال تحليل التفاوت. إذا لاءمنا نموذج الانكفاء الخطي في الفقرة (1.17)، فإن لمجموع مربعات الانكفاء درجتين من الحرية، وذلك بسبب ملاءمة معاملي انكفاء. يبين الجدول (4.17) تحليل التفاوت لبيانات MVC.

إن هذا الانكفاء ذو اعتداد إحصائية، فمن غير المحتمل أن تظهر العلاقة بين المتغيرات بمحض الصدفة إذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة. يرمز لنسبة التغيرية المفسرة بالانكفاء بالرمز R^2، ويساوي في مثالنا $131495/50334 = 0.26$ وندعو الجذر التربيعي لـ R^2 بمعامل الارتباط المتعدد. ويجب أن يقع R^2 بين القيمتين 0 و1 ولا يمكن لـ R^2 أن يعطي اتجاه الارتباط في الحالة متعددة المتغيرات، ويأخذ R قيمة موجبة دوماً. في الحالة التـــي يكون فيها

R كبيراً، فإن المتغير الناتج مرتبط بشكل جيد مع مجموعة المتغيرات المُنبئة. عندما يكون $R =$ 1 فإن المتغيرات المُنبئة مرتبطة تماماً مع المتغير الناتج وبمعنـــى آخر، يُكتب المتغير الناتج كتركيب خطي بدلالة المتغيرات المُنبئة. ويكون R صغيراً ولكن غير معدوم.

الجدول 4.17 : تحليل التفاوت لانكفاء المتغير MVC على متغير طول الرجل وعمره

مصدر التغيرية	درجة الحرية	مجموع المربعات	متوسط المربعات	تفاوت النسبة (F)	الاحتمالي
الكلي	40	503 334			
الانكفاء	2	131 495	65 748	6.72	0.003
المتبقيات	38	371 849	9 785		

إذا كانت العلاقة بين المتغير الناتج والمتغيرات المُنبئة غير خطية. ولمعرفة تأثير أحد المتغيرات المُنبئة أو تأثيرهما جميعاً على المتغير الناتج، يمكننا حساب الخطأ المعياري لكل معامل من معاملات الانكفاء في المثال السابق، لدينا $SE(b_1) = 2.55$، $SE(b_2) = 1.47$، فمن أجل b_1 لدينا $t = 5.40/2.55 = 2.12$ وبـــ 38 درجة حرية وقيمة احتمالية $P = 0.04$. وبالتالي نستنتج أن تأثير عمر المريض وطوله على المتغير MVC ذو اعتداد إحصائي.

إذا كانت المتغيرات المُنبئة مرتبطة مع بعضها البعض، أثناء تطبيق طريقة الانكفاء المتعدد، تظهر صعوبة إحصائية ناتجة من تزايد الخطأ المعياري لمقدرات معاملات الانكفاء المتعدد، أو أن هذه المعاملات لا يُعتد بها إحصائياً على الرغم من وجود علاقة بين المتغيرات المنبئة والمتغير الناتج. ويمكننا رؤية هذه الصعوبة أكثر وضوحاً من خلال التطرق إلى حالة حدية. لنفترض أننا نحاول ملاءمة النموذج التالي:

$$\text{MVC} = b_0 + b_1 \times \text{الطول} + b_2 \times \text{الطول}$$

فمن أجل المعطيات المتعلقة بالمتغير MVC نجد أنّ:

$$\text{MVC} = -908 + 6.20 \times \text{الطول} + 1.00 \times \text{الطول}$$

وهي المعادلة التـــي تجعل مجموع مربعات المتبقيات أصغر ما يمكن. مع ذلك إن هذه المعادلة ليست وحيدة لأن المعادلة:

$$MVC = -908 + 5.20 \times \text{الطول} + 2.00 \times \text{الطول}$$

تحقق نفس الغاية تماماً. تعطي هاتان المعادلتان نفس التنبؤ للمتغير MVC. فلا يوجد حل وحيد، وبالتالي لا يوجد معادلة انكفاء قابلة للملاءمة. مع ذلك يوجد علاقة واضحة بين المتغير PEFR وطول الرجل. من الممكن تقدير معاملات الانكفاء المتعدد بشكل غير دقيق وبأخطاء معيارية كبيرة، إذا كانت المتغيرات المنبئة مرتبطة إحصائياً. وهذا الارتباط بين المتغيرات المُنبئة يمكن أن يجعل العلاقة بين كل منها وبين المتغير الناتج غير واضحة.

يمكننا وبطرق متعددة ومتكافئة اختبار تأثير متغيرين منبئين بشكل منفصل على المتغير الناتج كما يلي: نقوم بملاءمة ثلاث نماذج:

1. الانكفاء المتعدد للمتغير MVC على متغير طول المريض ومتغير عمره، يكون مجموع مربعات الانكفاء مساوية لـ 131459 وبدرجة حرية $d.f = 2$.
2. الانكفاء الخطي البسيط للمتغير MVC على طول المريض، يكون مجموع مربعات الانكفاء مساوية لـ 88511 وبدرجة حرية واحدة.
3. الانكفاء البسيط للمتغير MVC على عمر المريض، فنجد أن مجموع مربعات الانكفاء مساوية لـ 87471 وبدرجة حرية واحدة.

لنلاحظ أن $175982 = 87471 + 88511$ وهذه القيمة أكبر من 131495. وهذا لأن المتغيرين العمر والطول مرتبطان. وعندئذ يمكننا اختبار تأثير طول المريض إذا كان عمره مأخوذاً بعين الاعتبار، وهذه الحالة نرمز لها بتأثير طول الرجل علماً أن عمره معطى على المتغير MVC. يساوي مجموع مربعات انكفاء طول الرجل علماً أن عمره معطى إلى مجموع مربعات انكفاء العمر والطول مطروحاً منه مجموع مربعات الطول فقط، والذي يساوي في مثالنا $44024 = 87471 - 13149$ وبدرجة واحدة من الحرية $d.f = 2 - 1 = 1$. وبشكل مشابه يتم اختبار تأثير عمر المريض علماً أن طوله معطى على المتغير MVC بواسطة مجموع مربعات انكفاء المتغير MVC على متغير طول المريض وعمره معاً مطروحاً منه مجموع مربعات انكفاء الطول فقط ويساوي $42984 = 131495 - 88511$ وبدرجة حرية واحدة $d.f = 2 - 1 = 1$. ويمكننا تمثيل هذه النتائج بجدول التفاوت (5.17). تشير الأسطر ابتداءاً، من

السطر الثالث إلى السادس إلى مصدر التغير، وتشير أعمدة درجات الحرية، ومجموع المربعات إلى أن ثمة طرائق مختلفة للنظر إلى التغير الذي تم حسابه في السطر الثانـــي. كما أن السطور التـــي نوهنا عنها (من الثالث إلى السادس) لا توضع في الحساب عندما تضاف درجات الحرية، ومجموع المربعات لتكون المجموع (أي السطر الأول). بعد التعديل الذي نجريه على العمر تبقى دلالة على وجود علاقة بين MVC والطول، وبعد التعديل الذي نجريه على الطول تبقى دلالة على وجود علاقة بين MVC والعمر. ونلاحظ أن قيم P هي نفسها التي وجدناها في اختبار t – ستيودنت إن هذه الطريقة أساسية لمعالجة المتغيرات المنبئة الكيفية الفقرة (6.17) حيث يمكن أن يكون اختبار t – ستيودنت غير صالح

الجدول 5.17 : تحليل التفاوت لنتائج انكفاء المتغير MVC على متغير طول المريض وعمره مع مجموع المربعات المعدلة

مصدر التغيرية	درجة الحرية	مجموع المربعات	متوسط المربعات	تفاوت النسبة (F)	الاحتمال
المجموع	40	503 344			
الانكفاء	2	131 495	65 748	6.72	0.003
عمر الرجل فقط	1	87 471	87 471	8.94	0 005
طول الرجل علماً أن عمره معطى	1	44 024	44 024	4.50	0.04
طول الرجل فقط	1	88 511	88 511	9 05	0 005
عمر الرجل علماً أن طوله معطى	1	42 984	42 984	4.39	0.04
المتبقيات	38	371 849	9 785		

3.17 التفاعل في الانكفاء الخطي المتعدد

Interaction in multiple regression

يظهر التفاعل بين متغيرين مُنبئين عندما يعتمد تأثير أحدهما على المتغير الناتج، على قيمة المتغير الآخر. فعلى سبيل المثال، طوال القامة يمكن أن يكونوا أقوى من قصار القامة (مفهوم MVC) عندما تكون أعمارهم صغيرة، وقد يختفي هذا الفرق في الأعمار الكبيرة.

يمكننا اختبار التفاعل بين المتغيرات المنبئة كما يلي: ليكن النموذج:

$$\text{MVC} = b_0 + b_1 \times \text{الطول} + b_2 \times \text{العمر}$$

يأخذ هذا التفاعل أحد الشكلين التاليين: كلما ازداد الطول يزداد تأثير العمر وهكذا فإن الفرق في قيم MVC بين صغار السن وكبار السن من الرجال الطوال هو وأكبر من الفرق بين صغار السن وكبار السن من الرجال القصار. وبالمقابل، كلما ازداد الطول فإن تأثير العمر يمكن أن يتناقص. أما التفاعلات الأعقد فهي خارجة عن نطاق هذه الدراسة. إذا كان لدينا نموذج الملاءمة التالي:

$$MVC = b_0 + b_1 \times \text{الطول} + b_2 \times \text{العمر} + b_3 \times \text{الطول} \times \text{العمر}$$

فمن أجل طول ثابت، نجد أن تأثير العمر يعطى بالعلاقة: $b_2 + b_3 \times$ الطول. فإذا كان لا يوجد تفاعل، فإن تأثير العمر سيكون نفسه من أجل جميع الأطوال وستكون b_3 مساوية للصفر. طبعاً إن b_3 لا تساوي تماماً الصفر، ولكن فقط ضمن حدود التغيرية العشوائية. يمكننا ملاءمة مثل هذا النموذج كما فعلنا في النموذج الأول ونحصل على:

$$MVC = 4661 - 24.7 \times \text{الطول} - 112.8 \times \text{العمر} + 0.65 \times \text{الطول} \times \text{العمر}$$

ويبقى الانكفاء ذا اعتداد إحصائي كما توقعنا. ومع ذلك فإن معاملات الانكفاء المتعدد المقابلة للعمر والطول قد تغيرت وكذلك الحال بالنسبة لإشارتيهما. يعتمد معامل الطول على متغير العمر. وتكتب معادلة الانكفاء بالشكل:

$$MVC = 4661 + (-24.7 + 0.65 \times \text{العمر}) \times \text{الطول} - 112.8 \times \text{العمر}$$

إن معامل الطول يتوقف على العمر، والفرق في القوة بين المختبرين القصار والطوال أشد لدى كبار السن منه لدى صغار السن.

الجدول 6.17 : تحليل التفاوت للتفاعل بين المتغير طول الرجل وعمره

مصدر التغيرية	درجة الحرية	مجموع المربعات	متوسط المربعات	تفاوت النسبة (F)	الاحتمالي
المجموع	40	503 344			
الانكفاء	3	202 719	67 573	8.32	0.0002
طول الرجل وعمره	2	131 495	65 748	8.09	0.001
طول الرجل × عمره	1	71 224	71 224	8.77	0 005
المتبقيات	37	300 625	8 125		

يبين الجدول (6.17) تحليل التفاوت لمعادلة الانكفاء، حيث أن مجموع مربعات الانكفاء مقسوم إلى قسمين: يعود القسم الأول لمتغيري العمر والطول كلٍ على حدة أما القسم الثانـــي فيعود للحد الذي يحوي المتغيرين معاً بعد الأخذ في الحساب تأثير كل من العمر والطول. ويُكتب سطر التفاعل في الجدول (6.17) على شكل فرق بين سطر الانكفاء في الجدول (6.17)، بثلاث درجات من الحرية، وبين سطر الانكفاء في الجدول (4.17)، بدرجتين من الحرية. واعتماداً على ما ذكر فنرى أن التفاعل ذو اعتداد إحصائي عالي، وبالتالي فإن تأثير المتغيرين الطول والعمر MVC غير جمعي.

4.17 الانكفاء الحدودي (الانكفاء بكثيرات الحدود)

Polynomial regression

لقد اعتبرنا حتـــى الآن أن علاقات الانكفاء الموجودة بين المتغيرات خطية، أي نتعامل مع خطوط مستقيمة. وهذا غير محقق دوماً بالضرورة. فمن الممكن أن تكون العلاقة بين المتغيرات المدروسة منحنية بدلاً من كونها خطية. وما لم توجد أسباب نظرية تستدعي افتراض شكل خاص للمعادلة، كالشكل الأسي أو اللوغاريتمي فنجري اختباراً غير خطي باستخدام الحدودية ومن الواضح، أنه إذا أمكننا اتخاذ نموذج الملاءمة من الشكل:

$$\text{MVC} = b_0 + b_1 \times \text{الطول} + b_2 \times \text{العمر}$$

فيمكننا أيضاً اتخاذ نموذج للملاءمة من الشكل:

$$\text{MVC} = b_0 + b_1 \times \text{الطول} + b_2\,(\text{الطول})^2$$

وهي معادلة تربيعية، وإذا زدنا أس (الطول) نحصل على معادلات من الدرجة الثالثة والرابعة... إلخ.

إن كلاً من متغير الطول ومربعه مرتبطان بشكل كبير، وقد يقودنا ذلك إلى صعوبات رياضية أثناء عملية التقدير. ولإنقاص هذا الارتباط يمكننا طرح متوسط متغير الطول منه ومن ثمّ تربيع الناتج. فمن أجل البيانات المذكورة في الجدول (1.17)، نجد أن معامل الارتباط بين متغير الطول ومربعه 0.9998. ونجد أن متوسط متغير الطول 170.7 وبالتالي يمكننا طرح 170

من متغير الطول قبل تربيعه. عندئذ نجد أن معامل الارتباط بين الناتج الأخير ومتغير الطول مساوياً لـ 0.44-، وبالتالي أنقصنا من معامل الارتباط دون حذفه طبعاً، وتكتب معادلة الانكفاء بالشكل:

$$MVC = -961 + 7.49 \times \text{الطول} + 0.092 \times (\text{الطول} - 170)^2$$

الجدول 7.17 : تحليل التفاوت للانكفاء الحدودي للمتغير MVC على متغير الطول

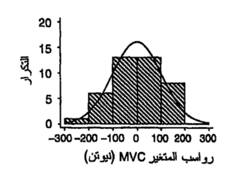
مصدر التغيرية	درجة الحرية	مجموع المربعات	متوسط المربعات	تفاوت النسبة (F)	الاحتمالي
المجموع	40	503 344			
الانكفاء	2	89 103	44 552	4.09	0.02
الخطي	1	88 522	88 522	7.03	0.01
التربيعي	1	581	581	0.05	0.8
المتبقيات	38	414 241	12 584		

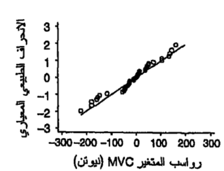
وحتـــى نختبر لاخطية العلاقة بين المتغيرين، سنسلك نفس الخطوات المذكورة في الفقرة (2.17) لهذا سنختط معادلتـــي انكفاء: الأولى خطية والثانية تربيعية. عندئذ يتم اختبار اللاخطية من خلال الفرق بين مجموع المربعات الناتجة عن النموذج التربيعي وتلك الناتجة عن النموذج الخطي. يبين الجدول (7.17) تحليل التفاوت لنتائج كل من النموذجين الخطي والتربيعي في هذه الحالة نجد أن الحد التربيعي وبالتالي لا يوجد علاقة غير خطية بين المتغيرين. أما إذا كان الحد التربيعي لا يُعتد به إحصائياً ذا اعتداد إحصائي، فمن الواجب أن نختطّ المعادلة التكعيبية واختبار اعتداد الحد التكعيبـــي بنفس الطريقة. ومن الممكن مزج الانكفاء الحدودي لمتغير ما مع الانكفاء الخطي لمتغيرات أخرى، لتعطي معادلات انكفاء من الشكل:

$$MVC = b_0 + b_1 \times \text{الطول} + b_2 \times (\text{الطول})^2 + b_3 \times \text{العمر}$$

وهكذا...

لقد بيّن كل من رويستون وألتمان (Royston and Altman, 1994) أنه مهما كان المنحنـــي معقداً فيمكننا إيجاد نموذج الملاءمة له باســـتخدام عدد صغير من المعاملات إذا اســـتعملنا $\log(x)$ عوضاً عن x والقوى 1-، 0.5، 0.5، 1، 2 في معادلة الانكفاء.





الشكل 3.17 : المنسج والاختطاط الطبيعي للمتبقيات الناتجة عن انكفاء المتغير MVC حول متغير الطول والعمر

5.17 فرضيات الانكفاء المتعدد

Assumptions of multiple regression

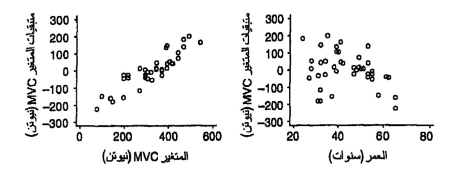
حتـــى تكون تقديرات الانكفاء أمثلية وحتـــى تكون اختبارات F محققة، يجب أن تتوزع المتبقيات (الفرق بين القيم المراقبة للمتغير الناتج وتلك المتنبأ بها بمعادلة الانكفاء) توزيعاً طبيعياً وأن يكون لها التفاوت نفسه على مدى البيانات المدروسة. ونفترض أيضاً أن العلاقات المنمذجة هي خطية، كما هو الحال في الانكفاء الخطي البسيط الفقرة (8.11)، ويمكن التأكد بيانياً من خلال رسم المنسج، والاختطاط الطبيعي والمبيانات التبعثرية للمتبقيات. وإذا لم يتحقق شرط التوزيع الطبيعي، وشرط انتظام التفاوت للمتبقيات، فيمكننا اللجوء إلى التحويل الموصوف في الفقرتين (4.10) و(8.11). أما اللاخطية فيمكن معالجتها باستخدام الانكفاء الحدودي.

تُعطـــى معادلـــة الانكفـــاء للقـــوة MVC بدلالـــة الطـــول والعمـــر بالشكـــل: العمر × 3.08 – الطول × 5.40 + 466– = MVC، وتُعطى المتبقيات بالعلاقة:

المتبقيات = MVC – (466– + 5.40 × الطول – 3.08 × العمر)

يوضح الشكل (3.17) المنسج والاختطاط الطبيعي للمتبقيات لمعطيات MVC. يظهر التوزيع الطبيعي بشكل جيد. وتبدو التغيرية منتظمة كما يبين الشكل (4.17) من خلال

اختطاط المتبقيات بدلالة المتغير MVC. ويمكننا كذلك فحص خطية العلاقة باختطاط المتبقيات بدلالة المتغيرات المنبئة (المستقلة) يبين أيضاً الشكل (4.17) المتبقيات بدلالة متغير العمر. وهذا دليل على إمكان ارتباط المتبقيات بالعمر.



الشكل 4.17 : المتبقيات باعتداد قيم المتغير MVC المشاهدة وذلك لفحص انتظامية التفاوت، والمتبقيات باعتداد العمر لفحص الخطية

6.17 المتغيرات المُنبئة الكيفية

Qualitative predictor variables

في الفقرة (1.17)، كانت المتغيرات المنبئة، الطول والعمر، كمية. أما في هذه الدراسة فقد فُرز المختبرون إلى مصابين بتشمع الكبد وإلى غير مصابين أي أن المتغير هنا إثنانـــي ومن السهولة أن ندخل مثل هذه كمتغيرات منبئة في الانكفاء المتعدد. نتخذ الآن متغيراً، يأخذ القيمة 0 إذا كانت الخاصية موجودة و1 إذا كانت موجودة، ومن ثم يُدخل هذا المتغير في معادلة الانكفاء كما أدخلنا متغيري العمر والطول. ويساوي معامل الانكفاء لهذا المتغير الإثنانـــي الفرق في المتوسط للمتغير الناتج بين المختبرين المتّصفين بالخاصيّة وبين غير المتّصفين بها. فإذا كان معامل الانكفاء في هذا المثال سالباً. فهذا يعنـــي أن المختبرين المصابين بالتشمع أقل من غير المصابين بهذا المرض. وبالطريقة ذاتها يمكننا استخدام الجنس كمتغير مُنبـــىء يأخذ القيمة 0 للإناث و1 للذكور وعندها يمثل معامل الانكفاء الفرق في المتوسط بين الذكور والإناث. إذا استعملنا متغيراً مُنبئاً إثنانياً واحداً فقط في المعادلة، فإن الانكفاء يكافىء تماماً اختبار t – ستيودنت لعينتين، بين المجموعتين المعرفتين في الفقرة (3.10) بهذا المتغير.

أما إذا كان المتغير المنبـــىء يمثل عدداً من الصفوف، فيدعى **بمتغير الصف** أو **العامل**. ولا يمكننا تلقائياً استخدام متغير الصف في معادلة الانكفاء ما لم نتمكن من افتراض أن الصفوف مرتبة بالطريقة ذاتها التـــي رتبت بها رموزها، وأن الصفوف المتجاورة، بشكل ما، متساوية الأبعاد فيما بينها. ومن غير المعقول تطبيق الانكفاء الخطي من أجل بعض المتغيرات مثل معطيات التشخيص الواردة في الجدول (1.4)، والمعطيات البيتية المذكورة في الجدول (1.13). أما في المتغيرات الأخرى مثل الأصناف المختلفة لمرضى الإيدز AIDS المذكورة في الجدول (7.10) فالافتراضات أصعب.

الجدول 8.17 : تحليل التفاوت لانكفاء فرز مانيتول على حالة HIV

مصدر التغيرية	درجة الحرية	مجموع المربعات	متوسط المربعات	تفاوت النسبة (F)	الاحتمال
المجموع	50	1 559.035			
الانكفاء	3	49.011	16.337	0.60	0.6
المتبقيات	55	1 510.024	27 455		

وعوضاً عن ذلك نشكل مجموعة من المتغيرات الإثنانية لتمثيل متغير الصف (العامل). ففي حالة معطيات مرض الإيدز في الجدول (7.10) يمكننا تشكيل ثلاثة متغيرات:

$hiv_1 = 1$ إذا كان المختبر مصاباً بـــ AIDS و0 خلاف ذلك

$hiv_2 = 1$ إذا كان المختبر مصاباً بـــ ARC و0 خلاف ذلك

$hiv_3 = 1$ إذا كان HIV للمختبر إيجابياً ولكن دون أعراض ظاهرة و0 خلاف ذلك.

نلاحظ أنه إذا كان HIV للمختبر سلبياً فإن هذه المتغيرات الثلاثة السابقة تأخذ القيمة 0. ندعو المتغيرات hiv_1، hiv_2، hiv_3 **متغيرات خرساء**. ففي بعض البرامج الحاسوبية، يكفي تحديد متغير الصف حتـــى يقوم الحاسوب بحساب المتغيرات الخرساء، وفي بعض البرامج الأخرى يجب تعريف هذه المتغيرات. فإذا وضعنا المتغيرات الخرساء الثلاثة في معادلة الانكفاء نجد:

$$mannitol = 11.4 - 0.066 \times hiv_1 - 2.56 \times hiv_2 - 1.69 \times hiv_3$$

إن كل معامل هو الفرق في امتصاص المنِّيتول (mannitol) بين الصف الممثَّل بالمتغير وبين الصف الممثَّل بجميع المتغيرات الخرساء المساوية للصفر، حيث HIV سالب، ويدعى هذا

الصف، الصف المرجعي. ويبين الجدول (8.17) تحليل التفاوت لمعادلة هذا الانكفاء، ويبين اختبار F عدم وجود علاقة يُعتد بها إحصائياً بين امتصاص منِّيتول وحالة HIV. ويعطي برنامج الانكفاء أيضاً الأخطاء المعيارية واختبارات t لكل متغير أخرس، لكن يجب تجاهل هذه النتائج لأنه لا يمكننا تفسير كل متغير أخرس بمعزل عن بقية المتغيرات.

7.17 تحليل التفاوت متعدد التصنيف

Multi-way analysis of variance

يمكن أن نسلك منهجية أخرى لتحليل البيانات متعددة العوامل بحساب مباشر لتحليل التفاوت. يمثل الجدول (8.17) تحليل التفاوت وحيد التصنيف للبيانات المذكورة في الجدول (8.10) ويمكننا إجراء تحليل التفاوت لعدة عوامل في آن معاً. يبين الجدول (9.17) تحليل التفاوت ثنائي التصنيف لبيانات المنِّيتول، والعاملان هما حالة HIV ووجود أو عدم وجود إسهال شديد. وينجز هذا بتطبيق الانكفاء المتعدد بمتغيري صف مُنبئين. فإذا وجد نفس عدد المرضى بوجود أو غياب الإسهال الشديد في كل فئة HIV فهذا يعنـــي أن العوامل **متوازنة**. عندها سيكون نموذج مجموع المربعات هو المجموع لمجاميع المربعات لـــ HIV وللإسهال. ويمكن حساب هذه بسهولة من خلال المجموع الكلي لزمر HIV وزمر متغير الإسهال. من أجل البيانات المتوازنة، يمكننا تقدير العديد من العوامل الفئوية وتفاعلاتها بسهولة بحساب مباشر يدوي. ولمزيد من التفاصيل انظر (Armitage and Berry, 1987). من النادر وجود تجارب متوازنة متعددة العوامل ومعقدة في البحوث الطبية، ويمكن تحليلها بطريقة الانكفاء للحصول على نتائج مطابقة. وتستخدم معظم البرامج طريقة الانكفاء لحساب تحليل التفاوت.

يُعرف الانكفاء المتعدد الذي تستخدم فيه المتغيرات المنبئة الكمية والكيفية بتحليل التغاير. أما من أجل المعطيات الترتيبية فيوجد تحليل ثنائي التصنيف للتفاوت باستخدام الرتب، اختبار فريدمان (انظر Altman 91, Conover, 98).

الجدول 9.17 : تحليل التفاوت ثنائي التصنيف لطرح المنِّيتول، مع حالة HIV ومتغير الإسهال الشديد

مصدر التغيرية	درجة الحرية	مجموع المربعات	متوسط المربعات	تفاوت النسبة (F)	الاحتمال
المجموع	58	1 559.035			
النموذج	4	134.880	33.720	1.28	0.3
HIV	3	58.298	19 432	0.74	0.5
Diarrhoea	1	85 869	85 869	3.26	0 08
المتبقيات	54	1 424.155	26.373		

8.17 الانكفاء اللوجستـــي Logistic regression

يستعمل هذا الانكفاء عندما يكون المتغير الناتج إثنانـــي "إما نعم أو لا"، فإما أن يتصف المختبر تنبئنا بنسبة الأفراد الذين يتصفون بهذه الخاصيَّة، أو تقدير احتمال أن يظهر هذا العرض على فرد ما بخاصية معينة أو لا كعرض من أعراض مرض ما. ونريد معادلة انكفاء. لذلك لا يمكننا استعمال معادلة انكفاء خطي عادية، لأن ذلك يؤدي إلى التنبؤ بالنسب التـــي أقل من 0 أو أكبر من 1 وهذا لا معنـــى له. وبدلاً من ذلك نستخدم لوجيت النسبة بوصفه المتغير الناتج. فيعطى لوجيت النسبة p بالعلاقة.

$$\operatorname{logit}(p) = \log_e\left(\frac{p}{1-p}\right)$$

عندها يأخذ هذا التابع أي قيمة محصورة بين $-\infty$ و$+\infty$ فمن أجل $p = 0$ نجد أن قيمة هذا التابع $-\infty$ ومن أجل $p = 1$ يأخذ هذا التابع القيمة $+\infty$. ويمكننا عندئذ إيجاد نماذج الانكفاء الملائمة للوجيت والتـــي تشبه كثيراً الانكفاء المتعدد العادي، ونماذج تحليل التفاوت لمعطيات تتبع التوزيع الطبيعي. لنفترض أن العلاقات خطية وفق المقياس اللوجيستـــي أي:

$$\log_e\left(\frac{p}{1-p}\right) = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + \dots + b_mx_m$$

حيث x_1، ...، x_m المتغيرات المُنبئة وp النسبة المتنبأ بها. تُدعى هذه الطريقة **بالانكفاء اللوجستي**. ويتم إجراء هذه الطريقة حاسوبياً. وسنحاول تفسير نتائج هذه الطريقة من خلال مثال تطبيقي.

الجدول 10.17 : التدخين والسعال هما أول الأشياء في الصباح حسبما صرح به طلاب المدارس (Bland et al, 1978)

تدخين الأولاد	يسعل		لا يسعل		المجموع	
لا يدخن أبداً	41	(%3.2)	1 260	(%69.8)	1301	(%100 0)
مرة واحدة	28	(%2.9)	947	(%97.1)	975	(%100.0)
بعض الأحيان	16	(%4.0)	380	(%69.0)	396	(%100.0)
مرة واحدة على الأقل كل أسبوع	33	(%19.2)	139	(%80.8)	172	(%100.0)

$\chi^2 = 105.1$، 3d.f، $P < 0.0001$

لنأخذ بعين الاعتبار المسألة التالية: إن طلاب المدارس المدخنين أكثر عرضةً للسعال فور استيقاظهم في الصباح الجدول (10.17) من غيرهم من غير المدخنين. إذا كان أبوا طلاب المدرسة من المدخنين فإنهم أكثر عرضة للسعال صباحاً من غيرهم الجدول (11.17). ويكون الأولاد عرضة للتدخين أكثر إذا كان أبواهما من المدخنين الجدول (12.17). والسؤال المطروح هل من الممكن أن يكون تدخين الأبوين سبباً في وجود علاقة بين السعال الصباحي للأولاد وتدخينهم؟

الجدول 11.17 : تدخين الأبوين وسعال الطفل أول شيء في الصباح، حسبما صرح به طلاب المدارس (Bland et al,1978)

سعال الأولاد	تدخين الأبوين					
	ولا واحد من الأبوين		واحد فقط يدخن		كلاهما يدخن	
يسعل	24	(%2.8)	24	(%4.5)	48	(%5.0)
لا يسعل	823	(%97.2)	985	(%95.5)	918	(%95.0)
المجموع	1847	(%100.0)	1031	(%100.0)	966	(%100.0)

$\chi^2 = 5.1$، 1d.f، $P = 0.02$ الاتجاه $\chi^2 = 5.6$، 2d.f، $P = 0.06$

الجدول 12.17 : تدخين الأبوين. وكذلك تدخين الأولاد حسبما صرح به طلاب المدارس (Bland et al,1978)

تدخين الأولاد	تدخين الأبوين					
	ولا واحد من الأبوين		واحد فقط يدخن		كلاهما يدخن	
لم يدخن	479	(%56.6)	431	(%41.8)	391	(%40 5)
مرة واحدة فقط	256	(%30.2)	394	(%38.2)	325	(%33.6)
بعض الأحيان	90	(%10 6)	147	(%14.3)	159	(%16.5)
مرة واحدة على الأقل في الأسبوع	22	(%2.6)	59	(%5.7)	91	(%9 4)
الكلي	847	(%100.0)	1031	(%100.0)	966	(%100.0)

$P < 0.0001$ ،6d.f ،$\chi^2 = 86.0$

يبين الجدول (13.17) العلاقة بين السعال الصباحي مع كل من تدخين الأولاد وتدخين الآباء. لدينا عاملان مع متغير استجابة حداني، أي يُكتب المتغير الناتج على شكل نسبة. في هذه الحالة، يقتضي تفحص النسب أن تدخين الطفل هو الأهم في الدراسة، كما يوضح الجدول (14.17) من خلال تفحص تابع اللوجيت. يمكننا إعداد نماذج حاوية فقط على عامل تدخين الطفل فقط، أو عامل تدخين الأبوين فقط أو عامل تدخين الأبوين والطفل معاً. نستعمل متغيرات خرساء الفقرة (6.17) للعوامل المدروسة. يجد البرنامج قيماً للمعاملات بحيث تعطى قيماً متنبأ بها أقرب إلى القيم المشاهدة. ويعطينا أيضاً مقياس لتباعد التكرارات المشاهدة عن التكرارات المتنبئ بها. ويدعى هذا المقياس **بالحيود (deviance)**، ويقابل مجموع المربعات حول الانكفاء في نظرية الانكفاء المتعدد. يتوزع الحيود وفق توزيع كاي – مربع، إذا كانت الانحرافات عن القيم التي يتنبأ بها النموذج المقترح تُرد فقط للمصادفة. فعلى سبيل المثال:

النموذج	درجة الحرية	χ^2
تدخين الطفل	8	2.7
تدخين الأبوين	9	58.4
تدخين الطفل + تدخين الأبوين	6	0.6

الجدول 13.17 : نسبة الذين صرحوا بالسعال الصباحين من قبل الأبوين المدحنين ومن قبل الأولاد المدخنين أنفسهم

تدخين الأولاد	تدخين الأبوين		
	ولا واحد من الأبوين	واحد فقط يدخن	كلاهما يدخن
لم يدخن	11/479 = 0.023	16/431 = 0.037	14/391 = 0 036
مرة واحدة فقط	6/256 = 0.023	13/394 = 0.033	9/325 = 0.028
بعض الأحيان	3/90 = 0.033	6/147 = 0.041	7/159 = 0.044
مرة واحدة على الأقل في الأسبوع	4/22 = 0.0181	11/59 = 0.186	18/91 = 0.198

القيمة المتوقعة لـ χ^2 تساوي عدد درجات حرية χ^2 الفقرة (A7)، وأي قيمة لـ χ^2 تتجاوز درجة الحرية المقابلة لها بشكل كبير، تشير إلى أن النمو المقترح لا يلائم المعطيات. وهكذا فإن نموذج تدخين الطفل وكذلك نموذج تدخين الطفل + تدخين الأبوين يلائم المعطيات (البيانات) المدروسة. يمكننا طرح إحصائيات χ^2 وكذلك درجات حريتها المقابلة، وذلك لأن مجموع إحصائيتين لـ χ^2 هو إحصائية لها توزيع كاي - مربع بدرجة حرية جديدة تساوي مجموع درجتـــي حرية الإحصائيتين السابقتين الفقرة (A7). وللنظر فيما إذا كان إضافة تدخين الأبوين للنموذج الخاص بتدخين الولد يحسن التنبؤ، يمكننا طرح الإحصائية χ^2 الخاصة بتدخين الولد من تلك المتعلقة بتدخين الولد + تدخين الأبوين، فبفرض معرفـــة χ^2 الخاصة بتدخين الأبوين، نجد قيمة χ^2 الخاصة بتدخين الطفل نفسه تساوي $2.1 = 0.6 - 2.7$ بدرجتين من الحرية $2 = 6 - 8$ وبما أن هذه القيمة قريبة من تلك المتوقعة بالمصادفة، فلا توجد دلالة على أي تأثير لتدخين الأبوين. وهكذا لا يوجد دلالة على تأثير التدخين السلبـــي هنا.

الجدول 14.17 : لوجيت نسبة المصرحين بالسعال الصباحي من قبل الأبوين المدخنين ومن قبل الأولاد أنفسهم

تدخين الأولاد	تدخين الأبوين		
	ولا واحد يدخن	واحد فقط يدخن	كلاهما يدخن
لا يدخن أبداً	3.75–	3 26–	3.29–
مرة واحدة فقط	3.73–	3.38–	3 56–
بعض الأحيان	3.37–	3.16–	3.08–
مرة واحدة على الأقل أسبوعياً	1.50–	1.47–	1.40–

إن معاملات معادلة الانكفاء اللوجستـــي مبينة في الجدول (15.17). وتمّ اختيار (الصف لم يدخن) كصف مرجعي، وبالتالي فإن المعامل المقابل له يساوي الصفر. وعندها تقيس المعاملات الأخرى الفرق بين مجموعات المدخنين ومجموعات غير المدخنين الفقرة (6.17). فلطفل لم يدخن أبداً أرجحية التصريح بالسعال يعطي بالقيمة 3.425– = لوغاريتم الأرجحية ومنه الأرجحية = $e^{-3.425}$ = 0.033. ويحسب الاحتمال من العلاقة: $p/(1-p) = 0.033$ وتصبح قيمة p كما يلي: $p = 0.033/(1+ 0.033) = 0.032$. أما لطفل يدخن سيجارة واحدة على الأقل في الأسبوع لدينا: $\log odds = -3.425 + 1.987 = -1.438$ ومنه: الأرجحية = 0.237 واحتمـــال التصريح بالسعال يعطي كما يلي: $p/(1-p) = 0.237$ إذن $p = 0.237/(1+0.237) = 0.192$ ومن الأمور الأكثر أهمية هو معدل الأرجحية الذي يقارن بين تأثير التدخين مرة واحدة على الأقل في الأسبوع وبين عدم التدخين مطلقاً. فلوغاريتم معدل الأرجحية هو معامل التدخين مرة واحدة أي 1.987، واللوغاريتم المعاكس $e^{1.987} = 7.29$ ومنه معدل الأرجحية 7.29.

الجدول 15.17 : معاملات النموذج اللوجستـــي للسعال الصباحي وتدخين الأطفال

المتغير (البارامتر)	المعامل	الخطأ المعياري
الثابت	−3.425	0.159
غير مدخن أبداً	0.000	(arbitrary) 0.000
مرة واحدة يدخن	−0.096	0.249
بعض الأحيان يدخن	0.258	0.301
يدخن مرة واحدة على الأقل	1.987	0.250

فإذا كان لدينا متغير مُنبـــىء مستمر، فإن المعامل اللوجستـــي للانكفاء يمثل التغير في لوغاريتم الأرجحية إذا تزايد المتغير المنبـــىء وحدة قياس واحدة، واللوغاريتم المعاكس لهذا المعامل هو العامل الذي يجب أن نضرب به الأرجحية لزيادة المنبـــىء وحدة واحدة. عندما يكون لدينا دراسة: حالة – شاهد فيمكننا تحليل المعطيات باستخدام وضع الحالة أو الشاهد كمتغير ناتج في الانكفاء اللوجستـــي. وعندها تكون المعاملات هي لوغاريتم الخطورة النسبية التقريبية المقابلة للعوامل.

9.17 استعمال انكفاء كوكس في بيانات البُقيا
Survival data using Cox regression

إن إحدى مسائل معطيات البُقيا والتي نوقشت في الفقرة (6.15)، وهي مراقبة الأفراد الذين بقوا على قيد الحياة أثناء الدراسة. توجد مسألة هامة أخرى تتعلق بالتحليل متعدد العوامل. ليس لدينا في الغالب نموذج رياضي ملائم للكيفية التي ترتبط فيها البُقيا مع الزمن، أي منحني البُقيا. إن الحل المتبنى لهذه المسألة قد اقترح من قبل كوكس 1972 ويعرف **بانكفاء كوكس** أو **نموذج الخطورة النسبـــي**. وتتلخص هذه الطريقة بأن المختبرين الذين يعيشون للزمن t، يكون احتمال بلوغهم نقطة النهاية (الأجل) المتزامنة مع الزمن t هو $h(t)$، وهو تابع غير معروف لـــ t. نسمي احتمال الأجل: **الخطورة**، و$h(t)$ **تابع الخطورة** hazard function ثم نفرض أن أي شيء يؤثر على الخطورة في زمن ما، سيكون تأثيره بالمعدل ذاته في جميع الأزمنة، وهكذا إذا كان ثمة شيء يضاعف الخطورة في (أجل) ما في اليوم الأول سيضاعف الخطورة أيضاً في اليوم الثانـــي، وكذلك في اليوم الثالث وهكذا... فإذا كان $h_0(t)$ هو تابع الخطورة للمختبرين عندما تأخذ جميع المتغيرات المنبئة القيمة صفر، و$h(t)$ تابع الخطورة للمختبر من أجل بعض القيم الأخرى للمتغيرات المنبئة فالنسبة $h(t)/h_0(t)$ تتوقف على المتغيرات المنبئة فقط ولا تتوقف على الزمن t نسمي النسبة $h(t)/h_0(t)$ **معدل الخطورة**. وهي الخطورة النسبية لنقطة النهاية (الأجل) التي تحدث في زمن معين ما.

ومن الملائم إحصائياً، التعامل مع الفروق عوضاً عن المعدلات، لذا نأخذ لوغاريتم المعدل انظر الفقرة (A5) ونحصل على معادلة انكفاء من الشكل:

$$\log_e\left(\frac{h(t)}{h_0(t)}\right) = b_1x_1 + b_2x_2 + \cdots + b_px_p$$

حيث x_1، ...، x_p المتغيرات المنبئة وb_1، ...، b_p معاملات سيتم تقديرها اعتماداً على البيانات المدروسة. وهذا ما ندعوه نموذج الخطورة النسبـــي لكوكس. يُمكننا انكفاء كوكس من تقدير قيم b_1، ...، b_p والتـــي تعتبر أفضل تنبؤ للبُقيا المشاهدة. ونلاحظ أنه لا يوجد حد ثابت b_0، حيث يمكن تمثيله بالحد $\log(h(t))$ لتابع الخطورة $h_0(t)$.

يبين الجدول (7.15) زمن تكرار حصوات المرارة، أي الزمن ليعلم المريض أن لديه حصوة مرارة حرة. مع متغير القطر الأعظمي والزمن اللازم لاغلالها بوسط حمضي. يتم اختيار الفرق بين المرضى الذين أصابهم حصوة سابقاً وبين المرضى الذين حملوا أكثر من حصوة باستعمال اختبار لوغاريتم الرتب الفقرة (6.15). يمكن لانكفاء كوكس دراسة متغيرات منبئة مستمرة مثل قطر الحصوة، وفحص واختبار العديد من هذه المتغيرات في وقت واحد. يبين الجدول (16.17) نتائج انكفاء كوكس. وسنعرض اختبار مدى اعتداد تقريبـــي بعد تقسيم معامل الانكفاء على خطأه المعياري، فإذا كانت الفرضية الابتدائية التـــي تشير إلى أن المعامل يمكن أن يساوي الصفر في المجتمع الإحصائي هي فرضية صحيحة مما يؤدي لتوزيع طبيعي معياري. تختبر إحصائية كاي – مربع العلاقة بين زمن التكرار والمتغيرات المنبئة الثلاثة معاً. لا توجد علاقة يعتد بها بين القطر الأعظمي للحصاة و.من تشكلها. ولذلك يمكننا أن نجرب نموذجاً لا يحوي هذا المتغير الجدول (17.17). ويبين توزيع كاي – مربع أن حذف متغير القطر الأعظمي للحصوة سيكون له تأثير صغير على زمن التكرار.

الجدول 16.17 : انكفاء كوكس لزمن تكرار الحصوة المرارية على وجود حصى متعددة، القطر الأعظمي للحصية والأشهر اللازمة لانحلالها

المتغير	المعامل	الخطأ المعياري	z	P	95% مجال الثقة
وجود حصى متعددة	0.838	0.401	2.09	0.038	0.046 to 1.631
القطر الأعظمي	−0.023	0.036	−0.63	0.532	−0.094 to 0.049
زمن الانحلال	0.044	0.017	2.64	0.009	0.011 to 0.078

$\chi^2 = 12.57$، 3 d.f، $P < 0.006$

تمثل المعاملات في الجدول (17.17) لوغاريتم معدلات الخطورة. نلاحظ أن المعامل المقابل لمتغير الحصوات المتعددة يساوي لـــ 0.963. فإذا أخذنا التابع العكسي للوغاريتم هذه القيمة لنجد 2.62 = exp (0.963). وبما أن قيم المتغير السابق إما 0 أو 1، فيقيس المعامل المقابل الفرق بين الحصوات البسيطة والمتعددة. فالمريض ذو الحصى المتعددة أكثر عرضة من المريض ذي الحصوة البسيطة بنسبة 2.62 خلال الزمن نفسه. يمكننا أن نجد 95% مجال ثقة لهذا التقدير وذلك بأخذ التابع العكسي للوغاريتم مجال الثقة الموجود في الجدول 17.17، 1.30 إلى 5.26. لاحظ أن المعامل الموجب المقابل للمتغير المُنبيء، يعنـــي تزايد خطر تكرار الإصابة

الحصاة مع مرور الزمن. يساوي معامل الانكفاء المقابل لمتغير عدد الأشهر اللازمة للانحلال 0.043 وتساوي قيمة التابع العكسي للوغاريتم هذه القيمة 1.04. وبما أن هذا المتغير الأخير كمي، تزداد نسبة الخطورة بمعدل 1.04 لكل شهر، أي أن خطر إصابة مريض يحتاج لشهرين لحل حصوته أكبر بـ 1.04 من إصابة مريض يحتاج لشهر واحد لحل حصوته. ويساوي خطر إصابة مريض يحتاج لثلاثة أشهر لحل حصوته 1.04^2 من إصابة مريض يحتاج لشهر واحد لحل حصوته وهكذا.

الجدول 17.17 : انكفاء كوكس لزمن تكرارات الحصوات على الوجود المتعدد للحصى وزمن الانحلال

المتغير	المعامل	الخطأ المعياري	z	P	95% مجال الثقة
وجود حصى متعددة	0.963	0.353	2.73	0.007	0.266 to 1.661
زمن الانحلال	0.043	0.017	2.59	0.011	0.010 to 0.076

$P < 0.002$ ،2 d.f ،$\chi^2 = 12.16$

أما إذا كان لدينا فقط متغير اثنانـــي متعدد الحصى في انكفاء كوكس تكون القيمة الاحتمالية لإحصائية كاي - مربع هو $\chi^2 = 6.11$ من أجل درجة حرية واحدة. في الفقرة (6.15) قمنا بتحليل هذه البيانات وذلك بمقارنة مجموعتين مستخدمين بذلك اختبار لوغاريتم الرتب فحصلنا على $\chi^2 = 6.62$ بدرجة واحدة من الحرية. وهاتان الطريقتان متماثلتان ولكن بنتائج مختلفة، حيث أن اختبار لوغاريتم الرتب غير وسيطي أي لا يفترض أي شرط على توزيع زمن البقيا. نقول عن انكفاء كوكس أنه طريقة نصف **وسيطية**، لأنه لا يضع افتراضات على شـــكل توزيع زمن البقيا، ولكـــن يتطلب بعض الافتراضات على معـــدل الخطـــورة. تعطـــى بعض التعديلات المنســـوبة لفولر Fuller على انكفـــاء كوكـــس في كتاب Altman (1991) و Matthews and Farewell.

10.17 الانكفاء المرحلي (على مراحل) Stepwise regression

يعتبر الانكفاء على مراحل تقنية هامة تساعد على اختيار المتغيرات المُنبئة من خلال مجموعة كبيرة من المتغيرات. وتستعمل هذه التقنية في الانكفاء المتعدد، اللوجستـــي وكوكس.

يوجد منهجين أساسيين: يعتمد المنهج الأول على مبدأ خطوة إلى **الأعلى** أو **الانكفاء** إلى الأمام والمنهج الثانـــي يعتمد على مبدأ خطوة إلى **الأسفل** أو **الانكفاء** إلى الخلف. ففي الانكفاء إلى الأمام، نعد جميع معادلات الانكفاء ذي التصنيف الأحادي الممكنة. ثم نوجد المعادلة التي تقابل التفاوت الأعظمي، وبعد ذلك نعد جميع معادلات الانكفاء ذات التصنيف الثنائي بما فيها هذا المتغير. نختار المعادلة الموافقة للتغير الأعظمي، ثم نكتب جميع معادلات الانكفاء ذات التصنيف الثلاثي بما فيها هذه المتغيرات وهكذا. ونستمر في هذا حتى نتوصل إلى زيادة في التغير لا يعتد بها. أما في منهج الانكفاء إلى الأدنـــى نبدأ بإعداد معادلة الانكفاء بحيث تحوي جميع المتغيرات المنبئة ثم نستبعد المتغير الذي يجعل كمية التغير المحسوبة بالنسبة له في القيمة الصغرى وهكذا توجد أيضاً طرائق أكثر تعقيداً نلقي صفحاً عنها.

يجب الانتباه أثناء استعمال هذه الطرق، حيث يمكن للتقنيات المرحلية المختلفة أن تعطي مجموعات من المتغيرات المُنبئة مختلفة. ويظهر هذا بشكل خاص إذا كانت المتغيرات المُنبئة مرتبطة ببعضها البعض إحصائياً. تساعد مثل هذه التقنيات على اختيار مجموعة صغيرة من المتغيرات المُنبئة للاستفادة منها في التعديل والتنبؤ. إن الطرائق المرحلية يمكن أن تكون مضللة جداً. فعندما تكون المتغيرات المنبئة مرتبطة بشكل قوي ودخل أحد المتغيرات معادلة الانكفاء في التحليل المرحلي فقد لا يدخل المتغير الآخر، بالرغم من ارتباطه مع المتغير الناتج. وهكذا لن يظهر في المعادلة النهائية.

11.17 تحليل ميتا: البيانات القادمة من دراسات متعددة Meta-analysis: data from several studies

يعتبر **تحليل ميتا** تركيبا لمعطيات من دراسات متعددة وذلك لإعطاء تقدير وحيد. من وجهة نظر إحصائية يعتبر هذا التحليل تطبيقاً مباشراً للطرق متعددة العوامل. يوجد لدينا دراسات متعددة حول نفس الموضوع، مثل التجارب السريرية أو الدراسات الوبائية، والتـــي يمكن أن تكون مأخوذة من عدة بلدان. تزودنا كل تجربة بتقدير لنتيجة واقعة ما. سنفترض أن هذه القيم هي تقديرات لوسيط المجتمع الكلي. سنضع مجموعة من الشروط لهذا التحليل، وإذا كانت هذه الشروط محققة، فنستطيع تركيب تقديرات الدراسات المنفصلة

للوصول إلى تقدير مشترك. يمكننا اعتبار هذه المسألة تحليل متعدد العوامل بحيث أن العلاج أو معامل الخطر هو واحد من المتغيرات المُنبئة والدراسة هي المتغير الفئوي الآخر.

تظهر المشاكل الرئيسية لتحليل ميتا قبيل تطبيقه على المعلومات والمعطيات المدروسة. ويلزمنا أولاً تعريف واضح للسؤال التالي: كيف نختار الدراسات التـــي تؤدي لأفضل النتائج وإهمال الدراسات الأخرى. على سبيل المثال، إذا أردنا معرفة ما إذا كان انخفاض الكوليسترول المصلي ينقص عدد الوفيات من مرض الشريان الإكليلي، علينا ألا ندخل في الدراسة الحالات التي تفشل فيها محاولة تخفيض الكوليسترول. من جهة ثانية إذا كان السؤال يتعلق بجدوى الحمية في تخفيض معدل الوفيات، علينا أن نأخذ بمثل هذه الدراسة. وعلى هذا فالدراسات المعتمدة يمكن أن تؤثر على النتائج (Thompaon1993). ثانياً يجب أن يكون لدينا جميع الدراسات السابقة. ولهذا لا يعد مراجعة بسيطة للبحوث السابقة كافياً. وكذلك ليست جميع الدراسات التـــي بدأت قد تمَّ نشرها، وذلك لأن الدراسات التـــي أوصلت إلى فروق ذات دلالة إحصائية أكثر حظاً للنشر من تلك الدراسات التـــي لم تؤدي لذلك، انظر (Pocock and Hughes, 1990) و(Easterbrook et al 1991). حيث أن نشر الدراسات التـــي تعطي فروقاً يُعتد بها إحصائياً، يقسم البيانات والمعطيات الإحصائية إلى قسمين، قسم يؤدي إلى ذلك الفرق الذي يُعتد به وقسم آخر يتم تجاهله من قبل الباحثين. إن نشر النتائج غير المرغوب فيها لا تلقى تشجيعاً من قبل الناشرين. ثم إن الباحثين يشعرون أن النشر باللغة الإنكليزية أكثر وجهة لأنها تصل إلى جمهور أوسع، لذلك يحاولون البدء بذلك، ولا ينشرون بلغتهم الأصلية إلا إذا تعذر النشر باللغة الإنكليزية. وعلى هذا فالمنشورات باللغة الإنكليزية يمكن أن تحوي على نتائج إيجابية تفوق مثيلاتها باللغات الأخرى. تدعى ظاهرة نشر الدراسات ذات **الاعتداد الإحصائي** وذات النتائج الإيجابية أكثر من تلك الدراسات التـــي لم تؤدي إلى نتائج إيجابية، بالنشر المنحاز. ولذلك يجب عدم الاكتفاء بالدراسات المنشورة، بل يجب استخدام العلاقات الشخصية للاطلاع على الدراسات غير المنشورة وعندئذٍ نقوم بتطبيق تحليل ميتا.

فإذا حصلنا على جميع الدراسات المحققة للتعريف، فإننا ندمجها للحصول على مقدر مشترك لتأثير العلاج أو لعامل الخطر. ثم ننظر في الدراسات التـــي تزودنا بالعديد من

المشاهدات من نفس المجتمع الإحصائي. في الواقع يوجد خطوتين أساسيتين في تحليل ميتا. في الخطوة الأولى نجمع الدراسات التـــي تزودنا بتقديرات للشيء نفسه. وفي الخطوة الثانية، نحسب التقدير المشترك ومجال الثقة له. وللقيام بذلك يجب الوصول للمعطيات والملاحظات الأصلية والتـــي استندت عليها جميع الدراسات السابقة، والتـــي تدمج معاً في ملف بيانات كبير وتدرس كمتغير واحد، أو من الممكن أن يكون لدينا ملخص إحصائي من الدوريات العلمية.

فإذا كان المتغير الناتج مستمراً كمتوسط انخفاض ضغط الدم، عندئذ يمكننا التحقق أن المختبرين من المجتمع الإحصائي نفسه باستخدام تحليل التفاوت، بدراسة العلاج أو معامل الخطورة، والتفاعل بينها في النموذج المقترح. كما يمكن أيضاً استخدام الانكفاء المتعدد، على ألا ننسى أن هذه الدراسة تتطلب متغيراً فئوياً، ومتغيرات خرساء نختبر الآن تفاعل الدراسة لأزمنة المعالجة بالطريقة العادية. فإذا كان هذا التفاعل ذا اعتداد إحصائي عندئذ تشير النتيجة إلى أنّ تأثير العلاج يتغير من دراسة إلى أخرى وبالتالي لا يمكن دمج هذه الدّراسات. وإنّ مثل هذا التفاعل هام. ونلاحظ أنه من غير المهم أن يتغير ضغط الدم من دراسة إلى أخرى . ولكن المهم أن يتغير أكثر مما كنا نتوقع. وعلينا أن نتفحص الدراسات لنرى فيما إذا كان ثمة ميزة لهذه الدراسات توضح هذا التغير. ويمكن أن يكون هذا صفة مميزة للمختبرين، المعالجة أو مجموعة المعطيات. أما إذا لم يكن ثمة تفاعل فيمكننا حذف الحد العائد للتفاعل في النموذج، وعندها تكون المعالجة أو تأثير عامل الخطورة هو التقدير الذي نريده. أما خطؤه المعياري ومجال الثقة له يمكن إيجاده كما هو موصوف في الفقرة (2.17).

أما إذا كان المتغير الناتج إثنانـــي (غير مستمر). كنجاة أو وفاة مختبر ما، عندئذٍ يكون تقدير المعالجة أو تأثير عامل الخطورة على شكل معدل الأرجحية الفقرة (7.13). ويمكننا كما فعلنا في حالة وجود متغير ناتج مستمر استعمال طريقة الانكفاء اللوجستـــي الفقرة (8.17) ويوجد العديد من الطرق التـــي تدرس التجانس بين معدلات الأرجحية عبر الدراسات المختلفـــة، كاختبار وولـــف (woolfs test) انظر (Armitage and Berry, 87) أو (Breslow and Day,80). يعطي جميع هؤلاء الباحثين أجوبة متشابهة، وبما أنهم يعتمدون على عينات مختلفة الحجم، فكلما كانت العينات المدروسة أكبر حجماً كان التماثل في

النتائج أكبر. وبشرط تجانس معدلات الأرجحية خلال الدراسات، نستطيع تقدير معدل الأرجحية العام. ونستطيع فعل ذلك باستخدام طريقة مانتل - هانزيل (Armitage and Berry, 87) أو بطريقة الانكفاء اللوجستـــي.

الجدول 18.17 : معدلات الأرجحية ومجالات الثقة في خمس دراسات لتأثير الفيتامين A على المرض الخمجي

الدراسة	كمية الجرعة	فيتامين A		الشاهدة	
		الوفيات	العدد	الوفيات	العدد
1	200 000 IU خلال 6 أشهر	101	12 991	130	12 209
2	200 000 IU خلال 6 أشهر	39	7 076	41	7 006
3	8 333 IU أسبوعياً	37	7 764	80	7 755
4	200 000 IU خلال 4 أشهر	152	12 541	210	12 264
5	200 000 IU مرة واحدة	138	3 786	167	3 411

على سبيل المثال، قام كل من غلاسيو وماكيراس (1993) (Glaszied and Mackerras) بتطبيق تحليل ميتا لتأثير الفيتامين A على المرض الخمجي. ويبين الجدول (18.17) خمس دراسات مختلفة. ويمكن الحصول على معدلات الأرجحية ومجالات الثقة كما هو موضح في الفقرة (7.13) وتعطى النتائج في الجدول (19.13).

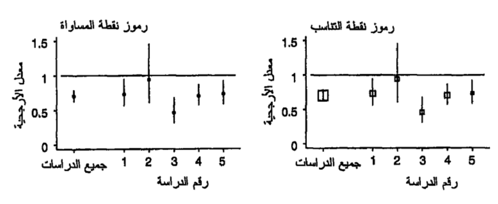
الجدول 19.17 : معدلات الأرجحية ومجالات الثقة في خمس دراسات للفيتامين A لتأثير الفيتامين A على المرض الخمجي

الدراسة	نسبة الاحتمالات	95% مجال الموثوقية
1	0.73	0.56 to 0.95
2	0.94	0.61 to 1.46
3	0.46	0.31 to 0.68
4	0.70	0.57 to 0.87
5	0.73	0.58 to 0.93

ويتم الوصول إلى معدل الأرجحية المشتركة بعدة طرق. فإذا استعملنا طريقة الانكفاء اللوجستـــي، فإننا ندرس انكفاء متغير الوفاة على علاج الفيتامين A ومتغير الدراسة. وسنتعامل مع العلاج كمتغير إثنائـــي حيث سيأخذ هذا المتغير القيمة 1 إذا تمت المعالجة بالفيتامين A والقيمة 0 للشاهد. إن متغير الدراسة فئوي ولذلك سنعرف أربعة متغيرات خرساء من الدراسة 1 حتى الدراسة 4 فنقابل الدراسات من 1 إلى 4 هذه على الترتيب

بالعدد 1 وخلاف ذلك نقابله بـــ 0 خلاف ذلك. وسنختبر التفاعل بتعريف مجموعة أخرى من المتغيرات، وهي جداءات الدراسات من 1 إلى 4 والفيتامين A. إن الدراسة: الانكفاء اللوجستـــي للوفاة على فيتامين A والتفاعل يعطياننا إحصائية كاي- مربع للنموذج هي 496.99 بـــ 9 درجات من الحرية، بمستوى اعتداد عال. ويعطي الانكفاء اللوجستي بدون حدود التفاعل القيمة 490.33 لإحصائية كاي مربع بـــ 5 درجات حرية. وبالتالي فالفرق بين الدراستين يعطى بـــ 6.66 = 490.33 − 496.99 بـــ 4 = 5 − 9 درجة حرية حيث P = 0.15، وهكذا يمكننا إسقاط حدود التفاعل في النموذج المدروس. وقيمة نسبة الأرجحية المعدلة لفيتامين A تساوي 0.70 ومجال الثقة بمستوى 95% هو من 0.62 إلى 0.79 وباحتمال P < 0.0001.

ويبين الشكل (17.5) معدلات الأرجحية ومجالات الثقة المقابلة. ويشار إلى مجال الثقة بخط مستقيم ويرمز للتقدير النقطي لمعدل الأرجحية بدائرة. في هذا الشكل نرى بوضوح أن العلاج المقابل للدراسة الثانية يبدو أكثر أهمية ويقابل أوسع مجال ثقة في الحقيقية، إنها الدراسة الأقل تأثيراً على التقدير الإجمالي، وذلك لأنها الدراسة حيث معدل الأرجحية هو التقدير الأقل جودة. في الشكل الثاني، يمثل معدل الأرجحية بمركز مربع. وتتناسب مساحة هذا المربع مع عدد المختبرين الداخلين في الدراسة. وهذا ما يوضح أن الدراسة الثانية غير هامة نسبياً وتجعل التقدير الإجمالي هو البارز في الدراسة.



الشكل 5.17 : تحليل ميتا (Meta) للتجارب الخمس لفيتامين A (معطيات Glasziou وMack-erras 1993)
الخطوط الشاقولية هي مجالات الثقة

M 17 أسئلة الاختيار من متعدد من 93 إلى 97

يجاب على كل سؤال إما بصح أو خطأ

93. في الانكفاء المتعدد يكون R^2:

آ - مساوياً لمربع معامل الارتباط المتعدد

ب - لا يتغير R^2 إذا بادلنا بين المتغير الناتج (غير المستقل) وأحد المتغيرات المنبئة (المستقلة)

ج - يدعى R^2 نسبة التغيرية المشروحة (المفسرة) بالانكفاء

د - هو نسبة خطأ مجموع المربعات على مجموع المربعات الكلي

هـ - يزداد R^2 كلما أضفنا متغيرات تنبؤ جديدة على النموذج المدروس

الجدول 20.17 : تحليل التفاوت لتأثيرات العمر والجنس والزمرة العرقية (إفريقي - كاريبي مقابل اللون الأبيض) على المسافة الداخلية بين الحدقتين

مصدر التغيرية	درجة الحرية	مجموع المربعات	متوسط المربعات	تفاوت النسبة (F)	الاحتمال
المجموع	37	603.586			
عمر المجموعة	2	124.587	62.293	6.81	0.003
الجنس	1	1.072	1.072	0.12	0.7
	1	134.783	134.783	14.74	0.005
المتبقيات	33	301.782	9.145		

94. يوضح تحليل التفاوت لدراسة المسافة بين الحدقتين في الجدول (20.17).

آ - يوجد 34 مشاهدة

ب - يوجد زمرة عرفية واضحة مختلفة في المجتمع الإحصائي

ج - يمكننا أن نستنتج بأنه لا يوجد فرق في المسافة بين الحدقتين بين النساء والرجال

د - توجد زمرتان عمريتان

هـ - إن الفرق بين الزمر العرقية قد يكون مردها إلى العلاقة بين الصفة العرقية والعمر في العينة

95. يوضح الجدول (21.17) الانكفاء اللوجستـــي لإخفاق الطُّعم الوريدي على بعض المتغيرات التفسيرية الكمونية. من هذا التحليل نجد ما يلي:

آ - يكون المرضى الحاملين لعدد كبير من الكريات البيضاء أكثر عرضة لإخفاق الطعم

ب - يقع لوغاريتم الأرجحية للطعم الفاشل لمرضى السكري بين 0.389 وبين 2.435 وتكون هذه النسبة أكبر مما عند غير المصابين بالسكري

الجدول 21.17 : الانكفاء اللوجستـــي لفشل الطعم بعد 6 أشهر (Thamas et al. 1993)

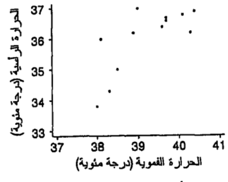
المتغير	العامل	الخطأ المعياري	z =coef/se	الاحتمال	95% مجال الثقة	
عدد الكريات البيضاء	1.238	0.273	4.539	< 0.001	0.695	1.781
الطعم 1	0.175	0.876	0.200	0.842	−1.570	1.920
الطعم 2	0.973	1.030	0.944	0.348	−1.080	3.025
الطعم 3	0.038	1.518	0.025	0.980	−2.986	3.061
إناث	−0.289	0.767	−0.377	0.708	−1.816	1.239
العمر	0.022	0.035	0.633	0.528	−0.048	0.092
المدخنين	0.998	0.754	1.323	0.190	−0.504	2.501
السكري	1.023	0.709	1.443	0.153	−0.389	2.435
الثابت	−13.726	3.836	−3.578	0.001	−21.369	−6.083

P < 0.0001، درجة الحرية = 8 ، مربع – كاي = 38.05–، 84 = عدد المشاهدات

ج - يكون الطُعم أكثر عرضة لفشل عند الإناث لذا لا يُعتد بهذا الاختبار إحصائياً إن المواضيع الأنثوية أكثر عرضة للفشل في الوخز من غيرهم ولكن هذا الأمر غير دال إحصائياً

د - يوجد أربع أنواع للطعم

هـــ - إن وجود علاقة بين عدد الكريات البيضاء وإخفاق الطعم يمكن أن يعود إلى المدخنين الذين يحملون عدداً أكبر من الكريات البيضاء



الشكل 6.17 : درجة الحرارة الفموية والرأسية لدى زمرة من المرضى المصابين بالحمى

96. من أجل البيانات الموجودة في الشكل (6.17):

آ – يجب أن نبحث عن علاقة انكفاء خطي بين المتغيرين

ب – يمكن أن نستخدم مربع الحرارة الفموية لاختبار ما إذا كان ثمة دلاة أن العلاقة غير خطية

ج – إذا تضمن النموذج المدروس مربع الحرارة الفموية فإن درجة حرية النموذج مساوية لـ 2

د – يكون معاملا الحرارة الفموية ومربع الحرارة الفموية غير مترابطين

هـ – إن تقدير معامل الحد التربيعي سيتحسن إذا طرحنا المتوسط الحسابي من الحرارة الفموية قبل التربيع.

الجدول 22.17 : انكفاء كوكس لزمن عودة الأطفال المصابين بالربو إلى المشفى بعد تخرجهم منه

المتغير	العامل	الخطأ المعياري	Coef/se	P الاحتمال
الطفل	0.197–	0.088	2.234–	0.026
العمر	0.126–	0.017	7.229–	<0.001
الدخول السابق للمشفى	0.395	0.034	11.695	<0.001
مريض معالج بـ i.v	0.267	0.093	2.876	0.004
مريض معالج بثيوفيلين	0.728–	0.295	2.467–	0.014

عدد المشاهدات = 1024، $\chi^2 = 167.15$، 5 درجات حرية، $P < 0.0001$

97. يبين الجدول (22.17) نتائج متابعة الدراسة الرقابية للأطفال المصابين بالربو والمخرجين من المشفى. من هذا الجدول نجد ما يلي:

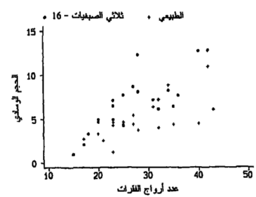
آ – يجب تنفيذ الدراسة فقط في حال عودة جميع الأطفال إلى المشفى

ب – نموذج الخطورة النسبية أفضل من نموذج كوكس

ج – متوسط زمن رجوع الأولاد الذكور إلى المشفى أقل من زمن رجوع الإناث

د – إن استعمال الثيوفيلين (مصنع من أوراق الشاي) يمنع المرضى من العودة للمشفى

هـ – الأطفال الذين تكرر دخولهم المستشفى، يزداد احتمال العودة إليها



الشكل 7.17 : حجم الوســـادة الحاوية على الجنينين مقابل عدد الفقرات لزمرتين من أجنة الفئران
(Webb and Brown, P.C)

الجدول 23.17 : عدد الجسيدات وحجم الوسادة الجنينية في جنين الفأر

الطبيعي				ثلاثي الصبغيات - 16			
عدد العقرات	حجم الوسادة	عدد الفقرات	حجم الوسادة	عدد الفقرات	حجم الوسادة	عدد الفقرات	حجم الوسادة
17	2.674	28	3.704	15	0.919	28	8.033
20	3.299	31	6.358	17	2.047	28	12.265
21	2.486	32	3.966	18	3.302	28	8.097
23	1.202	32	7.184	20	4.667	31	7.145
23	4.263	34	8.803	20	4.930	32	6.104
23	4.620	35	4.373	23	4.942	34	8.211
25	4.644	40	4.465	23	6.500	35	6.429
25	4.403	42	10.940	23	7.122	36	7.661
27	5.417	43	6.035	25	7.688	40	12.706
27	4.395			25	4.230	42	12.767
				27	8.647		

E.17 تمرين: تحليل الانكفاء المتعدد

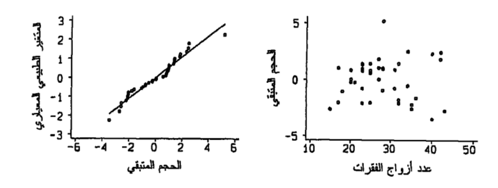
تستعمل الفئران ثلاثية الصبغيات –16 كحيوان نموذجي لمتلازمة داون (Down). ينظر هذا التحليل لحجم منطقة القلب، الوسادة الأذنية لجنين الفأر، حيث نقارن بين جنينـــي الفأر العادي وثلاثي الصبغيات. حيث أنه أثناء المراحل المختلفة لتطور الجنينين، يمكن دراسة هذه المراحل من خلال عدد الفقرات (فقرات العمود الفقري). يوضح كل من الشكل (7.17) والجدول (23.17) البيانات تدل المجموعة المرمزة بالعدد 1 للفئران الطبيعية والمرمزة بالرقم 2 للفئران ثلاثية الصبغيات يوضح الجدول (24.17) نتائج تحليل الانكفاء ويوضح الشكل (8.17) مخطط المتبقيات.

الجدول 24.17 : انكفاء حجم الوسادة على عدد أزواج الفقرات والمجموعة في جنين الفأر

مصدر التعيرية	درجة الحرية	مجموع المربعات	متوسط المربعات	تفاوت النسبة (F)	الاحتمال
المجموع	39	328.976			
طبقاً للانكفاء	2	197.708	98.854	27.86	P < 0 001
المتبقيات (حول الانكفاء)	37	131.268	3 548		

المتغير	المعامل	الخطأ المعياري	t	P	95% مجال الثقة
الزمرة	2.44	0.60	4.06	< 0.001	3.65 to 1 29
الفقرات	0.27	0.04	6.70	< 0.001	0.36 to 0 19

1. هل يوجد فرق واضح في الحجم بين الزمرتين في مرحلة من مراحل التطور؟
2. يوضح الشكل (8.17) مخطط المتبقيات لتحليل الانكفاء في الجدول (24.17). هل يوجد بعض الميزات للبيانات المدروسة تجعل من هذا التحليل غير قانونـــي؟



الشكل 8.17 : المتبقيات بدلالة عدد أزواج الفقرات والاختطاط الطبيعي للمتبقيات

3. يظهر من الشكل (7.17) أن العلاقة بين الحجم وعدد أزواج الفقرات مختلفة من زمرة إلى أخرى. يوضح الجدول (25.17) تحليل التفاوت لتحليل الانكفاء متضمناً حداً تفاعلياً. احسب النسبة F لاختبار أن العلاقة مختلفة بين الفئران الطبيعية والفئران ثلاثية الصبغيات. يمكنك أن تجد الاحتمال في الجدول (1.10)، استخدم الحقيقة القائلة إن الجذر التربيعي لـ F بـ 1 و n درجة من الحرية هو t بـ n درجة من الحرية.

الجدول 25.17 : تحليل التفاوت لانكفاء عدد أزواج الجُسيدات x تفاعل المجموعة

مصدر التغيرية	درجة الحرية	مجموع المربعات	متوسط المربعات	تفاوت النسبة (F)	الاحتمال
المجموع	39	328.976			
طبقاً للانكفاء	2	207.139	69.046	20.40	$P < 0.0001$
المتبقيات (حول الانكفاء)	36	121.837	3.384		

الفصل الثامـــن عشر

تحديد حجم العينة

Determination of sample size

1.18 تقدير متوسط المجتمع الإحصائي

Estimation of population mean

أحد الأسئلة الذي يتم طرحه غالباً في الإحصاء الطبـــي "ما هو حجم العينة الذي يجب سحبها؟" سنرى في هذا الفصل كيف يمكن للطرق الاحصائية تحديد حجوم العينات المستخدمة عملياً في تصميم الأبحاث. إن الطرق التـــي يجب أن نستخدمها هي طرق العينات الكبيرة في التحليل وبالتالي لن نعير اهتمامنا لعدد درجات الحرية.

ولذلك سنستعمل بعض المفاهيم الإحصائية مثل الخطأ المعياري ومجالات الثقة للمساعدة في اتخاذ القرار بخصوص عدد الحالات التـــي يجب أن تتضمنها العينة. فإذا أردنا تقدير بعض وسطاء المجتمع الاحصائي، كالمتوسط مثلاً، وكنا نعرف العلاقة التـــي تربط الخطأ المعياري بحجم العينة، عندها يمكننا حساب حجم العينة المطلوبة لتعيين مجال ثقة بالعرض المرغوب به. إن الصعوبة تكمن في أن الخطأ المعياري قد يتوقف أيضاً على الوسيط الذي نرغب في تقديره أو على بعض الخواص الأخرى للمجتمع، مثل الانحراف المعياري. وعلينا تقدير هذه الوسطاء من المعطيات المتاحة، أو تنفيذ دراسة للحصول على تقدير تقريبـــي. إن حساب حجم العينة هو في جميع الأحوال تقريبـــي، وبذلك فإن التقديرات التـــي تستخدم لحساب حجم العينة لا يطلب منها أن تكون دقيقة جداً.

إذا أردنا تقدير المتوسط لمجتمع ما يمكننا استخدام معادلة الخطأ المعياري للمتوسط $s/\sqrt{n}$ وذلك لتقدير حجم العينة المطلوبة. فعلى سبيل المثال، إذا افترضنا أننا نرغب في تقدير متوسط FEV1 في مجتمع لليافعين. فإننا نعرف في دراسة سابقة أن لـ FEV1 انحراف معياري $s = 0.67$ ليتر وبذلك فإننا نتوقع أن يكون الخطأ المعياري للمتوسط $0.67/\sqrt{n}$ يمكننا تحديد الخطأ المعياري الذي نرغب به، ونختار حجم العينة للحصول على ذلك الخطأ. فإذا اتخذنا الخطأ المعياري المرغوب به هو 0.1 ليتر عندها نقدر المتوسط بـ $1.96 \times 0.1 = 0.2$ وبالتالي $SE = 0.67/\sqrt{n}$، $n = 0.67^2/SE^2 = 0.67^2/0.1^2 = 45$ ونستطيع أيضاً أن نرى ماذا سيكون الخطأ المعياري لقيم مختلفة لـ n:

n	10	20	50	100	200	500
الخطأ المعياري	0.212	0.150	0.095	0.067	0.047	0.030

وإذا كان لدينا عينة حجمها 200 فإننا نتوقع أن 95% مجال ثقة سوف يكون 0.14 ليتراً على طرفي متوسط العينة 1.96 خطأ معيارياً بينما إذا كان حجم العينة هو 50 فإن 95% مجال الثقة سوق يكون 0.3 ليتراً على طرفي المتوسط.

2.18 تقدير نسبة المجتمع الإحصائي

Estimation of a population proportion

عندما نرغب بتقدير نسبة فإن هناك مشكلة أخرى. إن الخطأ المعياري يعتمد على هذه الكمية التـــي نرغب في تقديرها. فيجب أن نقدر النسبة أولاً ثم نحدد حجم العينة، فعلى سبيل المثال إذا فرضنا أننا نرغب في تقدير نسبة انتشار مرض ما والتـــي نتوقعها أن تكون حوالي 2%، بتقريب 1 بالألف. تقدر النسبة غير المعروفة p بـــ 0.02 ونريد أن يكون 95% مجال الثقة بطول 0.001 على كل طرف وبذلك فإن الخطأ المعياري يجب أن يكون نصف هذه الكمية أي 0.000 5:

$$0.0005 = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} = \sqrt{\frac{0.02(1-0.02)}{n}}$$

$$n = \frac{0.02(1-0.02)}{0.0005^2} = 78400$$

إن التقدير الدقيق للنسب الصغيرة جداً يتطلب أن يكون حجم العينة كبيراً. ولكن هذا عبارة عن مثال حدي جداً، وإننا عادة لا نرغب بتقدير هذه النسب بتلك الدقة العالية. يمكن الحصول على مجال ثقة أطول بحجم عينة أصغر وهو عادة مقبول. ويمكننا أيضاً أن نسأل إذا كان بإمكاننا فقط التعامل مع حجم عينة 1000 فماذا سوف يكون الخطأ المعياري؟

$$\sqrt{\frac{0.02(1-0.02)}{1000}} = 0.0044$$

عندها ستكون حدود 95% مجال ثقة وبشكل تقريبـــي $p \pm 0.009$. فعلى سبيل المثال إذا كانت القيمة المقدرة 0.02، فإن حدي الثقة 95% تكون من 0.011 إلى 0.029. فإذا كانت هذه الدقة كافية فإننا نتابع العمل.

تعتمد هذه التقديرات لحجم العينة على الفرضية القائلة بأن حجم العينة كبير بما فيه الكفاية للاستفادة من خواص التوزيع الطبيعي. فإذا كان حجم العينة صغيراً جداً فإن هذه الطريقة سوف تكون غير مناسبة ويجب استخدام طرق أخرى خارجة عن موضوع هذا الكتاب.

3.18 حجم العينة المطلوبة لاختبار الاعتداد

Sample size for significance test

غالباً ما نريد أن نبين وجود فرق أو علاقة كما نرغب بتقدير قوتها، كما في التجارب الطبية على سبيل المثال. تخضع حسابات حجم العينة لاختبارات الاعتداد باستخدام قوة الاختبار الفقرة (9.9) للمساعدة في اختيار حجم العينة المطلوب لاكتشاف ما إذا كان ثمة فرق. ترتبط قوة الاختبار بالفرق المفترض وجوده في المجتمع الإحصائي وأيضا بالخطأ المعياري لفرق العينة (والذي بدوره يعتمد على حجم العينة) وعلى مستوى الاعتداد والذي هو عادة $\alpha = 0.05$. ترتبط هذه الكميات مع بعضها بمعادلة تسمح لنا بتحديد أي كمية إذا كانت الكميات الأخرى معلومة ومتوفرة. عندها يمكننا تحديد حجم العينة المطلوب للكشف عن فرق ما. عند ذلك نحدد الفرق الذي نحتاجه ومن ثم نحدد حجم العينة التـــي تمكننا من كشف هذا الفرق. فقد يكون فرق ذو أهمية طبية أو أنه فرق ناتج من العلاج المستعمل.

إذا فرضنا أن هناك عينة تعطي تقديراً d للفرق في المجتمع الإحصائي μ_d. نفرض أن d يتوزع توزعاً طبيعياً بمتوسط μ_d وخطأ معياري $\mathrm{SE}(d)$. يمكن أن تكون d الفرق بين متوسطين أو نسبتين أو أي شيء آخر يمكن حسابه من المعطيات. إننا نهتم باختبار الفرضية الابتدائية الدالة على عدم وجود فرق في المجتمع الإحصائي أي $\mu_d = 0$. سوف نستخدم اختبار اعتداد بمستوى α ونرغب أن تكون قوة الاختبار أو احتمال كشف فرق يعتد به هو P.

سنعرف u_α بحيث يكون المتغير الطبيعي المعياري u (ذو المتوسط 0 والتفاوت 1) أقل من $-u_\alpha$ أو أكبر من u_α باحتمال قدره α. على سبيل المثال، $u_{0.05} = 1.96$. وعندها سيكون احتمال أن تقع u بين $-u_\alpha$ و u_α هو $1 - \alpha$.

إذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة فإن إحصائية الاختبار $d/\mathrm{SE}(d)$ ستتوزع توزيعاً طبيعياً معيارياً. فنرفض الفرضية الابتدائية بمستوى α إذا كانت إحصائية الاختبار أكبر من u_α أو أقل من $-u_\alpha$، تقابل القيمة 1.96 مستوى الاعتداد 5%. من أجل وجود فرق يُعتد به يجب أن يتحقق:

$$\frac{d}{\mathrm{SE}(d)} < -u_\alpha \quad \text{أو} \quad \frac{d}{\mathrm{SE}(d)} > u_\alpha$$

لنفرض أننا نحاول أن نكشف الفرق بحيث أن تكون d أكبر من 0. البديل الأول هو غير متوقع نهائياً ويمكن إهماله، وبذلك يجب أن يكون $d/\mathrm{SE}(d) > u_\alpha$ أو $d > u_\alpha \mathrm{SE}(d)$. من أجل فرق يعتد به. والقيمة الحرجة التي يجب أن تتجاوزها d هي $u_\alpha \mathrm{SE}(d)$.

نجد الآن أن d هو متغير عشوائي ومن أجل بعض العينات فإنه سوف يكون أكبر من متوسطه μ_d ولبعض العينات الأخرى سوف يكون أقل من متوسطه. d هي عبارة عن مشاهدة من توزيع طبيعي بمتوسط μ_d وتفاوت $\mathrm{SE}(d)^2$. نريد أن تتجاوز d القيمة الحرجة باحتمال P، القوة المختارة للاختبار تعطى قيمة المتغير الطبيعي المعياري التي تم تتجاوزها قيم التوزيع باحتمال P هي: $-\mu_{2(1-P)}$ (انظر الشكل 18.1). يتم تمثيل $(1 - P)$ غالباً بـــ β،

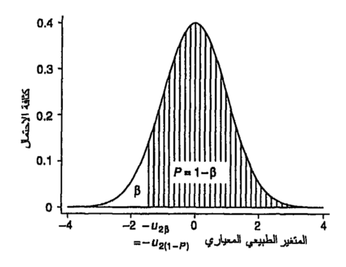
وهذا هو احتمال فشلنا في الحصول على فرق يُعتد به، عندما تكون الفرضية الابتدائية خاطئة وعندما يكون فرق المجتمع الإحصائي هو μ_d. وهذا هو الخطأ من النوع الثانـــي Type II الفقرة (4.9). ونجد القيمة التـــي تتجاوزها d باحتمال P هي: $\mu_d - u_{2(1-P)}\text{SE}(d)$. وهكذا من أجل وجود فرق يُعتد به يجب أن تتجاوز هذه القيمة الحرجة $u_\alpha\text{SE}(d)$ وهذا ما يعطي:

$$\mu_d - u_{2(1-P)}\,\text{SE}(d) = u_\alpha \text{SE}(d)$$

وعند تعويض معادلة الخطأ المعياري الصحيحة في المعادلة أعلاه فإن هذا يعطينا حجم العينة المطلوب. ويمكن ترتيبها على الشكل التالي:

$$\mu_d^2 = (u_\alpha + u_{2(1-P)})^2\,\text{SE}(d)^2$$

هذا هو الشرط الذي يجب أن يتحقق إذا رغبنا بالحصول على احتمال P للكشف عن فرق يعتد به بمستوى α. علينا استخدام $(u_\alpha + u_{2(1-P)})^2$ كثيراً، ولذا وللتبسيط سوف نرمز لها $f(\alpha, P)$. يبين الجدول (1.18) قيم المعامل $f(\alpha, P)$ من أجل قيم مختلفة لكل من α وP. عادة ما يتم استخدام القيمة $\alpha = 0.05$ و$P = 0.80$، 0.90 أو 0.95.



الشكل 1.18 : العلاقة بين P و$u_{2(1-P)}$

الجدول 1.18 : قيم $f(\alpha, P) = (u_\alpha + u_{2(1-P)})^2$ من أجل قيم مختلفة لكل من P وα

قوة الاختبار	مستوى الاعتداد α	
	0 05	0.01
0.50	3.8	6.6
0.70	6.2	9.6
0.80	7.9	11.7
0.90	10.5	14.9
0.95	13.0	17 8
0.99	18.4	24.0

4.18 مقارنة متوسطين Comparison of two means

عندما نقارن متوسطي عينتين حجماهما n_1 و n_2 مسحوبتين من مجتمعين متوسطاهما μ_1 و μ_2 وتفاوتهما المشترك σ^2، نجد لدينا $\mu_d = \mu_1 - \mu_2$.

$$\mathrm{SE}(d) = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n_1} + \frac{\sigma^2}{n_2}}$$

وبذلك تصبح المعادلة:

$$(\mu_1 - \mu_2)^2 = f(\alpha, P)\sigma^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)$$

على سبيل المثال، دعونا نفرض أننا نرغب بمقارنة ثنايا العضلات ذات الرأسين في المرضى المصابين بمرض Crohn والمرض البطنـــي Coeliac، وذلك بمتابعة المقارنة غير الشاملة لثنايا العضلات الواردة في الجدول (4.10). في دراسة موسعة فإنه يلزمنا تقدير التغيرية في ثنايا العضلات في المجتمع الإحصائي الذي نحن في صدده. يمكننا الحصول على هذه المعلومات عادة من المراجع الطبية أو في هذه الحالة من معطياتنا وفي حال عدم توفر هذه المعلومات فإنه علينا إجراء دراسة استطلاعية وهي عبارة عن بحث صغير أولي يساعدنا في تجميع المعطيات وحساب الانحراف المعياري. بالنسبة للمعطيات الموجودة في الجدول (4.10) فإن الانحراف المعياري داخل المجموعات هو 2.3 mm. علينا تحديد ما هو الفرق الذي نرغب في كشفه.

من الناحية العملية فإن هذا صعب. في دراستـــي الأولية كان متوسط السماكة لثنايا العضلات في مرضى Chron حوالي 1 mm أكبر منه في مرض Coeliac. وسوف أصمم دراستـــي الموسعة لتكشف فرقاً مقداره 0.5 mm. وسنأخذ مستوى الاعتداد المألوف 0.05. ونريد هنا قوة اختبار عالية بحيث يوجد احتمال قوي لكشف فرق بالحجم المختار إذا كان موجوداً. والقيم المتعارف عليها للقوة هي 0.90 أو 0.95. وســنأخذ القيمة 0.9 التـــي تعطي $f(\alpha,P) = 10.5$ من الجدول (1.18). وتصبح المعادلة الأخيرة بالشكل:

$$0.5^2 = 10.5 \times 2.3^2 \times \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)$$

يوجد هنا معادلة بمجهولين، وبناءاً عليه فإنه يجب علينا تحديد العلاقة بين n_1 وn_2 وسنحاول أن نأخذ عدداً متساوياً من العناصر في المجموعتين فنجد:

$$0.5^2 = 10.5 \times 2.3^2 \times \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n}\right)$$

$$n = \frac{10.5 \times 2.3^2 \times 2}{0.52} = 444.36$$

و بالتالي تتطلب الدراسة وجود 444 حالة في كل مجموعة.

الجدول 2.18 : الفرق في متوسط سماكة جلد ثنايا العضلات بـــ (mm) تم كشفه بمستوى اعتداد 5% وقوة 90% من أجل حجوم عينات مختلفة ومجموعات متساوية

حجم كل مجموعة n	الفرق المكتشف باحتمال 90%
10	3.33
20	2.36
50	1.49
100	1.05
200	0.75
500	0.47
1000	0.33

من الممكن أن لا نعرف بالضبط ما هو حجم الفرق الذي نحن مهتمين به. إحدى الطرق المفيدة هي أن ننظر إلى حجم الفرق الذي نود كشفه باستخدام عينات ذات حجوم مختلفة كما هو في الجدول (2.18). وهذا يتم بوضع قيم مختلفة لـــ n في معادلة حجم العينة.

الجدول 3.18 : حجم العينة المطلوب في كل مجموع للكشف عن فرق بين متوسطين عند مستوى الأهمية 5% عند قوة 90% باستخدام عينات ذات حجوم متساوية

n	الاختلاف في الانحراف المعياري	n	الاختلاف في الانحراف المعياري	n	الاختلاف في الانحراف المعياري
58	0.6	2 100	0.1	210 000	0.01
43	0.7	525	0.2	52 500	0.02
33	0.8	233	0.3	23 333	0.03
26	0.9	131	0.4	13 125	0.04
21	1.0	84	0.5	8 400	0.05

إذا قمنا بعملية قياس للفرق بدلالة الانحراف المعياري فإن بإمكاننا أن نشكل جدولاً عاماً. الجدول (13.18) يعطي حجم العينة المطلوب لكشف الفروق بين مجموعتين متساويتي الحجم. يشرح Altman (1983) طريقة بيانية بحتة لعملية الحساب.

لا يلزم أن يكون $n_1 = n_2 = n$، يمكننا حســـاب $\mu_1 - \mu_2$ من أجل تركيبات لكل مـــن n_1 وn_2. ويكون حجم الفرق بدلالة الانحراف المعياري والذي سيتم كشفه معطى بالجدول (4.18) ومنه يمكننا أن نرى أن المهم هنا حجم العينة الصغرى، فعلى سبيل المثال، إذا كان هناك 10 في المجموعة 1 و20 في المجموعة 2 فإننا لا نحصل على أي شيء بزيادة عدد عناصر المجموعة 2 من 20 إلى 100 على سبيل المثال لأن ذلك أقل أهمية من زيادة عدد عناصر المجموعة 1 من 10 إلى 20. في هذه الحالة، فإنه من الأفضل أن يكون للعينتين حجمان متساويان.

تسمح لنا الطريقة المشروحة أعلاه بمقارنة عينات مستقلة عن بعضها، عندما يكون هناك مشاهدات على شكل أزواج مرتبة كما هو الحال في تجربة العبور التقاطعي فإنه يجب الأخذ بعين الاعتبار طريقة المزاوجة. إذا كان هناك معطيات عن توزيع الفروق ومن ثم تفاوتها s_d^2، فإن الخطأ المعياري للفرق بين المتوسطين هو $\mathrm{SE}(d) = \sqrt{s_d^2 / n}$، ولكن إذا لم يكن هناك معطيات عن توزيع الفروق ولكن يوجد لدينا تقدير لمعامل الارتباط r بين القياسات المتكررة

للكمية المقيسة خلال الفترة الزمنية المقترحة، فإن $SE(d)=\sqrt{2s^2(1-r)/n}$ حيث (s) هي الانحراف المعياري بين المختبرين. ولكن إذا لم يكن لدينا أي من هذه المعلومات وهذا ما يحصل غالباً فإننا بحاجة إلى دراسة موجهة وعدة محاولات متعارضة بهذا الترتيب لإجراء محاولة صغيرة. والفرق ممكن أن يكون إما كبير بحيث أننا نحصل على الجواب أو إذا لم يكن كبيراً فإن هناك معلومات كافية تمكننا من تصميم دراسة أكبر بكثير.

الجدول 4.18 : الفرق بواحدات (الانحراف المعياري) المكتشف بمستوى اعتداد 5% وقوة 90% لحجوم عينات مختلفة ومجموعات غير متساوية

n_2	n_1						
	10	20	50	100	200	500	1 000
10	1.45	1.25	1.13	1.08	1.05	1.03	1.03
20	1.25	1.03	0.85	0.80	0.75	0.75	0.73
50	1.13	0.85	0.65	0.55	0.50	0.48	0.48
100	1.08	0.80	0.55	0.45	0.40	0.35	0.35
200	1.05	0.75	0.50	0.40	0.33	0.28	0.25
500	1.03	0.75	0.48	0.35	0.28	0.20	0.18
1 000	1.03	0.73	0.48	0.35	0.25	0.18	0.15

5.18 مقارنة نسبتين Comparison of two proportions

باستخدام نفس المبدأ يمكننا حساب حجوم العينات من أجل مقارنة نسبتين. إذا كان لدينا عينتان حجماهما n_1 وn_2 من مجتمعين حدانيين وسيطاهما p_1 وp_2 ، يقدر الفرق بـــ $\mu_d = p_1 - p_2$ والخطأ المعياري للفرق بين نسبتـــي العينتين الفقرة (6.8) هو:

$$SE(d)=\sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1}+\frac{p_2(1-p_2)}{n_2}}$$

وبتعويض هذه القيمة في المعادلة السابقة فإننا نحصل على:

$$(p_1-p_2)^2=f(\alpha,P)\left(\frac{p_1(1-p_1)}{n_1}+\frac{p_2(1-p_2)}{n_2}\right)$$

هناك عدة تفاوتات بسيطة على هذه المعادلة، برامج كمبيوتر مختلفة قد تعطى بناءاً على ذلك فرق طفيف في تقدير حجم العينات.

نفرض أننا نرغب بمقارنة معدل البقيا باستخدام المعالجة الجديدة مع معدل البقيا باستخدام المعالجة القديمة والذي هو بحدود 60%. ما هي قيم n_1 وn_2 التـي سوف تعطي فرصة 90% لوجود فرق يعتد به عند مستوى 5% لقيم مختلفة لـ p_2؟ من أجـل $P = 0.90$، $\alpha = 0.05$، $f(\alpha,P) = 10.5$. بافتراض أننا نرغب بكشف زيادة في معدل البقيا باستخدام المعالجة الجديدة إلى 80%، أي $p_2 = 0.80$ و$p_1 = 0.60$.

$$
\begin{aligned}
n &= \frac{10.5 \times \left(0.8(1-0.8) + 0.6(1-0.6)\right)}{(0.8-0.6)^2} \\
&= \frac{10.5 \times (0.16 + 0.24)}{0.2^2} \\
&= 105
\end{aligned}
$$

وهكذا يلزمنا $n = 105$ في كل مجموعة للحصول على 90% من الفرص التي تعطينا فرقاً يُعتد بها إذا كانت نسبتا المجتمع 0.6 و0.8.

عندما لا نملك فكرة واضحة عن قيمة p_2 فإنه يمكننا حساب حجم العينة المطلوب من أجل نسب متعددة كما في الجدول (5.18). ومن الواضح أنه لكشف فروقات صغيرة في النسب فإنه يلزمنا عينات كبيرة جداً.

الجدول 5.18 : حجم العينة في كل مجموعة المطلوب لكشف نسب مختلفة p_2 عندما $p_1 = 0.60$، عند مستوى اعتداد 5% وقوة 90% لمجموعات متساوية

p_2	n
0.90	39
0.80	105
0.70	473
0.65	1964

الحالة عندما تكون العينات لها نفس الحجم هو طبيعي في الدراسات التجريبية ولكن هذا ليس الأمر في الدراسات الرقابية. بافتراض أننا نرغب بمقارنة انتشار مرض معين في مجتمعين

إحصائين فإننا نتوقع أنها سوف تكون في المجتمع الإحصائي الأول 5% وأنها سوف تكون اعتيادية أكثر في المجتمع الإحصائي الثانـــي وبذلك يمكننا كتابة المعادلة التالية:

$$n_2 = \frac{f(\alpha,P)\,p_2(1-p_2)}{(p_1-p_2)^2 - f(\alpha,P)\frac{p_1(1-p_1)}{n_1}}$$

الجدول **6.18** : قيم n_2 من أجل قيم مختلفة لــ n_1 و p_2، عندما $p_1 = 0.05$ عند مستوى الاعتداد 5% وقوة 90%

p_2	n_1								
	50	100	200	500	1 000	2 000	5 000	10 000	100 000
0.06	.	.	.	.	.	.	237 000	11 800	7 900
0.07	.	.	.	.	.	4 500	2 300	2 000	1 800
0.08	.	.	.	.	1 900	1 200	970	900	880
0.10	.	.	1 500	630	472	420	390	390	380
0.15	5 400	270	180	150	140	140	140	140	130
0.20	134	96	84	78	76	76	75	75	75

يوضح الجدول (6.18) قيم n_2 من أجل قيم مختلفة لكل من n_1 وp_2. من أجل بعض القيم لــ n_1 فإننا نحصل على قيم سالبة لــ n_2 وهذا يعنـــي أنه ليس هناك قيم كبيرة لــ n_2 بما فيه الكفاية. وواضح أيضاً أنه إذا كانت النسب نفسها صغيرة فإن كشف فروقات صغيرة يتطلب حجوم عينات كبيرة جداً.

6.18 كشف معامل الارتباط Detecting a correlation

غالباً ما تهتم الأبحاث بالعلاقة بين متغيرين مستمرين. ومن المقنع التعامل مع هذا الواقع على أنه تقدير لتلك العلاقة أو اختبار معامل الارتباط بين هذين المتغيرين. إن معامل الارتباط له توزيع غير واضح ومربك والذي يسعى بشكل بطيء جداً نحو التوزيع الطبيعي حتـــى عندما يتبع المتغيران نفساهما التوزيع الطبيعي. يمكننا استخدام تحويل فيشر التالي:

$$z = \frac{1}{2}\log_e\left(\frac{1+r}{1-r}\right)$$

والذي يتبع توزيعاً طبيعياً بمتوسط.

$$z_\rho = \frac{1}{2}\log_e\left(\frac{1+\rho}{1-\rho}\right) + \frac{\rho}{2(n-1)}$$

وتفاوت $1/(n-3)$ تقريباً، حيث ρ معامل الارتباط في المجتمع الإحصائي، و n حجم العينة الفقرة (10.11). ويمكننا كتابة z_ρ بالعلاقة التقريبية:

$$z_\rho = \frac{1}{2}\log_e\left(\frac{1+\rho}{1-\rho}\right)$$

إن 95% مجال ثقة للقيمة z سوف يكون تقريباً $z_\rho \pm 1.96\sqrt{1/(n-3)}$. بإعطاء فكرة تقريبية لـــ ρ يمكننا تقدير n المطلوبة لدقة معينة. على سبيل المثال، لنفترض أننا نريد تقدير معامل الارتباط والذي نفترضه حوالي 0.5 وإننا نريد هذا المعامل أن يكون ضمن 0.1 على كل طرف، أي أننا نريد مجال ثقة من 0.4 إلى 0.6. إن تحويل z لهذه القيم لـــ r هي $z_{0.4} = 0.42365$، $z_{0.5} = 0.54931$، $z_{0.6} = 0.69315$، والفروق هي: $z_{0.5} - z_{0.4} = 0.12566$، $z_{0.6} - z_{0.5} = 0.14384$، وبالتالي للحصول على حجم العينة الذي نرغب به نحتاج لإضافة 1.96 خطأ معيارياً لأصغر هذين الفرقين أي لإضافة $1.96\sqrt{1/(n-3)} = 0.12566$ وهذا يعطي $n = 246$.

وغالباً ما نريد أن نرى إذا كان هناك أي دليل على وجود علاقة. عندما $r = 0$، $z_r = 0$ وهكذا لاختبار الفرضية الابتدائية $\rho = 0$ فيمكننا اختبار الفرضية الابتدائية: $z_\rho = 0$. إن الفرق الذي نرغب باختباره هو $\mu_d = z_\rho$، والذي له القيمة $\mathrm{SE}(d) = \sqrt{1/(n-3)}$. وعندما نضع هذه المعلومات في المعادلة الواردة في الفقرة (3.18) نحصل على:

$$z_\rho^2 = f(\alpha, P)\frac{1}{n-3}$$

وهذا يعطي:

$$\left(\frac{1}{2}\log_e\left(\frac{1+\rho}{1-\rho}\right)\right)^2 = f(\alpha, P)\frac{1}{n-3}$$

ويمكننا تقدير n أو ρ أو P وذلك بمعرفة الاثنين الآخرين. الجدول (7.18) يوضح حجم العينة المطلوب للكشف عن معامل الارتباط بقوة اختبار $P = 0.9$ وبمستوى أهمية $\alpha = 0.05$.

الجدول 7.18 : حجم العينة التقريبي المطلوب لكشف الارتباط عند مستوى اعتداد 5% وقوة اختبار 90%

ρ	n	ρ	n	ρ	n
0.01	100 000	0.1	1 000	0.6	25
0.02	26 000	0.2	260	0.7	17
0.03	12 000	0.3	110	0.8	12
0.04	6 600	0.4	62	0.9	8
0.05	4 200	0.5	38		

7.18 دقة تقدير العينة

Accuracy of the estimated sample size

افترضنا في هذا الفصل أن العينات كبيرة بما فيه الكفاية ليكون توزيع العينات تقريباً طبيعي وليكون تقدير التفاوت تقديراً جيداً. في العينات الصغيرة جداً من الواضح أن هذا غير محقق دائماً. يوجد هناك عدة طرق أكثر دقة، ولكن أي عملية حساب لحجم العينة هي عملية تقريبية، وما عدا العينات الصغيرة جداً، أي أقل من 10، فإن الطرق المشروحة أعلاه تُعد كافية.

تعتمد هذه الطرق على الافتراضات بخصوص حجم الفرق المطلوب والتغيرية في المشاهدات. قد لا يمتلك المجتمع الإحصائي المدروس نفس مواصفات المجتمعات الإحصائية التـــي قدرنا منها الانحراف المعياري أو النسب. يمكن اختبار تأثير التغييرات لهذه القيم باستخدام قيم مختلفة لها في المعادلة. ومع ذلك، فثمة رجم بالغيب عندما نباشر دراسة قبل أن نستطيع التأكد أن العينة والمجتمع كما كنا نتوقع. وبذلك، فإن تحديد حجم العينة كما هو مشروح أعلاه هو مجرد توجيه. ومن المفضل دائماً أن نكون إلى جانب العينة الكبرى عند الوصول إلى مرحلة القرار النهائي.

إن اختيار قوة الاختبار هو أمر اتفاقي، فليس هناك اختيار أمثل للقوة في دراسة ما. أنصح عادة بـــ 90%، ولكن غالباً ما يتم استخدام 80%. وهذا يعطي تقديرات أصغر لحجوم العينات، ولكن بالطبع، يعطي فرصة أكبر للفشل في كشف التأثيرات.

للاطلاع على معالجة أشمل لتقدير حجم العينة والجداول شاملة أكثر يجب مراجعة ما تشين ورفاقه (1978) وليميشو ورفاقه (1990).

M 18 أسئلة الاختيار من متعدد من 98 إلى 100

يجاب على كل سؤال إما بصح أو خطأ

98. قوة اختبار t – ستيودنت لعينتين:

آ – تزداد بازدياد حجم العينة

ب – تعتمد على الفرق بين متوسطات المجتمع والذي نرغب بكشفه

ج – تعتمد على الفرق بين متوسطات العينة

د – هي احتمال أن الاختبار سوف يكشف فرقاً ما في المجتمع

هـ – لا يمكن أن يكون صفراً.

99. إن حجم العينة المطلوب في دراسة ما لمقارنة نسبتين:

آ – يعتمد على حجم التأثير الذي نرغب بكشفه

ب – يعتمد على مستوى الاعتداد الذي نرغب باعتماده

ج – يعتمد على القوة التي نرغب في الحصول عليها

د – يعتمد على قيم النسب المتوقعة نفسها

هـ – يتم تقريره بإضافة مختبرين حتـى يصبح الفرق مما يعتد به

100. إن حجم العينة المطلوب في الدراسة لتقدير المتوسط:

آ – يعتمد على طول مجال الثقة الذي نرغب به

ب – يعتمد على التغيرية في الكمية قيد الدراسة

ج – يعتمد على القوة التـي نرغب بالحصول عليها

د – يعتمد على القيمة المتوقعة للمتوسط

هـ – يعتمد على القيمة المتوقعة للانحراف المعياري.

E 18 تمرين: تقدير حجم العينة

1. ماهو حجم العينة المطلوب لتقدير المجال المرجعي بمستوى 95% باستخدام طريقة التوزع الطبيعي، بحيث أن مجال الثقة 95% للحدود المرجعية هي على الأكثر 20% من حجم المجال المرجعي.
2. ما هو حجم العينة المطلوب من مستطلع الآراء لتقدير افضليات المنتخبين ضمن نقطتي 2%.
3. إن معدل الوفيات من حالات احتشاء العضلة القلبية بعد دخول المرضى للمشفى هي بحدود 15%. ما هو عدد المرضى المطلوب في تجربة سريرية لكشف انخفاض 10% في معدل الوفيات، أي أن معدل الوفيات يصبح 13.5% وذلك إذا كانت القوة المطلوبة 90% ؟ ما هو عدد المرضى المطلوب إذا كانت القوة فقط 80% ؟
4. ما هو عدد المرضى المطلوب في دراسة سريرية لمقارنة تركيز الأنزيمات في المرضى في مرض معيّن مع الحالة الشاهدة، إذا كانت الفروقات التي تقل عن انحراف معياري واحد غير مهمة سريرياً؟ إذا كانت لدينا عينة شاهدة حجمها 100 من الأشخاص الأصحاء، ما هو عدد الحالات المرضية المطلوبة؟

الفصل التاسع عشر

حلول التمارين Solution to exercises

إن بعض الأسئلة ذات الاختيار من متعدد صعبة فعلاً. فإذا وضعنا العلامة 1+ للجواب الصحيح و1- للجواب الخاطئ و0 للسؤال الذي لا يجيب عليه الطالب ووضعنا 40% علامة للنجاح و50% للتقدير جيد و60% للتقدير جيد جداً و70% للتقدير امتياز، ونظراً لصعوبة وضع مثل هذه الأسئلة، كما أن بعضها قد يلتبس على الطالب، فلن ينال الطالب التقدير 100%.

حل التمرين M2: أسئلة الاختيار من متعدد من 1 إلى 6

1. خ خ خ خ خ. "الشواهد" يجب أن تعالج في المكان نفسه وفي الزمان نفسه، وفي الشروط ذاتها، على نحو مختلف عن المعالجة لمجموعة الاختبار الفقرة (1.2). الجميع يجب أن يكونوا مؤهلين وراغبين لتلقي هذه المعالجة أو تلك.
2. خ ص خ ص خ. نجري الفرز العشوائي للحصول على مجموعات متقارنة، بحيث لا يتعلق هذا الفرز بخصائص الأفراد المختبَرين الفقرة (2.2). إن استخدام الأعداد العشوائية يساعد في منع التحيُّز لدى إضافة مختبرين آخرين الفقرة (3.2).
3. ص خ خ ص خ. لا يعرف المرضى المعالجة التـــي يتلقونها، ولكنهم يعرفون عادة أنهم يخضعون لتجربة الفقرة (9.2). ليس نفسه كما في تجربة العبور التقاطعي الفقرة (6.2).
4. خ خ خ خ خ. الملقحون من الأطفال والرافضون اختاروا هذا بأنفسهم الفقرة (4.2). نحلل بقصد المعالجة الفقرة (5.2). نستطيع مقارنة تأثير برنامج التلقيح وذلك بمقارنة المجموعة الكلية، الملقحون والرافضون مع "الشواهد".

5. ص خ ص ص ص الفقرة (6.2). يُجعل الترتيب عشوائياً.

6. خ خ ص ص ص الفقرتان (8.2) و(9.2). إن هدف الفعل جعل المعالجات غير المتماثلة تبدو متماثلة. فقط في تجارب الاختيار العشوائي، يمكننا الاعتماد على قابلية المقارنة، ومن ثم فقط داخل حدي التغير العشوائي الفقرة (2.2).

حل التمرين E2

1. من المأمول أن النساء كانوا في مجموعة (KYM) قانعات أكثر بالعناية التـــي تقدم لهن. إن معرفة أنهن يتلقين عناية مستمرة هو جزء هام من المعالجة، وهكذا فإن نقص التعمية شيء أساسي. الصعوبة الكبرى في أن نساء الـــ (KYM) قد خُيِّرت بين الخطة (KYM) والخطة المألوفة، وهذا يمكن أن يعطيهن شعوراً بحرية الاختيار أكبر من المجموعة الشاهدة. علينا قبول هذا العامل لمرضى الشاهدة كجزء من المعالجة.

الجدول 1.19 : طريقة الولادة في دراسة KYM

طريقة الولادة	المفرزون لــ KYM		المفرزون للشاهدة	
	%	n	%	n
طبيعية	79.7	382	74.8	354
بالمساعدة	12 5	60	17.8	84
قيصرية	7.7	37	7.4	35

2. يجب أن تجري الدراسة بقصد المعالجة الفقرة (5.2)، وقد كانت كذلك. أداء الرافضين كان أسوء من الذين قبلوا في (KYM) كما يحدث غالباً وأسوء من المجموعة الشاهدة. عندما نقارن المفرزين إلى (KYM) مع أولئك المفرزين للشاهدة نجد فرقاً طفيفاً جداً الجدول (1.19).

3. يتوقع النساء اللواتـــي سجلن في قسم العناية بالحوامل في المشفى خدمات نموذجية. يتلقى اللواتـــي فرزن إلى هذا ما يتطلبن من خدمات. أولئك اللاتـــي فرزن حسب خطة (KYM) تقدم لهن معالجة يمكن أن يرفضنها إذا رغبن، وتحصل الرافضات على عناية كنَّ أصلاً قد سجلن من أجلها. لا توجد فحوص إضافية قد أجريت بهدف البحث، المعطيات الخاصة الوحيدة هي ما في الاستمارات، والتـــي يمكن أن ترفض. لذلك لا توجد حاجة

للحصول على إذن من النساء للاختيار العشوائي. لقد اعتقدت أن هذا كان مناقشة مقنعة.

حل التمرين M3: أسئلة الاختيار من متعدد من 7 إلى 13

7. خ ص ص ص ص. يمكن للمجتمع أن يتكوَّن من أي شيء الفقرة (3.3).
8. ص خ خ خ ص. المسح يخبرنا من كان يوجد في ذلك اليوم، ويطبق فقط على المرضى الحاليين. يمكن أن يكون المشفى غير مألوف. بعض التشخيصات أقل احتمالاً من الأخرى في القبول أو في المكث الطويل الفقرة (2.3).
9. ص خ خ ص خ. جميع الأفراد وجميع العينات لها فرص متساوية في الاختبار الفقرة (4.3) يجب أن نعزو للعينة نواتج العملية العشوائية. يمكن أن نقدر الأخطاء باستخدام مجالات الثقة واختبارات الاعتداد. لا يتوقف الاختبار على خصائص المختبَرين أبداً، ما عدا تلك الموجودة في المجتمع.
10. خ ص ص خ ص. بعض المجتمعات غير قابلة للتطابق، وبعضها لا نستطيع جدولتها بسهولة الفقرة (4.3).
11. ص ص ص ص خ. هذه عينة عشوائية عنقودية الفقرة (4.3). لكل مريض الفرصة ذاتها أن تُختار له المستشفى، ومن ثم له الفرصة ذاتها أن يُختار داخل المستشفى. لا يتحقق هذا إذا اخترنا عدداً ثابتاً من كل مشفى عوضاً عن اختيار نسبة ثابتة لأن فرص اختيار الأفراد في المشافي الصغيرة أكبر منها في المشافي الكبيرة. في الجزء (هـ) ما قولنا في عينة تتوزع مرضاها في جميع المشافي.
12. خ ص خ ص ص. يجب أن يكون لدينا أترابية أو دراسة الحالة – الشاهد للحصول على حالات كافية الفقرتان (7.3) و(8.3).
13. خ خ خ ص خ. في دراسة الحالة – الشاهد نبدأ بمجموعة من المرضى "الحالات" وبمجموعة من غير المصابين بالمرض "الشواهد" الفقرة (8.3).

حل التمرين E3:

1. كثير من حالات التلوث يمكن ألا تسجل، ولكن ليس لدينا ما يمكن عمله من أجل ذلك.

كثير من المتعضيات توجد أعراضاً متماثلة، لذا نحتاج إلى إثبات مخبري. توجد مصادر كثيرة للتلوث بما فيها الانتقال المباشر، لذلك نستبعد "الحالات" المعرضة لمصادر المياه الأخرى، وللناس الملوثين.

2. يجب أن تكون "الشواهد" متماثلة في العمر والجنس لأن هذه الصفات يمكن أن تكون لها علاقة بتعرضهم لعوامل الخطر مثل طريقة تناولهم اللحم النيء مثلاً، إن تضمين "الشواهد" الذين يمكن أن يكونوا مصابين بالمرض في مجموعة الدراسة يضعف أية علاقة مع السبب، ويطبق هذا المعيار على "الحالات" أيضاً للحفاظ على قابلية المقارنة.

3. نحصل على المعطيات بالتذكر. يمكن للمرضى أن يتذكروا الحوادث المتعلقة بالمرض بسهولة أكثر مما يتذكر "الشواهد" في الفترة الزمنية ذاتها. يمكن "للحالات" أن يفكروا بالأسباب الممكنة للمرض، وبذا يكونون أكثر تذكراً للإصابات الناتجة عن الحليب. إن ضعف العلاقة الإيجابية بأية عوامل خطر أخرى يوحي أن هذا ليس هاماً هنا.

4. كنت مقتنعاً. العلاقة قوية جداً، وهذه الطيور المنظِّفة معروفة بـــحملها للعضويات الحية. لا توجد علاقة مع أي عامل خطر آخر. المسألة الوحيدة هي وجود دلالة ضعيفة أن هذه الطيور هاجمت الحليب حقيقة. اقترح آخرون أن القطط يمكن أن تنزع سدادات زجاجات الحليب لِلَعْق الحليب، فهي إذن المذنب الحقيقي (1991, Balfour).

5. الدراسات المعززة: إن اختبار زجاجات الحليب المهاجمة للكشف عن campylobacter يجب أن يستمر لعام قادم. فمن الممكن في الدراسة الأترابية أن يسأل الناس عن مواقيت مهاجمة الطيور وشرب الحليب المهاجَم، ثم متابعة البحث مستقبلاً عن الـــ campylobacter وغيره من الملوثات. ينصح الناس بحماية حليبهم وملاحظة نوع الخمج اللاحق.

حل التمرين M4: أسئلة الاختيار من متعدد من 14 إلى 19

14. ص خ خ ص خ. الفقرة (1.4) عدد الأولاد متغير كمي منقطع، الطول وضغط الدم متغيران مستمران

15. ص ص خ ص خ. الفقرة (1.4)، العمر في الميلاد الأخير منقطع، العمر بدقة يتضمن السنوات وأجزاء السنوات.

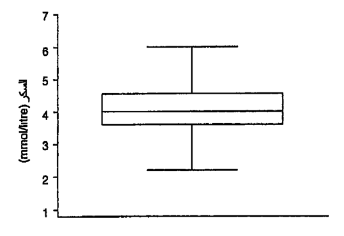
16. خ خ ص خ ص. الفقرتان (4.4) و(6.4). يمكن أن يكون لدينا أكثر من دارج واحد. لا نستطيع أن نقول أن الانحراف المعياري أقل من التفاوت، إذا كان التفاوت أكبر من الواحد الفقرتان (7.4) و(8.4).

17. ص ص ص خ ص. الفقرة (2.4) و(4.4). المتوسط والتفاوت يخبراننا فقط عن الفرز وانتشار التوزيع. الفقرة (6.4) و(7.4).

18. ص خ ص خ ص. الفقرة (5.4) و(7.4). الناصف = 2، يجب أن ترتب المشاهدات قبل إيجاد القيمة المركزية. الدارج = 2، المجال = 7 – 1 = 6. التفاوت 5.5 = 22/4.

```
2 | 2 9
3 | 3 3 3 4 4 4 6 6 6 6 7 7 8 8 8 9
4 | 0 0 0 1 1 1 2 3 4 4 4 5 6 7 7 7 8 9 9
5 | 0 1
6 | 0
```

الشكل 1.19 : مخطط الساق والأوراق لسكر الدم

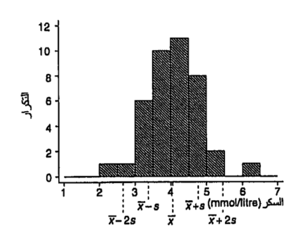


الشكل 2.19 : مخطط الصندوق والقرنين لسكر الدم

19. خ خ خ خ ص. الفقرة (6.4) و(8.4). توجد مشاهدات تحت المتوسط أكثر مما فوقه لأن الناصف أقل من المتوسط. معظم المشاهدات ستكون في مدى انحراف معياري واحد على طرفي المتوسط مهما كان شكل التوزيع. يقيس الانحراف المعياري مقدار تباين ضغط الدم في المجتمع بأكمله وليس لشخص واحد فقط وهو ما نحتاج إليه لتقدير الدقة انظر أيضاً الفقرة (2.15).

حل التمرين E4:

1. مخطط الساق والأوراق مبين في الشكل (1.19).
2. النهاية الصغرى = 2.2 والعظمى = 6.0. الناصف هو معدل المشاهدتين: العشرين والواحدة والعشرين لأن عدد المشاهدات زوجي، وبما أن كلاً منهما تساوي 4 فالناصف يساوي 4. الرُبيع الأول يقع بين المشاهدتين العاشرة والحادية عشرة وكل منهما تساوي 3.6، والرُبيع الثالث بين المشاهدتين الثلاثين والواحدة والثلاثين وتساوي الأولى 4.5 والثانية 4.6. لدينا $q = 0.75$ و$i = (0.75) \times 41 = 30.75$ ويعطى الـرُبيع الأول كـما يلـي: $4.5 + (4.6 - 4.5) \times 0.75 = 4.575$ الفقرة (5.4). مخطط الصندوق والقرنين مبين في الشكل (2.19).
3. التوزيع التكراري يستنتج بسهولة من اختطاط الساق والأوراق.



الشكل 3.19 : مُنسج سكر الدم

الفئات	التكرار
2.4 — 2.0	1
2.9 — 2.5	1
3.4 — 3.0	6
3.9 — 3.5	10
4.4 — 4.0	11
4.9 — 4.5	8
5 0 — 5.4	2
5.5 — 5.9	0
6.0 — 6 4	1
المجموع	40

4. المنسج مبين في الشكل (3.19) والتوزيع متناظر

5. يعطي المتوسط بالعلاقة:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{16.2}{4} = 4.05 \quad \text{،} \sum x_i = 16.2$$

أما الانحرافات ومربعاتها فهي كما يلي:

$(x_i - \bar{x})^2$	$x_i - \bar{x}$	x_i	
0.4225	0.65	4.7	
0.0225	0.15	4.2	
0.0225	0.15–	3.9	
0 4225	0.65–	3.4	
0 8900	0.00	16.2	المجموع

ويوجد $n - 1 = 4 - 1 = 3$ درجة من الحرية. ويعطى التباين بالعلاقة:

$$s^2 = \frac{\Sigma(x_i - \bar{x})^2}{\text{درجة الحرية}} = \frac{0.89}{3} = 0.29667$$

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{0.29667} = 0.54467$$

6. لقد وجدنا أن المجموع $\sum x_i = 16.2$ ، والمجموع $\sum x_i^2 = 66.2$ فيكون مجموع المربعات حول المتوسط هو:

$$\Sigma x_i^2 - \frac{(\Sigma x_i)^2}{n} = 66.5 - \frac{16.2^2}{4} = 0.89$$

وهذا يطابق ما وجدناه في الطلب 5. وهكذا يكون:

$$s^2 = \frac{0.89}{3} = 0.29667, \qquad s = 0.54467$$

7. ولحساب المتوسط لدينا $\sum x_i = 162.2$ ومنه:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{162.2}{40} = 4.055$$

ومجموع المربعات حول المتوسط يعطى كما يلي:

$$\sum x_i^2 - \frac{\left(\sum x_i\right)^2}{n} = 676.74 - \frac{162.2^2}{40} = 19.019$$

ويوجد $n - 1 = 40 - 1 = 39$ درجة من الحرية. يعطى التفاوت بالعبارة:

$$s^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{\text{درجة الحرية}} = \frac{19.109}{30} = 0.487\,667$$

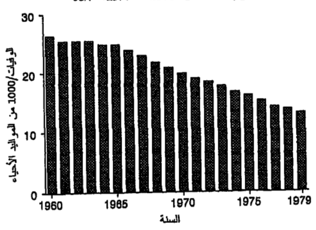
ويكون الانحراف المعياري $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{0.487667} = 0.698$.

9. نهايات المجالات، $\bar{x} - 2s = 4.055 - 2 \times 0.698 = 2.659$، $\bar{x} - s = 4.055 - 0.698 = 3.357$، $\bar{x} = 4.055$، $\bar{x} + s = 4.055 + 0.698 = 4.753$ و $\bar{x} + 2s = 4.055 + 2 \times 0.698 = 5.451$
يظهر أن المتوسط والانحراف المعياري على المنسج في الشكل (3.19). نلاحظ أن معظم النقط تقع في مدى انحراف معياري واحد على طرفي المتوسط، وجميع النقط تقريباً تقع في مدى انحرافين معياريين على طرفي المتوسط. وبسبب تناظر التوزيع فهو يمتد بشكل متماثل على طرفي المجال $(\bar{x} - 2s,\ \bar{x} + 2s)$.

حل التمرين E5: أسئلة الاختيار من متعدد من 20 إلى 24

20. خ ص ص ص ص. الفقرة (2.5). بدون المجموعة الشاهدة، لا يمكننا تكوين فكرة عن عدد الذين تحسنوا الفقرة (1.2). 66.76% تساوي 2/3. يمكن أن يكون لدينا فقط ثلاثة مرضى.

21. ص خ خ ص ص. الفقرة (2.5). إذا قربنا لثلاثة أرقام معنوية سيكون 1730. لقد دورنا الرقم لأنه 9. ولعشرة مراتب عشرية لدينا 1729.543710.



الشكل 4.19 : المخطط المعدَّل

22. خ ص ص ح ص. هذا مخطط الأعمدة، وهو يبين العلاقة بين متغيرين الفقرة (5.5). انظر الشكل (4.19). المفكرة الزمنية ليس لها صفر حقيقي تظهره.

الجدول 2.19 : حسابات مخطط الفطيرة لمعطيات Tooting Bec

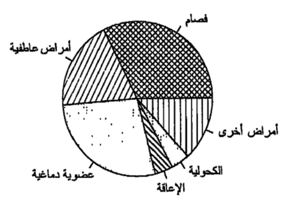
الفئات	التكرار	التكرار النسبي	الزاوية
فصام	474	0.323 11	116
متلازمة عضوية دماغية	277	0.188 82	68
معوقون	405	0.276 07	99
كحوليون	58	0.039 54	14
أمراض أخرى	196	0.133 61	48
المجموع	1467	1.000 00	359

23. ص ص خ خ ص. الفقرة (9.5) والفقرة (A5). لا يوجد لوغاريتم للعدد صفر.

24. خ خ ص ص ص. الفقرة (5.5) و(7.5). يبين كل من المُنسج الفقرة (3.4) ومخطط الفطيرة الفقرة (4.5) توزيع متغير واحد.

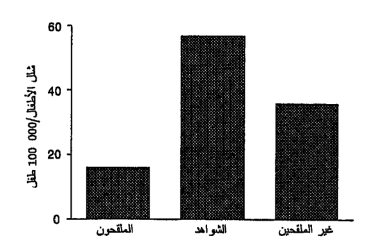
حل التمرين E5:

1. هذا توزيع تكراري لمتغير كيفي، لذا يمكن استخدام مخطط الفطيرة لتمثيله. الحسابات قد أُجريت في الجدول (2.19). لاحظ أننا خسرنا درجة واحدة لدى تدوير الأخطاء. لقد عملنا على تجزئة الدرجة، ولكن العين ليس من المحتمل أن تدرك الفرق. مخطط الفطيرة مبين في الشكل (5.19).



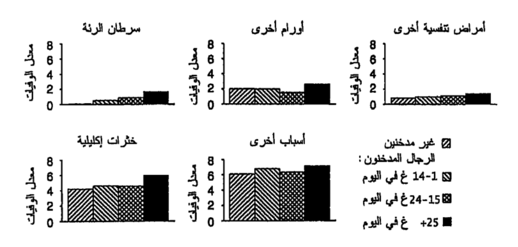
الشكل 5.19 : يبين مخطط الفطيرة توزيع المرضى في مشفى Tooting Bec من قبل هيئة التشخيص

2. انظر الشكل (6.19).



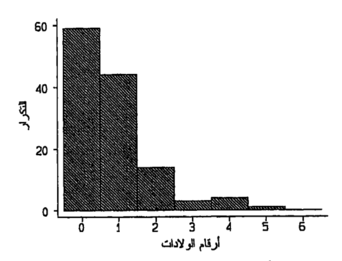
الشكل 6.19 : مخطط الأعمدة لنتائج تجربة لقاح Salk

3. توجد إمكانات مختلفة. في النشرة الأصلية، استخدم Doll وHill مخططي أعمدة منفصلين لكل مرض مماثلين لما في الشكل (7.19).



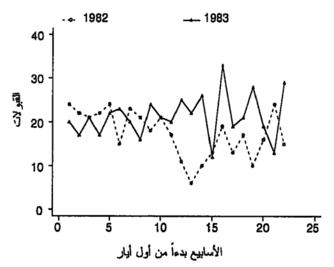
الشكل 7.19 : وفيات الأطباء البريطانيين بسبب التدخين لـ Doll وHill (1956)

4. هذا توزيع تكراري لمتغير كمي لذا يلائمه المُنسج، انظر الشكل (8.19).



الشكل 8.19 : المنسج الذي يبين أرقام الولادات لنساء ينتظرن في العيادات في مشفى st. George

5. يمكن أن يستخدم هنا "المرسَّم" لأن لدينا سلاسل زمنية بسيطة الشكل (9.19). لإيضاح الفرق بين السنوات انظر الفقرة (13.هـ).



الشكل 9.19 : مرسَّمات قبولات الشيخوخة في Wandsworth في صيفي 1982 و1983

حل التمرين M6: أسئلة الاختيار من متعدد من 25 إلى 31

25. ص ص خ خ خ. الفقرة (2.6). إذا كانت الحوادث متنافية مثنى، لا يمكن أن تحدث بآن معاً. لا يوجد سبب للقول بتساوي الاحتمالات أو الشمول، الحوادث فقط هي التـي يمكن أن تقع الفقرة (3.6).

26. ص خ ص خ ص. لنجاح الحادثين في آن معاً يجب ضرب الاحتمالين $0.01 = 0.05 \times 0.2$ الفقرة (2.6). واحتمال نجاحها معاً يجب أن يكون وضوحاً أقل من كل واحد منهما. احتمال Y بمفرده هو $0.04 = 0.01 - 0.05$. احتمال حدوث X أو Y هو احتمال X بمفرده + احتمال Y بمفرده + احتمال X وY معاً، لأن هذه الحوادث متنافية مثنى. X وY ليسا متنافين مثنـــي لأنهما يمكن أن يقعا معاً. إذا نجح X فهذا لا ينبئنا شيئاً عن نجاح Y. إذا نجح X فاحتمال نجاح Y يبقى 0.05 لأن X وY مستقلان.

27. ص خ ص خ خ. الفقرة (4.6). الوزن متغير مستمر. يستجيب المرضى أو لا يستجيبون باحتمالات متساوية، ويختارون عشوائياً من المجتمع حيث تتغير احتمالات الاستجابة. عدد الكريات الحمراء يتبع توزيع بواسون الفقرة (7.6). لا توجد مجموعة مستقلة من التجارب. إن عدد ذوي الضغط العالي يتبع التوزيع الحدانـــي، وليس النسبة.

28. ص ص ص ص خ. احتمال المرض سريرياً هو $0.25 = 0.5 \times 0.5$. احتمال حمل المولود صفة ما يساوي احتمال نقل الأب للمورثة دون الأم + احتمال نقل الأم للمورثة دون الأب $= 0.5 \times 0.5 + 0.5 \times 0.5 = 0.5$. احتمال عدم توريث الجينات $= 0.5 \times 0.5 = 0.25$ احتمال عدم وجود المرض سريرياً $0.75 = 0.25 - 1$. الأولاد المتعاقبون مستقلون، لذا لا يتأثر الولد الثانـــي بالأول الفقرة (2.6).

29. خ ص ص خ ص. الفقرة (3.6) و(4.6). العدد المتوقع هو واحد الفقرة (2.6). الدوامات مستقلة الفقرة (2.6). ذيل واحد على الأقل يعنـــي إما ذيل واحد (باحتمال 0.5) أو ذيلان (باحتمال 0.25). وبما أنهما متناميان مثنـــى، فاحتمال ذيل واحد علـــى الأقل هو $0.75 = 0.25 + 0.5$.

30. خ ص ص خ ص الفقرة (6.6). $E(X = 2) = \mu + 2$، $Var(2X) = 4\sigma^2$

31. ص ص ص خ خ الفقرة (6.6). تفاوت الفرق يساوي مجموع التفاوتين. التفاوت لا يمكن أن يكون سالباً. $Var(-X) = (-1)^2 \times Var(X) = Var(X)$.

حل التمرين E6 :

1. احتمال البُقيا حتـــى سن العاشرة. هذا يوضح التعريف الإحصائي للاحتمال. 959 بقوا على قيد الحياة من أصل 1000، لذا فالاحتمال يساوي 0.959 = 959/1000.
2. حادثا البُقيا والموت متنافيان مثنـــي ومجموعهما الحادث الشامل لذا:

احتمال (من يبقى على قيد الحياة) + احتمال (أن يموت) = 1 ومنه احتمال (من يموت): 1 − 0.959 = 0.041.

3. وهذا يمثل عدد من بقي على قيد الحياة مقسوماً على 1000 الجدول (3.19). الحوادث ليست متنافية مثنى، لأن الشخص الذي يعيش للعشرين لا بد أن يكون قد عاش للعاشرة. لا يشكل هذا توزيعاً احتمالياً.

الجدول 3.19 : احتمال البقاء على قيد الحياة لمختلف الأعمار

العمر الذي يبلغه الشخص	الاحتمال	العمر الذي يبلغه الشخص	الاحتمال
10	0.959	60	0.758
20	0.952	70	0.524
30	0.938	80	0.211
40	0.920	90	0.022
50	0.876	100	0.000

4. يحسب الاحتمال بالعلاقة:

احتمال (أن يعيش شخص عمره 60 حتـــى السبعين) = عدد من يعيشون للسبعين / عدد من يعيشون للستين

= 542/758

= 0.691

5. الحوادث مستقلة. احتمال (البُقيا للسبعين لمن بلغ الستين) = 0.691.

احتمال (أن يعيش كلاهما) = 0.691 × 0.691 = 0.477.

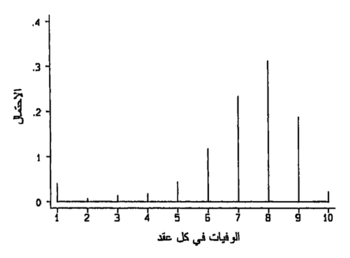
6. نسبة البقاء وسطياً هي احتمال البُقيا = 0.691. ونتوقع أن 69.1 = 100 × 0.691 يبقون على قيد الحياة.
7. يحسب الاحتمال بالعلاقة:

احتمال (الموت في العقد الثانـــي) = احتمال (العيش إلى العقد الثانـــي) – احتمال (العيش إلى العقد الثالث) وهذا يساوي 0.007 = 0.952 – 0.959.

الجدول 4.19 : احتمال الموت في كل عقد

العقد	احتمال الوفاة	العقد	احتمال الوفاة
الأول	0.041	السادس	0.118
الثانـــي	0.007	السابع	0 234
الثالث	0.014	الثامن	0.313
الرابع	0 018	التاسع	0 189
الخامس	0.044	العاشر	0 022

8. نوجد احتمال الوفاة في كل عقد كما فعلنا في 7 الجدول (4.19). هذه مجموعة من الحوادث المتنافية والمتتامة، إذ لا يوجد عقد آخر يمكن أن تحصل فيه هذه الوفاة، لذا مجموع الاحتمالات يساوي الواحد. التوزيع مبين في الشكل (10.19).



الشكل 10.19 : توزيع احتمال الوفيات لكل عقد

9. نحصل على القيمة المتوقعة أو (المتوسط) لتوزيع احتمالي بجمع كل قيمة مضروبة باحتمالها الفقرة 6.4، وهذا يعطي العمر المتوقع عند الولادة: 66.6 سنة الجدول (5.19).

حل التمرين M7: أسئلة الاختيار من متعدد من 32 إلى 37

32. ص ص ص خ ص الفقرة (2.7-4).

33. خ خ خ ص ص تناظري، $\mu = 0$، $\sigma = 1$ الفقرة (3.7) و(6.4).

الجدول 5.19 : حساب توقع الحياة

5 × 0.041	=	0.205
15 × 0.007	=	0.105
25 × 0.014	=	0.350
35 × 0.018	=	0.630
45 × 0.044	=	1.980
55 × 0.118	=	6.490
65 × 0.234	=	15.210
75 × 0.313	=	23.475
85 × 0.189	=	16.065
95 × 0.022	=	2.090
المجموع		66.600

34. ص ص خ خ خ الفقرة (2.7). الناصف = المتوسط. ليس للتوزيع الطبيعي علاقة بالوضـــع الطبيعي فيزيولوجيـــا. 2.5% من القيم أقـــل من 260 و2.5% أكثر مـــن 340 ل/دقيقة.

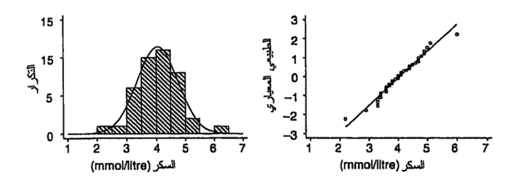
35. خ ص ص خ خ الفقرتان (6.4) و (3.7). حجم العينة لا يؤثر على المتوسط. القياسات النسبية للمتوسط والناصف والانحراف المعياري تتوقف على شكل التوزيع التكراري.

36. ص خ ص ص خ الفقرتان (2.7) و (3.7). إضافة ثابت أو طرح ثابت أو الضرب بثابت وكذلك إضافة متغير طبيعي مستقل أو طرحه يعطينا توزيعاً طبيعياً. يتوزع X^2 حسب توزيع χ^2 ذي التجانف الشديد بدرجة واحدة من الحرية وX/Y يتبع توزيع ستيودنت بدرجة واحدة من الحرية.

37. ص ص ص ص ص، الميل المعتدل يشير إلى مشاهدات متباعدة عن بعضها، والميل الشديد يعنـــي أن كثيراً من المشاهدات متقاربة بعضها من بعض ومن ثم، التوزيع المعتدل – الشديد – المعتدل (الشكل S) يشير إلى ذيلين طويلين الفقرة (5.7).

حل التمرين E7:

1. مخطط الصندوق والقرنين يبين تجانفاً طفيفاً جداً، القرن الأخفض أقصر من الأعلى والنصف الأدنـــي من الصندوق أصغر من الأعلى. يبدو من المُنسج أن الذيلين أطول قليلاً مما هما في التوزيع الطبيعي للشكل (10.7) المقترح. يبين الشكل (11.19) التوزيع الطبيعي الذي له المتوسط والتفاوت نفسه وقد رُسم على المنسج، وهو يشير إلى هذه الصفة.



الشكل 11.19 : مُنسج معطيات سكر الدم مع منحنـــي التوزيع الطبيعي الموافق، والاختطاط الطبيعي

2. لدينا $n = 40$. من $i = 1$ إلى 40 نريد حساب المقدار $(2i - 1)2n = (i - 0.5)/n$. وهذا يعطينا الاحتمال. نستخدم الجدول (1.7) لإيجاد قيمة التوزيع الطبيعي الموافقة لهذا الاحتمال. فمثلاً من أجل $i = 1$ لدينا:

$$\frac{2i-1}{2n} = \frac{2-1}{2\times 40} = \frac{1}{8} = 0.0125$$

من الجدول (1.7) لا يمكننا إيجاد قيمة x الموافقة لـ $\Phi(x) = 0.0125$ مباشرة، ولكنا نرى أن $x = -2.3$ توافق $\Phi(x) = 0.011$ و $x = -2.2$ توافـــق $\Phi(x) = 0.014$. نلاحـــظ أن $\Phi(x) = 0.125$ في المنتصف بين ‎-2.2‎ و‎-2.3‎ وهذا يعطي ‎-2.25‎، وهذا يوافق الحد الأدنـــي لسكر الدم 2.2. أما من أجل $i = 2$ لدينا $\Phi(x) = 0.0375$. بالعودة إلى الجدول نجد $x = -1.8$ يوافق $\Phi(x) = 0.036$ و$x = -1.7$ يوافق $\Phi(x) = 0.045$، ومنه قيمة x الموافقـــة لـــ $\Phi(x) = 0.0375$ هي أكبر من -1.8 (حوالي -1.78). والقيمة المقابلة لسكر الدم هي 2.9. ليس علينا أن نكون دقيقين جداً لأننا نستخدم هذا المخطط كدليل خشن (غير موثق). ونحصل على مجموعة من الاحتمالات كما يلي:

سكر الدم	x	$(2i-1)/2n = \phi(x)$	i
2.2	2.25-	1/80 = 0.0125	1
2.9	1.78-	3/80 = 0.0375	2
3.3	1.53-	5/80 = 0.0625	3
3.3	1.36-	7/80 = 0.0875	4

ونظراً لتناظر التوزيع الطبيعـــي، فإن قيم x بدءاً من $i = 21$ فصاعداً تقابل تلك الموافقة لـ $40 - i + 1$، ولكن بإشارات موجبة. الاختطاط الطبيعي مبين في الشكل (11.19).

3. النقط ليست متوضعة على المستقيم. توجد ثنيات واضحة بجوار كل نهاية. هذه الثنيات تؤدي نوعاً ما إلى استطالة ذيلي توزيع سكر الدم. إذا كان الخط يمثل منحنياً مطرداً، يظهر انحداراً أقل كلما ازداد سكر الدم، فهذا يبين تجانفاً بسيطاً يمكن تصحيحه باستخدام التحويل اللوغاريتمي. وهذا لا يصلح هنا، فالثنية في النهاية الدنيا ستكون أسوء.

الحيود عن الخط المستقيم ليس كبيراً بالمقارنة، مع الشكل (20.7). وكما سنرى في الفصل العاشر، مثل هذا الحيود الطفيف عن التوزيع الطبيعي عادة غير ذي بال.

حل التمرين M8 : أسئلة الاختيار من متعدد من 38 إلى 43

38. خ خ ص خ خ الفقرة (2.8). قابلية التغير في المشاهدات تقاس بالانحراف المعياري s. الخطأ المعياري للمتوسط $= \sqrt{s^2/n}$.

39. خ ص خ ص خ الفقرة (3.8). متوسط العينة يقع دائماً في منتصف النهايتين.

40. خ ص خ خ ص. $SE(\bar{x}) = s/\sqrt{n}$، $d.f = n - 1$ (d,f درجة الحرية).

41. ص ص ص خ خ الفقـــرة (1.8) و(2.8) والفقـــــرة (4.6) التفـــاوت هـــــــو: $p(1-p)/n = 0.1 \times 0.9/100 = 0.0009$. *العدد* في العينة ضمن الشرط يتبع التوزيع الحدانـــي، وليس النسبة.

42. خ خ ص ص ص. يتوقف على قابلية التغير لـــ FEV1 والعدد في العينة الفقرة (2.8). يجب أن تكون العينة عشوائية الفقرة (3.3) و (4.3).

43. خ خ ص ص خ الفقرة (3.8) و(4.8). من غير المحتمل أن نحصل على هذه المعطيات إذا كانت نسبة المجتمع 10%، ولكنه ليس مستحيلاً.

حل التمرين E8:

1. الحد الأدنـــى للمجال هو $\bar{x} - 1.96$ انحرافاً معيارياً والحد الأعلى للمجال هو $\bar{x} + 1.96$ انحرافاً معيارياً. الحد الأدنـــى يساوي $0.810 - 1.96 \times 0.057 = 0.698$ litre/mmol. الحد الأعلى يساوي $0.810 + 1.96 \times 0.057 = 0.922$ litre/mmol.

2. في حالة السكريين، المتوسط هو 0.719 والانحراف المعياري 0.0.68، فالحد الأدنـــي للقيمة 0.698 هو 0.309 – = 0.068/(0.719 – 0.698) انحرافاً معيارياً عن المتوسط. من الجدول (1.7) نجد الاحتمال دون هذه القيمـــة 0.38، ويكـــون الاحتمال فوق هـــذه القيمـــة: 0.62 = 0.38 – 1. وهكذا احتمال أن يقع مريض يعتمد على الأنسولين في المجال المرجعي هو 0.62 أو 62%. وهي النسبة المطلوبة.

3. يقدر الخطأ المعياري للمتوسط بالعبارة $s/\sqrt{n}$ فـــي حالـــة الســـكريين: $s = 0.068$، $n = 227$، $\text{SE} = 0.068/\sqrt{227} = 0.00451$ litre/mmol، أما في حالة "الشواهد" نجد $s = 0.057$، $n = 140$، $\text{SE} = 0.057/\sqrt{140} = 0.00482$ litre/mmol.

4. إن مجال الثقة باحتمال 95% هو المتوسط ± 1.96 خطأ معيارياً. ففي حالة "الشواهد" نجد [0.810 – 1.96 × 0.00482, 0.810 + 1.96 × 0.00482] وهذا يعطي [0.801, 0.819] mmol/l وهذا المجال أضيق كثيراً من المجال في الجزء الأول. والسبب في هذا أن مجال الثقة يخبرنا عن بعد متوسط العينة عن متوسط المجتمع، بينما يخبرنا المجال المرجعي عن مقدار ابتعاد مشاهدة ما عن متوسط المجتمع.

5. بما أن المجموعات مستقلة، فالانحراف المعياري للفرق بين المتوسطين يعطى كما يلي:

$$\begin{aligned}\text{SE}(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) &= \sqrt{se_1^2 + se_2^2} \\ &= \sqrt{0.00451^2 + 0.00482^2} \\ &= 0.006\,60\end{aligned}$$

6. الفرق بين المتوسطين هو 0.719 – 0.810 = 0.091– litre/mmol ومجال الثقة بمستوى 95% هو [0.091 – 1.96 × 0.00660–، 0.091 + 1.96 × 0.00660–] أو 0.104–، – 0.078، ويكون متوسط مستوى المغنـــزيوم للسكريين الذين يتناولون الأنسولين يقع في المجال [0.078, 0.104] mmol/l دون المقابل لغير السكريين.

7. بالرغم من وجود فرق يُعتد به، فهذا لا يعد اختباراً جيداً لأن معظم السكريين يقعون داخل المجال المرجعي بمستوى 95%.

حل التمرين M9 : أسئلة الاختيار من متعدد من 44 إلى 49

44 . خ ص خ خ خ. توجد دلالة على وجود علاقة الفقرة (6.9)، ليست سببية بالضرورة. يمكن وجود فروق أخرى ترتبط بشرب القهوة مثل التدخين الفقرة (3.8).

45. خ خ خ خ ص. الفرضية الابتدائية هي: متوسطات المجتمع متساوية الفقرة (7.9). الاعتداد خاصية للعينة وليس للمجتمع. $SE(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) = \sqrt{SE(\bar{x}_1)^2 - SE(\bar{x}_2)^2}$ الفقرة (5.8).

46. ص ص خ ص ص. الفقرة (2.9). من الممكن تماماً لأيهما أن يكون أعلى، والانحرافات في كلا الاتجاهين هي مهمة. الفقرة (5.9). $n = 16$ لأن الشخص المختبر الذي يعطي القراءة ذاتها على كليهما، لا يعطينا أية معلومات عن الفرق، ويستبعد من الاختبار. الترتيب سيكون عشوائياً، كما في تجربة العبور التقاطعي الفقرة (6.2).

47. خ خ خ خ ص. العينة صغيرة، والفرق يمكن أن يرد للمصادفة، ولكن من الممكن أن يكون أيضاً ناشئاً عن المعالجة. علينا أن نجري تجربة أوسع لزيادة القدرة الفقرة (9.9). إضافة حالات جديدة يمكن أن يضعف الاختبار تماماً. إذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة، فالاختبار يعطي نتيجة يعتد بها في واحدة منها، وحتى لو حصل هذا فلا يوجد تأثير للمعالجة الفقرة (10.9).

48. ص خ ص ص خ. إن طرائق العينات الكبيرة تتوقف على تقديرات التفاوت الذي نحصل عليه من المعطيات. وهذا التقدير يقترب إلى وسيط المجتمع كلما ازداد حجم العينة الفقرة (7.9) و(8.9). إن احتمال الخطأ من النوع الأول وهو مستوى الاعتداد يفرض مسبقاً، وليكن 5% مثلاً. وكلما كانت العينة أكبر كلما ازداد احتمال اكتشاف وجود الفرق الفقرة (9.9). تتوقف الفرضية الابتدائية على الحادثة التـــي نفحصها، لا على حجم العينة.

49. خ ص خ خ ص. لا نستطيع استنتاج السببية في الدراسات الرقابية الفقرات (6.3-8). ولكننا نستطيع استنتاج أنه يوجد دلالة على الفرق الفقرة (6.9). 0.001 هو احتمال حصولنا على فرق كبير إذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة الفقرة (3.9).

حل التمرين E9:

1. المجموعات الشاهدة جميعاً قد سحبت من مجتمعات من السهل الحصول عليها، واحدة تمثل مرضى في المشافي لا يعانون أعراضاً معدية معوية، الأخرى مرضى يعانون كسوراً وأقرباؤهم. كلهم متماثلون في العمر والجنس. داعى Mayberry ورفاقه التماثل في الطبقة وشكل الزواج (شرعي أم غير شرعي) أيضاً. وبعيداً عن عوامل التماثل، ليس لدينا أية طريقة لمعرفة ما إذا كانت "الحالات" و"الشواهد" قابلة للمقارنة، أو أية طريقة لمعرفة ما إذا كانت "الشواهد" ممثلة للمجتمع الإحصائي. هذه عادة في دراسة الحالة والشاهد، وهي المسألة الرئيسية في هذا التصميم.
2. يوجد مصدران واضحان للتحيز الأول: المقابلات ليست عمياء والمعلومات تؤخذ من الشخص المختبر، أما الثانـــي فهو أن المعطيات تخص الماضي. في دراسة (James) يُسأل المختبرون عما اعتادوا أن يأكلوا خلال عدة سنوات في الماضي. فيما يتعلق "بالحالات" يكون هذا قبل حادثة معينة، هي بداية مرض كرون، أما فيما يتعلق "بالشواهد" فلا يوجد، الزمن هو زمن بداية المرض في الحالات المماثلة.
3. السؤال في دراسة (James) هو ماذا كنت تأكل في الماضي؟ والسؤال في دراسة Mayberry ورفاقه كان ماذا تأكل الآن؟
4. من أصل 100 مصاب بمرضى كرون، كان 29 منهم مداومين على أكل الكورن فليكس. ومن أصل 29 "حالة" ممن عرفوا علاقة الكورن فليكس بالمرض، 12 كانوا من غير الآكلين للكورن فليكس، وضمن الإحدى وسبعين حالة الأخرى 21 منهم كانوا لا يأكلون الكورن فليكس، وهذا يعطي مجموعاً قدره 33 كانوا يأكلون في الماضي ولكنهم لا يأكلون الآن الكورن فليكس، بجمع هذه إلى 29 مستهلكاً باستمرار نحصل على 62 حالة كانوا في فترة ما يأكلون الكورن فليكس بانتظام. إذا أجرينا الحسابات نفسها على "الشواهد" نحصل على 13 = 10 + 3 من الأكلين إضافة إلى 22 يأكلون باستمرار وهذا يعطي 35 كانوا في فترة ما يتناولون الكورن فليكس بانتظام. فمن المحتمل أن المرضى كانوا يتناولون الكورن فليكس بانتظام في فترة ما أكثر من المجموعة "الشاهدة"، ونسبة المرضى الذين صرحوا بتناولهم للكورن فليكس هي تقريباً ضعفا ما صرح به "الشواهد".

بمقارنة هذه مع معطيات (James) حيث 25% = 17/68 من "الشواهد" و68% = 23/34 من المرضى، نجد النسبة بينهما 2.7 مرة، ممن يأكلون الكورن فليكس بانتظام، والنتائج متماثلة.

5. إن العلاقة بين مرض كرون والتصريح باستهلاك الكورن فليكس أقل احتمالاً في اختبار الاعتداد وهذا يعطي دلالة أقوى على وجود علاقة بينهما. كذلك يوجد مريض واحد فقط لم يأكل الكورن فليكس (يوجد أيضاً عدد أكبر ممن يأكلون الحبوب المعروفة بين الشواهد).

6. في حالة مرضى كرون 67.6% أي 23/34 صرحوا أنهم يأكلون الكورن فليكس بانتظام بالمقارنة مع 25.0% من الشواهد. وهكذا نسبة المرضى الذين صرحوا بأنهم يأكلون الكورن فليكس بالقياس للشواهد تساوي 2.7 = 67.6/25.0. أما النسب الموافقة للحبوب الأخرى فهي 2.7 للقمح و1.5 للثريد، 1.6 للرز، 6.1 للنخالة، 2.7 موزلي[1]. عندما ننظر للمعطيات بهذه الطريقة، لا يظهر تفوق الكورن فليكس. يلاحظ صغر الاحتمال ببساطة لأنه أكثر الحبوب انتشاراً. تمثل قيمة P تحيز العينة وليس المجتمع.

7. يمكننا أن نستخلص أنه لا توجد دلالة أن أكل الكورن فليكس مرتبط أكثر بمرضى كرون من استهلاك الحبوب الأخرى. إن ميل مريض كرون للتصريح بأنه يتناول طعام الإفطار بكثرة قبل ظهور المرض يمكن أن يكون نتيجة التنوع الكبير في الحمية أكثر منه في "الشواهد" لأنهم يجربون مختلف الأطعمة استجابة لأعراضها. يمكن أن يكونوا أكثر احتمالاً لاستذكار ما اعتادوا أن يأكلوا، ويكونوا أكثر وعياً لتأثيرات الحمية بسبب مرضهم.

حل التمرين M10 : أسئلة الاختيار من متعدد من 50 إلى 56

50. خ خ ص خ ص الفقرة (2.10). هي مكافئة لطريقة التوزيع الطبيعي الفقرة (7.8).

51. خ ص خ ص خ الفقرة (3.10). إن ما علينا أن نكتشفه هو ما إذا كانت متوسطات المجتمع متساوية. حالة العينة الكبيرة تماثل اختبار التوزيع الطبيعي في الفقرة (7.9)، ما عدا

[1] طعام من الحبوب والمكسرات والفواكه المجففة مع الحليب للفطور (المترجم).

تقدير التفاوت الكلي. يعد قانونياً من أجل أي حجم للعينة.

52. خ ص ص خ خ. إن افتراض الخضوع للتوزيع الطبيعي لا نجده في العينة الصغيرة توزيع t – ستيودنت الفقرة (3.10) بدون إجراء تحويل حسب الفقرة (4.10)، أما في حالة عينة كبيرة فتوزيع المعطيات لا أهمية له الفقرة (7.9). يستخدم اختبار الإشارة في معطيات المزاوجة. لدينا قياسات وليس معطيات كيفية.

53. خ ص ص خ خ الفقرة (5.10). كلما كانت الفروق في حجوم العينات كبيرة، كلما كان التقريب إلى توزيع ستيودنت أسوء. عندما تكون العينات أكبر حجماً يطبق اختبار التوزيع الطبيعي لعينة كبيرة الفقرة (7.9). تجميع المعطيات ليست مسألة هامة.

54. ص خ خ ص ص. قيمة P تقدم معلومات أكبر مما لو قلنا إن الفرق يُعتد به أو لا يُعتد به. مجال الثقة سيكون حتـــى أفضل. الشيء المهم ما هي ميزات الاختبار الجيد للتشخيص، أي بكم تتداخل التوزيعات، وليس بأي فرق في المتوسط. إن تعداد الحيوانات المنوية لا يمكن أن يتبع التوزيع الطبيعي، لأن انحرافيين معياريين أكبر من المتوسط، وبعض المشاهدات ستكون سالبة الفقرة (4.7). على وجه التقريب الأعداد المتســـاوية تجعل اختبار ستيودنت خشناً جداً، ولكن التجانف يُضعف قدرة الاختبار الفقرة (5.10).

الجدول 6.19 : الفروق والمتوسطات لتوازن المطاوعة

المريض	الثابت	التباطؤ	الفرق	المتوسط
1	65.4	72.9	−7.5	69.15
2	73.7	94.4	−20.7	84.05
3	37.4	43.3	−5.9	40.35
4	26.3	29.0	−2.7	27.65
5	65.0	66.4	−1.4	65.70
6	35.2	36.4	−1.2	35.80
7	24.7	27.7	−3.0	26.20
8	23.0	27.5	−4.5	25.25
9	133.2	178.2	−45.0	155.70
10	38.4	39.3	−0.9	38.85
11	29.2	31.8	−2.6	30.50
12	28.3	26.9	1.4	27.60
13	46.6	45.0	1.6	45.80
14	61.5	58.2	3.3	59.85
15	25.7	25.7	0.0	25.70
16	48.7	42.3	6.4	45.50

55. خ ص ص خ ص الفقرة (A7) في حالة التوزيع الطبيعي $\bar{x}$ ، s^2 مستقلان. s^2 يتبع هذا التوزيع مضروباً بـــ $\sigma^2/(n-1)$، بينما σ^2 هو تفاوت المجتمع $\bar{x}/\sqrt{s^2/n}$ يتبع توزيع ستيودنت فقط إذا كان متوسط توزيع المجتمع يساوي الصفر الفقرة (1.10).

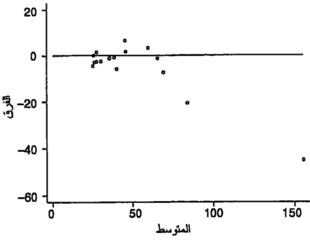
0	0 1 1 3 6
−0	0 1 1 2 2 3 4 5 7
−1	
−2	0
−3	
−4	5

الشكل 12.19 : مخطط الساق والأوراق للمطاوعة

56. خ ص ص خ ص الفقرة (9.10). مجاميع المربعات ودرجات الحرية قابلة للجمع، بينما مربعات المتوسطات غير قابلة للجمع. ثلاث مجموعات تعطينا درجتـــي حرية. يمكننا اتخاذ أية حجوم للمجموعات.

حل التمرين E10:

1. الفروق في المطاوعة مبين في الجدول (6.19). مخطط الساق والأوراق مبين في الشكل (12.19).
2. الشكل (13.19) هو مخطط الفرق بدلالة المتوسط، والتوزيع متجانف بشكل كبير والفرق مرتبط بشكل قوي مع المتوسط.



الشكل 13.19 : فرق متوسط vs للمطاوعة

3. مجموع الفروق ومجموع مربعاتها هي على التتالي $\sum d_i = 82.7$ - و $\sum d_i^2 = 2648.43$ ،
ومنه المتوسط $-5.16875 = -5.2 - /16 = \bar{d}$ ، أما مجموع المربعات حول المتوسط:

$$\sum d_i^2 - \frac{\left(\sum d_i\right)^2}{n} = 2648.43 - \frac{(-82.7)^2}{16} = 2220.97438$$

ويكون التفاوت $s^2 = 2\ 220.974\ 38/15 = 148.064\ 96$. ومنه الانحراف المعياري $s = \sqrt{148.06496} = 12.168$ ، الخطأ المعياري لمتوسط الفرق هو:

$$\sqrt{\frac{s^2}{n}} = \sqrt{\frac{148.06496}{16}} = 3.04205$$

4. درجة الحرية 15 ومن الجدول (1.7) نقطة توزيع ستيودنت الموافقة لاحتمال 0.05 هي 2.13. مجال الثقة بمستوى 95% هو [3.04205 × 2.13 – 5.16875– ، 3.04205 × 2.13 + 5.16875–] وهــذا يعطي: [1.3+، 11.6–]

0.06	2
0.05	
0.04	
0.03	
0.02	2 4
0.01	5
0.00	0
−0.00	9
−0.01	0 4
−0.02	
−0.03	7
−0.04	2 7 9
−0.05	
−0.06	3
−0.07	7
−0.08	
−0.09	
−0.10	8
−0.11	
−0.12	6

رؤية ملخصة

0.06	2
0.04	
0.02	2 4
0.00	0 5
−0.00	9 0 4
−0.02	7
−0.04	2 7 9
−0.06	3 7
−0.08	
−0.10	8
−0.12	6

الشكل 14.19 : مخططات الساق والورقة للوغاريتم المطاوعة

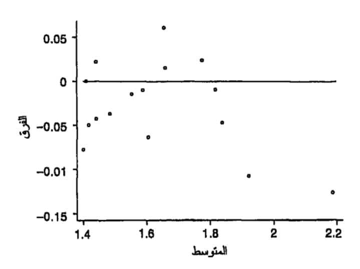
5. يبين الجدول (7.19) التحويل اللوغاريتمي للمعطيات، باستخدام اللوغاريتم العشـــري (أي ذي الأساس 10)، مع فروقها ومجاميعها. مخطط الساق والأوراق مبين في الشكل (14.19). هذا غير عملي، ونستطيع تكثيف ذلك بتجميع الأرقام المعنوية الأولى. الفرق بدلالة المتوسط مبين في الشكل (15.19). الفروق تبقى مرتبطة مع المتوسط ولكن ليس بقوة كما في الشكل (13.19). التوزيع أكثر تناظراً ويبدو استخدام توزيع t - ستيودنت منطقياً أكثر من المعطيات غير المحولة. مجموع الفروق ومجموع مربعاتها هي على التالي: $\sum d_1 = 0.459$ و $\sum d_1^2 = 0.050687$ وتصبح قيمة المتوسط $\bar{d} = -0.459/16 = -0.028688$ ومجموع المربعات حول المتوسط هو $0.050687 - (-0.459)^2/16 = 0.037519$ ويكون التفاوت $s^2 = 0.037519/15 = 0.0025013$.

الجدول 7.19 : الفرق والمتوسط للوغاريتم المطاوعة الخاضعة للتحويل (log)

المريض	الثابت	التناظو	الفرق	المتوسط
1	1.816	1.863	−0.047	1.8395
2	1.867	1.975	−0.108	1.9210
3	1.573	1.636	−0.063	1.6045
4	1.420	1.462	−0.042	1.4410
5	1.813	1.822	−0.009	1.8175
6	1.547	1.561	−0.014	1.5540
7	1.393	1.442	−0.049	1.4175
8	1.362	1.439	−0.077	1.4005
9	2.125	2.251	−0.126	2.1880
10	1.584	1.594	−0.010	1.5890
11	1.465	1.502	−0.037	1.4835
12	1.452	1.430	0.022	1.4410
13	1.668	1.653	0.015	1.6605
14	1.789	1.765	0.024	1.7770
15	1.410	1.410	0.000	1.4100
16	1.688	1.626	0.062	1.6570

6. من $-0.028688 - 2.13 \times 0.012503$ إلى $-0.028688 + 2.13 \times 0.012503$ أي من 0.055312– إلى 0.002057–. ولم يتم تدوير هذه الأرقام لأننا نرغب بتحويلها أولاً. وإذا قمنا بتحويل عكسي لهذه الحدود و ذلك بأخذ اللوغاريتم العكسي فإننا نحصل على 0.880 إلى 0.995 وهذا يعنـــي أن المطاوعة ناتجة عن وجود موجة متباطئة هي بين 0.880 و0.995. وهذا يعنـــي أن وجود المطاوعة ناتج عن وجود موجة ثابتة. هناك دليل

على أن شكل الموجة له تأثير، في حين أن المعطيات غير المحوَّلة يكون مجال الثقة للفرق حاوياً على الصفر. بما أن المعطيات الخام ذات توزيع متجانف فإن مجال الثقة واسع جداً.



الجدول **15.19** : الاختلاف كتابع لمتوسط لوغاريتم المطاوعة

7. يمكننا استنتاج أن هناك بعض الأدلة لانخفاض متوسط المطاوعة، والذي يمكن أن يصل حتـــى 12% (محسوبة كالتالي: 100 × [0.880 – 1])، ولكنه تغير صغير ويمكن إهماله.

حل التمرين M11 : أسئلة الاختيار من متعدد من 57 إلى 61

57. (خ خ ص ص خ): المتغيرات الناتجة والمنبئة مرتبطة ببعضها جيداً ولكن ارتباطها غير خطي، إذن $r < 1$ انظر الفقرة (9.11).

58. (خ ص خ خ خ): إن معرفة المتغير المنبـــىء (predictor) تعطينا بعض المعلومات عن المتغير الناتج الفقرة (2.6). هذه هي ليست علاقة خطية، في جزء من المقياس يتناقص المتغير الناتج بازدياد المتغير المنبـــىء. إن معامل الارتباط يكون قريباً من الصفر الفقرة (9.11). يكون التحويل اللوغاريتمي مناسباً هنا إذا تزايد المتغير الناتج بشكل سريع أكثر فأكثر مع زيادة المتغير المنبـــىء الفقرة (5.9).

59. (خ خ خ ص ص): عادة فإن نقطة تقاطع خط الانكفاء مع المحور Y ولميله قيم غير معدومة، بالمبادلة بين X وY يتغير مستقيم الانكفاء.

60. (ص ص خ خ خ): الفقرة (9.11-10) ليس هناك اختلاف بين المتغير المنبـــىء والمتغير الناتج. يجب ألا نخلط بين r ومعامل الانكفاء الفقرة (11.3).

61. (خ ص ص خ خ): ليس للمتغير المنبـــىء خطأ في نموذج الانكفاء الفقرة (11.3). سنستخدم التحويلات فقط إذا كانت ضرورية لتحقق الافتراضات الفقرة (11.8). هناك انتشار حول المستقيم الفقرة (11.3).

حل تمرين E11:

1. يتم حساب الميل كالتالي:

$$b = \frac{\text{مجموع الجداءات}}{\text{مجموع المربعات}}$$

للإناث

$$b_f = \frac{4206.9}{1444.6} = 2.9122$$

للذكور

$$b_m = \frac{9045.4}{2267.5} = 39892$$

2. من أجل الخطأ المعياري، يلزمنا أولاً التفاوت حول الخطأ:

$$s^2 = \frac{1}{n-2}\left(\Sigma(y_i - \bar{y})^2 - b^2\,\Sigma(x_i - \bar{x})^{2^2}\right)$$

وبذلك فإن الخطأ المعياري هو:

$$\text{SE}(b) = \sqrt{\frac{s^2}{\Sigma(x_i - \bar{x})^2}}$$

للإناث:

$$s_f^2 = \frac{1}{43-2}(101107.6 - 2.9122^2 \times 1444.6) = 2167.2$$

$$\text{SE}(b_f) = \sqrt{\frac{2167.2}{1444.6}} = 1.2248$$

للذكور:

$$s_m^2 = \frac{1}{58-2}(226873.5 - 3.9892^2 \times 2267.5) = 3406.9$$

$$\mathrm{SE}(b_m) = \sqrt{\frac{3406.9}{2267.5}} = 1.2258$$

3. إن الخطأ المعياري للفرق بين متغيرين مستقلين هو الجذر التربيعي لمجموع مربعات الأخطاء المعيارية:

$$\begin{aligned}\mathrm{SE}(b_f - b_m) &= \sqrt{(\mathrm{SE}(b_f))^2 + (\mathrm{SE}(b_m))^2} \\ &= \sqrt{1.2248^2 + 1.2258^2} \\ &= 1.7328\end{aligned}$$

إن العينة كبيرة بما فيه الكفاية، تقريباً 50 في كل مجموعة، وبذلك فإن الخطأ المعياري هذا هو تقدير جيد ويمكننا استخدام التقريب الطبيعي لعينة كبيرة. إن 95% مجال ثقة هو 1.96 خطأ معيارياً على كل من طرفي التقدير. إن الاختلاف الملاحظ هو $b_f - b_m = 2.9122 - 3.9892 = -1.0770$. وبذلك فإن 95% مجال ثقة هو $-1.0770 - 1.96 \times 1.7328 = -4.5$ إلى $-1.0770 + 1.96 \times 1.7328 = 2.3$. إذا كانت العينات صغيرة، فإنه يمكننا القيام بذلك باستخدام توزيع t – ستيودنت، ولكننا نحتاج إلى تقدير التفاوت المشترك. من الأفضل استخدام الانكفاء المتعدد. باختبار تفاعل الطول × الجنس.

4. من أجل اختبار الاعتداد، فإن إحصائية الاختبار تعطي بنسبة الفرق إلى الخطأ المعياري:

$$\frac{b_f - b_m}{\mathrm{SE}(b_f - b_m)} = \frac{-1.0770}{1.7328} = -0.62$$

إذا كانت الفرضية الصفرية الابتدائية، فإن هذه تكون مشاهدة لتوزيع طبيعي معياري من الجدول 7.2، $P > 0.5$.

حل التمرين M12 : أسئلة الاختيار من متعدد من 62 إلى 66

62. (ص خ ص خ خ): الفقرات (3.10، 2.12): يطبق كل من اختباري الإشارة وويلكسون على المعطيات المزاوجة الفقرتان (2.9) و(3.12). ارتباط الرتب يبحث عن

وجود علاقة بين متغيرين ترتيبين، وليس للمقارنة بين مجموعتين الفقرات (4.12، 5.12).

63. (ص ص خ خ ص): الفقرات (2.9، 2.12، 3.10، 5.12): إن اختبار wilcoxon هو لمعطيات مجالية الفقرة (3.12).

64. (خ ص خ ص ص): الفقرة (5.12): ليس هناك متغير منبىء في الارتباط. لا يؤثر التحويل اللوغاريتمي على ترتيب المشاهدات.

65. (ح ص خ خ ص): إذا تم تحقيق فرضيات التوزيع الطبيعي فإن الطرائق التي تستخدم هذه الفرضيات تكون أفضل الفقرة (12.7). إن تقدير مجالات الثقة باستخدام طرق الرتب عملية صعبة. حيث تتطلب طرق الرتب أن يكون المقياس ترتيبياً أي يمكن ترتيب المعطيات.

66. (ص خ ص ص خ): نحتاج إلى اختبار المزاوجة: t ، اختبار الإشارة أو ويلكولسن الفقرات (2.10، 2.9، 3.12).

حل تمرين E12:

1. إن الفروق مبينة في الجدول (6.12). لدينا 4 قيم إيجابية ، 11 قيم سلبية، و1 معدومة. عند اعتبار الفرضية الابتدائية بعدم وجود فرق، فإن عدد القيم الموجبة يتبع التوزيع الحداني حيث $p = 0.5$، $n = 15$. هنا لدينا $n = 15$ لأن قيمة الصفر لا تساهم بأي معلومة حول اتجاه الفرق. من أجل PROB $(r \leq 0.5)$ فإنه لدينا:

$$\begin{array}{lcrcl}
\text{PROB}(r=4) & = & \frac{15!}{4! \times 11!} \times (0.5)^{15} & = & 0.041\,66 \\
\text{PROB}(r=3) & = & \frac{15!}{3! \times 12!} \times (0.5)^{15} & = & 0.013\,89 \\
\text{PROB}(r=2) & = & \frac{15!}{2! \times 13!} \times (0.5)^{15} & = & 0.003\,20 \\
\text{PROB}(r=1) & = & \frac{15!}{1! \times 14!} \times (0.5)^{15} & = & 0.000\,46 \\
\text{PROB}(r=0) & = & \frac{15!}{0! \times 15!} \times (0.5)^{15} & = & 0.000\,03 \\
\hline
\text{PROB}(r \leq 4) & & & = & 0.059\,24
\end{array}$$

إذا ضاعفنا هذه القيمة للحصول على اختبار من طرفين نحصل على 0.11844 وهو لا يعتد به أيضاً.

2. باستخدام اختبار ويلكوكسن wilcoxon للأزواج المتقابلة نحصل على:

الفرق	0.9–	1.2–	1.4–	1.4	1.6	2.6–	2.7–	3.0–
الترتيب	1	2	3.5	3.5	5	6	7	8
الفرق	3.3	4.5–	5.9–	6.4	7.5–	20.7–	45.0–	
الترتيب	9	10	11	12	13	14	15	

بالنسبة لاختبار الإشارة فإنه يمكن استبعاد الصفر لأننا نهتم بمجموع مربعات الفروق الموجبة أي 29.5 = 12 + 9+ 5 + 3.5 = T. ومن جدول 12.5 يتبين أن نقطة الـ 5% (n = 15) هي 25، والتـي تقل عن T، وبذلك فإن الفرق لا يُعتد به بمستوى 5%. الاختبارات الثلاثة تعطي إجابات متشابهة.

3. باستخدام التحويل اللوغاريتمي للفروق في الجدول 19.7، نحصل أيضاً على 4 قيم إيجابية، 11 قيمة سلبية، وقيمة صفرية واحدة، و يعطي اختبار الإشارة عدم وجود فرق باحتمال 0.11848. أي أن التحويل لا يغير اتجاه التغير فهو إذن لا يؤثر على اختبار الإشارة.
4. بالنسبة لاختبار wilcoxon للأزواج المتقابلة على لوغاريتم المطاوعة:

الفرق	0.009–	0.010–	0.014–	0.015–	0.022–	0.024
الرتبة	1	2	3	4	5	6
الفرق	0.037–	0.042–	0.047–	0.049–	0.062	0.063–
الرتبة	7	8	9	10	11	12
الفرق	0.077–	0.108–	0.126–			
الرتبة	13	14	15			

وبذلك فإن 26 = 11 + 6 + 5 + 4 = T. إن هذه القيمة هي فقط أعلى من نقطة 5% بالنسبة لـ 25، وهي مختلفة عن تلك المعطيات غير المحولة. لأن التحويل يغير الحجم النسبـي للفروق فقط. و يفترض الاختبار هنا معطيات مجالية. عند التحويل إلى مقياس لوغاريتمي فإننا ننتقل إلى مقياس يمكن معه مقارنة الفروق، لأن التغير لا يعتمد على القيمة الأصلية. هذا لا يحصل في اختبارات الرتب الأخرى، مثل اختبار (Mann Whitney) و معاملات الارتباط الرُتْبية والتـي لا تستلزم وجود فروق.

5. بالرغم من أن هناك احتمال نخفاض المطاوعة ولكنها لا تصل إلى المستوى الذي يعتد به.
6. إن الاستنتاجات متشابهة بشكل كبير، ولكن التأثير على انخفاض المطاوعة يظهر أكثر بطريقة (t). إذا كانت المعطيات قابلة للتحويل بحيث يمكن تقريبها إلى التوزيع الطبيعي، فإن اختبار t هو الأقوى، وتعطي أيضاً مجالات ثقة بشكل أسهل، وأنا أفضله.

حل التمرين M13 : أسئلة الاختيار من متعدد من 67 إلى 74

67. (خ ص خ ص خ) الفقرات (1.13، 3.13): 8 = (1 – 3) × (1 – 5) درجة من الحرية، 12 = 15 × 80% خلية يجب أن تكون التكرارات المتوقعة فيها أكبر من 5. وهذا يقتضي أن يكون التكرار المشاهد معدوماً.

68. (ص ص خ ص خ): الفقرات (1.13، 9.13): إن الاختبارين مستقلان عن بعضهما. 1 d.f = (1– 2) × (1 – 2) .بمثل هذه الأرقام الكبيرة، فإن تصحيح "yates" لا يؤدي إلى فرق كبير فبدونه نحصل على $\chi^2 = 124.5$، وبالتصحيح نحصل على $\chi^2 = 119.4$ الفقرة .(13.5)

69. (ص ص خ ص ص): إن اختبار χ^2 للاتجاه وτ_b يختبران الفرضية الابتدائية لا يوجد اتجاه في الجدول، ولكن اختبار χ^2 الرتبـــي ليس كذلك الفقرة (8.13). إن معدل الأرجحية (OR) هو تقدير للمخاطرة النسبية في دراسة الحالة – الشاهد.

70. (ص ص ص ص ص): الفقرة (5-4.13): من الصعب حساب عوامل الأرقام الكبيرة.

71. (ص خ خ خ خ): الفقرة (3.13): إن 80% للقيمة 4 هي أكبر من 3، وبذلك فإن جميع التكرارات المتوقعة يجب أن تتجاوز 5. يمكن لحجم العينة أن يكون صغيراً حتـــى 20، إذا كانت المجاميع العمودية والسطرية تساوي 10.

72. (ص ص خ خ خ): يقارن هذا الاختبار النسب في عينات متقابلة الفقرة (9.13). بالنسبة لعلاقة ما، فإننا سنستخدم اختبار (χ^2) الفقرة (1.13). إن PEFR هو متغير مستمر، فإننا نستخدم طريقة t للمزاوجة الفقرة (2.10). وبالنسبة لعينتين مستقلتين فإننا نستخدم اختبار (χ^2) الفقرة (1.13).

73. (ص خ ص خ خ): بالنسبة إلى جدول 2 × 2 و بتكرارات متوقعة صغيرة فإننا نستخدم اختبار (Fisher's exact) أو تصحيح Yates الفقرة (5-4.13). إن اختبار McNemar's هو غير ملائم لأن المجموعات غير متقابلة.

74. (ص ص ص ص خ) الفقرة (13.7).

حل التمرين E13:

1. يبدو أن موجه الحرارة تبدأ في الأسبوع 10 وتستمر إلى الأسبوع 17. وهذه الفترة أحر من الفترة المقابلة في عام 1982.

2. هناك 178 قبولاً خلال موجه الحر في عام 1983 و110 قبولاً في الأسابيع المقابلة لها من عام 1982. يمكننا اختبار الفرضية الابتدائية أن هذه القبولات تنتمي لمجتمعات لها معدل القبول نفسه ونحصل على فرق يعتد به. لكن هذا غير مقنع. وهذا يمكن أن يكون مرده إلى عوامل أخرى مثل اغلاق مشفى آخر والتغيرات الناتجة عن تجمع مياه الأمطار.

3. إن تقاطع الجداول مبين في الجدول (8.19).

الجدول 8.19 : تعارض الجداول للفترة الزمنية بالعام لقبولات المسنين

السنة	الفترة			المجموع
	قبل موجة الحر	أثناء موجة الحر	بعد موجة الحر	
1982	190	110	82	382
1983	180	178	110	468
المجموع	370	288	192	850

4. تدل الفرضية الابتدائية على عدم وجود علاقة بين فترات الحر والأعوام التـــي حدثت فيها، أو بالأحرى أن توزيع القبولات بين الفترات سوف يكون نفسه بالنسبة لكل عام. إن القيم المتوقعة مبينة في الجدول (9.19).

الجدول 9.18 : التكرارات المتوقعة للجدول (8.19)

السنة	الفترة			المجموع
	قبل موجة الحر	أثناء موجة الحر	بعد موجة الحر	
1982	166.3	129.4	86.3	382.0
1983	203.7	158.6	105.7	468.0
المجموع	370.0	288.0	192.0	850.0

5. إن احصائية χ^2 تعطى بالشكل التالي:

$$\sum\frac{(O-E)^2}{E}=\frac{(190-166.3)^2}{166.3}+\frac{(110-129.4)^2}{129.4}+\frac{(82-86.3)^2}{86.3}$$
$$+\frac{(180-203.7)^2}{203.7}+\frac{(178-158.6)^2}{158.6}+\frac{(110-105.7)^2}{105.7}$$
$$=11.806$$

هناك سطران وثلاثة أعمدة وهذا يعطي درجتـــي حرية 2 = (1 – 3) × (10 – 2) أي أن 11.8 = χ^2 و بدرجتي حرية. ومن الجدول (14.3) نرى أن قيمة كاي- مربع تقابل قيمة احتمالية أقل من (0.01). وبالتالي فالمعطيات غير متوافقة مع الفرضية الابتدائية. إن الأدلة تدعم الرأي بأن القبولات قد ازدادت خلال موجة الحر عام 1983 أكثر مما يمكن رده للمصادفة. لا يمكننا التأكد بأن كانت هذه الزيادة هي سبب موجة الحر أو لسبب آخر كان بنفس الوقت.

6. يمكننا دراسة حدوث نفس التأثير في مناطق أخرى بين عامي 1982 و1983. يمكننا الاطلاع على ملفات أقدم لملاحظة فيما إذا كان هناك ازدياد مشابه في القبولات، على سبيل المثال بين عامي 1975 و 1976.

تمرين 14 M: أسئلة الاختيار من متعدد من 75 إلى 80

75. (ص خ خ ص ص): فقرة 14.2
76. (ص خ ص ص ص): لا يمكن استخدام الاختبار t لأن المعطيات لا تتوزع توزعاً طبيعياً الفقرة (3.10). التكرارات المتوقعة تكون صغيرة جداً لاســـتخدامها في اختبـــار كاي- مربع (13.3). ولكن اختبار الاتجاه العام سوف يكون مقبولاً (8.13). يمكن أيضاً استخدام اختبار جودة الملائمة الفقرة (10.13).
77. (خ ص ص خ ص): في عينة صغيرة نحتاج إلى طريقة المزاوجة لـ t – ستيودنت
78. (خ ص ص ص ص): فقرة (14.5)
79. (خ خ خ خ ص): إن طرق الانكفاء والارتباط واختبار المزاوجة لـ t – ستيودنت معطيات مستمرة (11.3، 11.9، 10.2). يمكن استخدام τ – كاندل للفئات المرتبة.
80. (ص خ ص خ خ): الفقرة (2.14)

حل تمرين 14 E:

1. التفضيل الكلي: لدينا عينة واحدة من المرضى، 12 مريضاً قد فضلوا اللقاح A، 14 مريضاً قد فضلوا اللقاح B، وأربعة مرضى لم يبدوا أي تفضيل. يمكننا استخدام الاختبار الحداني Binomial أو اختبار الإشارة (9.2)، إذا اقتصرنا على المرضى الذين أبدوا تفضيلاً معيناً. الذين فضلوا اللقاح A إيجابيون، والذين فضلوا اللقاح B هم سلبيون. لدينا اختبار من جانبين لا يُعتد به حيث $P = 0.85$.

التفضيل والترتيب: لدينا علاقة بين متغيرين، التفضيل والترتيب وكلاهما اسمي nominal. ننشئ جدولاً 2×2 ثنائي التصنيف ونجري اختبار كاي- مربع. في الجدول (2×3) نحصل على تكرارين متوقعين أقل من "5"، وبذلك فإن علينا تحرير الجدول. ليس هناك أي تركيبات واضحة، ولكن يمكننا استبعاد أولئك الذين لم يبدوا أفضليات، والابقاء على جدول (2×2)، حيث $\chi^2 = 1.3$ بدرجة الحرية (1)، و قيمة الاحتمال $P > 0.05$.

2. إن المعطيات هي مزاوجة وبذلك يجب استخدام اختبار المزاوجة لـ t (2.10). ويجب تحقيق افتراض التوزيع الطبيعي لأن PEFR تتبع التوزيع الطبيعي بشـــكل واضح. نجـــد: $t = 6.45/5.05 = 13$، بدرجة من الحرية تساوي 31، وهذه النتيجة لا يعتد بها. باستخدام $t = 2.04$ من الجدول (1.10) نحصل على 95% مجال ثقة من 3.85- إلى (16.75) ليتر/دقيقة.

3. يجب استخدام عدد المرضى الكلي الذين تم اختيارهم عشوائياً للمعالجات، بهدف تحليل المعالجة الفقرة (2.5). لدينا "1721" مريضاً في حالة معالجة فعالة وهـــذا الرقـــم يتضمن "15" وفاة، ولدينا "1706" مريضاً غفلاً placebo مع 35 حالة وفاة. يعطي اختبار كاي- مربع $\chi^2 = 8.3$ بدرجة حرية 1 و$P < 0.01$. المقارنة بين النسبتين تعطينا فرقاً قدره 0.0118- ومجال ثقة بمستوى 95% من (0.0038- إلى 0.198-)، واختبار التوزيع الطبيعي يعطي القيمة 2.88، باحتمال $P > 0.01$ الفقرة (8.9).

4. لا يتوزع المتغيران توزيعاً طبيعياً. نجد أن النتريت متجانف جداً بينما pH ثنائي الدارج. من الممكن تحويل النتريت إلى توزيع طبيعي ولكن عملية التحويل ليست بسيطة. على سبيل المثال إن وجود الصفر يمنع استعمال التحويل اللوغاريتمي البسيط. و كذلك فإن الانكفاء

والارتباط هما غير مناسبين، ويجب استخدام معامل الارتباط الرتبـــي. معامل سبيرمـــان $\rho = 0.58$ ومعامل كندال $\tau = 0.40$ وكلاهما باحتمال 0.004.

5. لدينا عينتان كبيرتان ويمكننا إجراء المقارنة الطبيعية للمتوسطين الفقرة (5.8). إن الخطأ المعياري للفرق هو 0.0178 ثانية والفرق لملاحظ هو 0.02 ثانية وهذا يعطي 95% مجال ثقة من (0.015–) إلى 0.055) للزيادة في الزمن الوسطي للعبور في الحالات الشاهدة. إذا كانت جميع المعلومات متوفرة، فإنه يمكننا حساب متوسط MTT للحالتين الشاهدتين المقابلتين لكل حالة، وبعد ذلك يمكننا إيجاد الفرق بين متوسط حالة MTT ومتوسط الحالة الطبيعية لـــ MTT، وعندئذ نستخدم طريقة العينة الواحدة الفقرة (3.8).

6. إن الخطوات غير المتساوية في قياس الحدة البصرية يبين أنه يجب أن تعامل هذه المعطيات على أنها قياسات ترتيبية، وبذلك فإن اختبار الإشارة هو مناسب. نطرح الرؤية اللاحقة للعملية من الرؤية السابقة، لنجد 10 فروق موجبة، ولا يوجد أي اختلاف سالب وهناك "7" أصفار. وبذلك، نرجع القيمة 0 إلى توزيع حدانـــي binomiol باحتمال $p = 0.5$ ، و $n = 10$، يعطى الاحتمال بالعلاقة التالية:

$$\frac{10!}{10! \times 0!} \times 0.5^0 \times 0.5^{10} = 0.00098$$

من أجل اختبار ثنائي الجانب نضاعف هذه القيمة لتعطي P = 0.002. اختبار حساسية التباين هو قياس، وبالتالي فإنه مقياس مجالي. يمكننا إجراء اختبار المزاوجة لـــ t المزدوج أو اختبار ترتيب الإشارة لـِ Wilcoxon على الفروق. الاختلافات يمكن تصنيف توزعات الاختلافات في مجموعات، باعتبار أن المقياس هو منقطع، ولكنه غير متجانف، وبذلك فكلا الطريقين ممكنة. في اختبار المزاوجة لـِ t – ستيودنت متوسط الفرق (قبل وبعد) هو 0.335– والانحراف المعياري هو 0.180، والخطأ المعياري للمتوسط هو $0.180/\sqrt{17} = 0.044$ واحصائية الاختبار t للفرضية الابتدائية: متوسط المجتمع الإحصائي الصفر هي الإحصائية 7.61 = 0.335/0.044، d.f. = 16، P < 0.001. بالنسبة لاختبار ترتيب الإشارة لـِ wilcoxon، فإن جميع الفروق هي سالبة وبذلك فإنه T = 0، وهي ذات اعتداد عال. بالنسبة للعلاقة بين حدة البصر واختبار حساسية التفاوت، فإن حدة البصر هي ترتيبية وبذلك

يجب استخدام الارتباط الرتبـــي. معامل سبيـــرمان $\rho = -0.49$، $P = 0.05$، ومعامل كندل $\tau = -0.40$.

7. نريد إجراء اختبار العلاقة بين متغيرين،وهما يمثلان متغيرين فئويين. نستخدم اختبار χ^2 بالنسبة لجدول الاحتمال، $\chi^2 = 38.1$، $d.f. = 6$، $P < 0.001$. أحد الإمكانات أن متحول آخر، مثل تدخين الأم أو الفقر، يرتبطان بكل من عمر الأم والربو. والإمكان الآخر هو وجود تأثير أترابـــي جميع النساء في أعمار (14-19) ولدوا خلال الحرب العالمية الثانية وأن تجربة تاريخية مشتركة قد تكون قد أنتجت الربو لدى أطفالهم.

حل التمرين M 15: أسئلة الاختيار من متعدد من 81 إلى 86

81. (ص خ ص ص خ) الفقرة (2.15): باستثناء ما إذا كانت إجراءات القياس تؤدي إلى تغيير الحالة، فإننا نتوقع الفرق في المتوسط يساوي الصفر.

82. (ص خ ص خ خ) الفقرة (4.15): نحتاج إلى الحساسية والنوعية. هناك أشياء أخرى، تتوقف على المجتمع الإحصائي المدروس، والتي من الممكن أن تكون مهمة أيضاً، مثل القيمة التنبوئية الموجبة.

83. (خ ص ص ص خ) الفقرة (4.15) إن النوعية، وليست الحساسية، هي التـــي تقيس كيف يتم إقصاء الأشخاص غير المرضى.

84. (ص ص خ خ خ) الفقرة (5.15): المجال المرجعي بمستوى 95% يجب أن لا يعتمد على حجم العينة.

85. (خ خ خ خ ص) الفقرة (5.15): نتوقع أن يكون 5% من الرجال الطبيعيين خارج هذه الحدود. يمكن للمريض أن يكون مصاباً بمرض ما دون أن يؤدي ذلك إلى حالة غير طبيعية في الهيماتوكريت. إن المجال المرجعي هذا هو للرجال، وليس للنساء اللواتي قد يمتلكن توزعاً مختلفاً للهيماتوكريت. من الخطورة استنتاج المجال المرجعي لمجتمع ما من مجتمع آخر. وفي حقيقة الأمر، فإن المجال المرجعي للنساء هو (35.8، 45.4)، وهذا ما يضع المرأة التـــي يبلغ الهيماتوكريت عندها 48 خارج المجال المرجعي. إن قيمة

الهيماتوكريت خارج المجال المرجعي 95% ينوه أن الشخص قد يكون مريضاً، ولكنها لا تثبت ذلك.

86. (ص خ ص ص ص) الفقرة (6.15): بازدياد الزمن، فإن المعدلات سوف تكون مبنية على أساس حالات نجاة أقل. إن الانسحابات خلال المجال الأول يؤدي إلى نصف مجال من الخطورة. إن كان ثمة تغير في البُقيا. فأولئك المختبرون الذين يبدؤن متأخرين في التقويم الزمنـــي. ومن ثم فهم أكثر احتمالاً أن ينسحبوا، لهم بُقيا مختلفة عن أولئك الذين بدؤوا مبكرين. الجزء الأول من المنحنـــي سوف يمثل مجتمع إحصائي مختلف عن الجزء الثاني. إن الشخص الذي يبقى لأطول فترة زمنية سوف يبقى على قيد الحياة وبذلك سوف يصبح منسحباً.

حل تمرين E 15:

1. تم استخدام المتبرعين بالدم لأنه كان من السهل الحصول على الدم. وهذا ما يسبب ضعفاً في عينة كبار السن، تم إضافة أشخاص يلازمون المراكز اليومية. هذا ما يؤكد أن هؤلاء فعالّون بشكل معقول، وأصحاء بالنسبة إلى سنهم. بالأخذ بعين الاعتبار مشكلة الحصول على الدم ومحدودية توفر المصادر، فإن هذه العينة تبدو مقبولة لهذا الهدف. الخيار الآخر يكمن بأخذ عينة عشوائية من المجتمع الإحصائي المحلي ومحاولة إقناعهم بالتبرع بالدم. يمكن أن يوجد عدد كبير من الرافضين بحيث أن انحياز المتطوع يجعل العينة لا تمثل المجتمع بأي حال. وكذلك فإن العينة هي متحيزة جغرافياً، باعتبار أنه تم اختيارها من جزء واحد من لندن. بالنسبة لهذه الدراسة، التـــي تهدف لمقارنة مرضى السكر مع الأشخاص الطبيعيين، فإن هذه المشكلة ليست مهمة كثيراً، باعتبار أن المجموعتين تم اختيارهما من نفس المكان. بالنسبة للمجال المرجعي الذي يتم تطبيقه على كامل البلد، إذا كان هناك عامل جغرافي فإن المجال سوف يكون متحيزاً في أماكن أخرى. لدراسة هذا التأثير يجب تكرار هذه الدراسة في عدة أماكن، ومقارنة المجالات المرجعية الناتجة وتجميعها بالطريقة المناسبة.

2. نحتاج إلى أشخاص طبيعيين وأصحاء لهذه العينة، وبذلك يجب استبعاد الأشخاص المصابين بأمراض واضحة وخاصة أولئك المرضى الذين يؤثرون على الكميات المقاسة. ولكن، عند استبعاد جميع المسنين الذين يخضعون للمعالجة الدوائية سوف نجد أنه من الصعب الحصول على عينة كبيرة بما فيه الكفاية. إنه من الطبيعي أن يتعاطى المسنون المسكنات والأدوية المنومة، لذلك فإنه يمكن استيعاب هؤلاء .
3. من شكل المنسج والاختطاط الطبيعي، فإن توزيع المغنـــزيوم المصلي طبيعياً.
4. إن المجال المرجعي، الذي من المتوقـــع أن تقع خارجه 5% من القيم الطبيعية، هو $(\bar{x}-2s\ ,\ \bar{x}+2s)$، أو (0.057 × 2 − 0.180 إلى 0.057 × 2 + 0.180) والذي هو (0.696 إلى 0.924) أو (0.70 إلى 0.92) ميلي مول/ليتر.
5. باعتبار أن العينة كبيرة والمعطيات لها توزع طبيعي، فإن الخطأ المعياري للحدود هو على وجه التقريب:

$$\sqrt{\frac{3s^2}{n}}=\sqrt{\frac{3\times 0.057^2}{140}}=0.0083439$$

ولإيجاد مجل الثقة بمستوى 0.95، نأخذ 1.96 خطأً معيارياً على كل من طرفي النهاية أي: 0.016 = 0.0083439 × 1.96. فمجال الثقـــة للحـــد المرجعي الأدنـــى هـــو من (0.016 − 0.696) إلى (0.016 + 0.696) أي (0680 إلى 0.712) أو (0.68 إلى 0.71) ميلي مول/ليتر. أما مجال الثقة للحـــد المرجعي الأعلـــى فهو من 0.016 − 0.924 إلى 0.016 + 0.924 أي من (0.908 إلى 0.940) أو من 0.91 إلى 0.94 مولي مول/ليتر. يقدر المجال المرجعي بالجودة ذاتها التـــي تقدر بها أخطاء الاعتيان.

6. يزداد المغنيزيوم المصلي بالتأكيد مع العمر. أما التغيرية فلا. وهذا يعنـــي أنه بالنسبة إلى المسنين، يكون الحد الأدنـــى منخفضاً جداً وأن الحد الأعلى سوف يكون مرتفعاً جداً، باعتبار أن الأقلية العليا من هذا الحد سوف يكونون جميعاً مسنين. يمكننا ببساطة تقدير المجال المرجعي لأعمار مختلفة بشكل منفصل. يمكننا إجراء ذلك باستخدام متوسطات منفصلة ولكن بتقدير مشترك للتفاوت، ويمكن الحصول عليه بتحليل وحيد التصنيف للتفاوت الفقرة (9.10). أو يمكننا استخدام انكفاء المغنيزيوم على السن للحصول على

علاقة يمكن من خلالها التنبؤ بالمجال المرجعي لأي سن. الطريقة المختارة سوف تعتمد على طبيعية العلاقة.

حل التمرين M 16 : أسئلة الاختيار من متعدد من 87 إلى 92

87. (خ ص خ خ خ) الفقرة (1.16): إنها لمجموعة سن معين وليست لسن معدل. إنها تقيس عدد الوفيات بالنسبة الأشخاص قيد المخاطرة ولا تقيس العدد الكلي. لا تعطي أي معلومات حول هيكلية السن.

88. (خ ص ص ص ص) الفقرة (4.16): إن جدول الحياة يحسب من معدلات الوفاة النوعية للسن. إن توقع الحياة هو القيمة المتوقعة لتوزع السن عند الوفاة إذا كانت معدلات الوفيات هذه قابلة للاستخدام (E6). إنها عادة تزداد مع السن.

89. (ص خ ص ص خ) إن SMR الفقرة (3.16) للنساء حديثات الولادة هي أخفض من 100 (لجميع النساء) و105 (للنساء اللواتـــي يضعن جنيناً ميتاً). إن مجالات الثقة لا تتداخل إذن توجد دلالة قوة على جود فرق. إن النساء اللواتـــي يضعن جنيناً ميتاً من المحتمل أن يكن معرضات للانتحار بنسب أعلى أو أخفض من النساء الأخريات، ولا يمكننا التحديد. لا يمكننا الاستنتاج أن الولادة السليمة تمنع الانتحار، ولكنها من الممكن أن تكون نظرة متفائلة على سبيل المثال.

90. (ص خ خ خ خ) الفقرة (3.16) إن تأثير السن قد تم التعديل من أجله. ومن الممكن أيضاً أن المفرطين بالشرب قد يصبحون أصحاب حانات. من الصعب استخلاص الأسباب من المعطيات التـــي تمت مراقبتها. قد لا يصبح الرجال الذين هم قيد المخاطرة بالإصابة بتشمع الكبد (أي المفرطين بالشرب) منظفي نوافذ، أو أن منظفي النوافذ الذين يشربون يمكن أن يغيروا مهنتهم، التـــي تتطلب توازناً جيداً. منظفو النوافذ المخاطرة عندهم منخفضة. إن معدل المتوسط من 100 وليس من 1.0.

الجدول 10.19 : معدلات الوفيات النوعية للسن الناتجة عن شم المواد الطيارة، بريطانيا، وحسابات SMR في سكوتلاندا

الأعمار	A.S.M.R.s بريطانيا بالملايين بالسنة	بالآلاف خلال 13 سنة	المجتمع السكوتلاندي بالآلاف	الوفيات المتوقعة في سكوتلاندا
0–9	0.00	0.000 00	653	0.000 00
10–14	0.79	0.010 30	425	4.377 50
15–19	2.58	0.033 58	447	15.010 26
20–24	0.87	0.011 37	394	4.479 78
25–29	0.32	0.004 15	342	1.419 30
30–39	0.08	0.001 08	659	0.711 72
40–49	0.03	0.000 33	574	0.189 42
50–59	0.09	0.001 12	579	0.648 48
60+	0.03	0.000 37	962	0.355 94
المجموع				27.192 40

91. (خ خ ص خ) الفقرة (6.16) جدول الحياة يعطينا فكرة عن الوفيات وليس عن هيكلية المجتمع. إن مخطط الأعمدة يعطي العلاقة بين متغيرين وليس التوزيع التكراري لهما الفقرة (5.5).

92. (ص خ خ ص) الفقرات (1.16، 2.16، 5.16): توقع الحياة لا يعتمد علىتوزع السن الفقرة (4.16).

حل تمرين E 16:

1. نحصل على المعدلات بالنسبة للفترة بأكملها بتقسيم عدد الوفيات في فئة عمرية على حجم المجتمع ففي الفئة 10-14 لدينا: (0.01030 = 44/4271) حالة في كل 1000 من عدد السكان. هذا كان من أجل 13 سنة، وخلال عام واحد فإن المعدل هو 0.00079 = 0.01030/13 لكل ألف شخص في العام، أو 0.79 لكل مليون كل عام. يبين الجدول (10.19) المعدلات لكل فئة عمرية. هذه المعدلات غير مألوفة لأنها أعلى ما يمكن في فئة المراهقين، والتـــي معدلات الوفيات فيها منخفضة لمعظم الأسباب. نوّه اندرسون 1985 "إن نتائجنا تبين أن شم المواد الطيارة بين المراهقين الذكور تؤدي حالياً لـــ 2% من الوفيات من جميع الأسباب". إن هذه المعدلات هي أيضاً غير مألوفة لأنها لم تحسب بشكل منفصل لكل من الجنسين. السبب في ذلك هو من أجل التبسيط ولأن عدد الحالات في معظم فئات العمر كان صغيراً.

2. العدد المتوقع للوفيات: يساوي العدد في كل فئة سن في سكوتلاندا في معدل الوفاة لهذه الفترة (أي 13سنة) لبريطانيا. وبعد ذلك نجمع هذه القيم لنحصل على (27.19) حالة وفاة كلية متوقعة. تمت مراقبة 48 حالة، وبذلك يكون SMR يساوي 48/27.19 = 1.77 أو 177 في بريطانيا في 100.

3. يمكن إيجاد الخطأ المعياري لـــ SMR كالتالي $\sqrt{O/E} = \sqrt{48/27.19} = 0.2548$ إن مجال الثقة 95% هـــو إذاً (1.77 − 1.96 × 0.2548) إلى (1.77 + 1.96 × 0.2548) أو (1.27 إلى 2.77). عند الضرب بـــ 100 كالمعتاد نحصل على (127 إلى 277). إن العدد المراقب هو كبير بما فيه الكفاية للتقريب الطبيعي لنتمكن من استخدام توزيع بواسون.

4. نعم، إن مجال الثقة هو بعيد جداً عن الصفر. ثمة عوامل أخرى تتعلق بمجموعة المعطيات مأخوذة من الصحف، والمحققين، وسجلات الوفاة. إن سكوتلاندا لها صحف مختلفة ونظام قضائي مختلف عن بقية بريطانيا. من الممكن أن يكون ارتباط الوفيات مع VSA هو معروف أكثر هنا منه في بريطانيا وويلز.

حل تمرين 17 M : أسئلة الاختيار من متعدد من 93 إلى 97

93. (ص خ ص خ ص): هي معدل انكفاء مجموع المربعات على مجموع المربعات الكلي.

94. (خ ص خ خ خ): (17.2) كان هناك 38 = 1 + 37 مشاهدة. يوجد تأثير يُعتد به بشكل كبير لمجموعة العرق. إن عدم الأهمية بالنسبة لعامل الجنس لا يعنـــي إنه ليس هناك اختلاف (9.6). يوجد ثلاث فئات عمرية إذن هناك درجتا حرية. إذا كان تأثير العرق يرد كلياً للعمر، فالمفروض أن يختفي عندما يعتبر العمر في النموذج.

95. (ص ص ص ص خ): (17.8): إن عامل تأثير بأربعة مستويات له ثلاثة متحولات خرساء (17.6). إذا كان عدد الخلايا البيضاء مرده للتدخين، فالمفروض أن يختفي إذا أدخل التدخين في النموذج.

96. (ص ص ص خ ص) الفقرة (4.17).

97. (خ خ خ خ ص) الفقرة (9.17): الذكور لهم خطورة أخفض للعودة من الإناث، وهذا واضح من خلال معامل الارتباط السالب، وبذلك يقضون فترة زمنية أطول قبل

العودة. إن الثيوفيلين (Theophiline) متعلق بانخفاض خطورة العودة ولكن لا يمكننا استخلاص العلاقة. إن المعالجة قد تعتمد على نوع ومدى شدة الربو.

حل تمرين E 17:

1. الفرق ذو اعتداد كبير جداً ($P < 0.001$) ويُتوقع أن يكون الفرق بين 1.3 و3.7 أي ان الحجوم هي أعلى في الفئة 2، الفئة 16 ذات التثلث الصبغي.
2. من الاختطاط الطبيعي والمخطط بدلالة أزوج الجسيدات يبدو أن هناك نقطة واحدة منعزلة عن بقية المعطيات، خارجية. إن فحص المعطيات يبين أنه ليس هناك سبب للافتراض أن هذه النقطة هي خطأ، وبذلك تمت المحافظة عليها. عدا عن ذلك، فإن الملاءمة مع التوزيع الطبيعي تبدو جيدة. إن الاختطاط بدلالة عدد أزواج الجسيدات يبين انه قد توجد علاقة بين المتوسط والتغيرية، ولكنها صغيرة جداً ولا تؤثر كثيراً على التحليل. هناك أيضاً احتمال وجود علاقة غير خطية، يجب البحث عنها (إن إضافة الحد التربيعي لم يحسن الملاءمة بشكل يُعتد به).
3. نموذج الفرق في مجموع المربعات هو: $207.139 - 197.708 = 9.431$، مجموع المربعات المتبقي هو 3.384، نسبة F هي $3.384/9.431 = 2.79$، بدرجتـــي حرية 1 و36 ويوافـــق $t = 1.67$، $P > 0.1$، لا يُعتد به.

حل التمرين M 18 : أسئلة الاختيار من متعدد من 98 إلى 100

89. (ص ص خ ص ص): (9.9): القوة صفة للاختبار، وليس للعينة. لا يمكن ان تكون صفراً، فحتـــى إذا لم يكن ثمة فرق في المجتمع الإحصائي فإن الاختبار قد يُعتد به.
99. (ص ص ص ص خ) (5.18): إذا استمرينا بإضافة مشاهدات جديدة والقيام بالاختبارات الموافقة، فإننا نقوم بإجراء اختبار متعدد وهذا ما يضعف الاختبار الفقرة (10.9).
100. (ص ص خ خ ص): (1.18) إن القوة لا تتدخل في التقدير.

حل التمرين E 18:

1. إن الخطأ المعياري للحد المرجعي هو تقريباً $\sqrt{3s^2/n}$، الفقرة (5.15)، عرض مجال الثقة لهذا الحد هو القيمة مضروبة بـــ 4، وعرض المجال المرجعي هو 45، إذن:

$$0.2 = \frac{4\sqrt{3s^2/n}}{4s}$$

$$0.2^2 = \frac{3}{n}$$

$$n = \frac{3}{0.04} = 75$$

2. الدقة هي لخطأين معياريين، وللنسبة تساوي $2\sqrt{p(1-p/n)}$. القيمة العظمى لها عندما $p = 0.5$. ونقطتنا النسبة المئوية هي 0.02، ومن الفقرة (2.18):

$$0.02 = 2\sqrt{\frac{0.5\times(1-0.5)}{n}}$$

$$0.02^2 = 2^2 \times \frac{0.5\times 0.5}{n}$$

$$n = \frac{4\times 0.25}{0.0004}$$

$$= 2500$$

3. إن هذه هي مقارنة نسبتين الفقرة (5.18). لدينا $p_1 = 0.15$ و$p_2 = 0.15 \times 0.9 = 0.135$، وتخفيض 10%. وبقوة 90% ومستوى اعتداد 5% لدينا:

$$n = \frac{10.5(p_1(1-p_1)+p_2(1-p_2))}{(p_1-p_2)^2}$$

$$= \frac{10.5(0.15\times(1-0.15)+0.135\times(1-0.135)}{(0.15-0.135)^2}$$

$$= 11399.5$$

وبذلك فإنه يلزمنا 400 11 في كل مجموعة، أي مجموع عدد المرضى الكلي 800 22.

وبقوة 80% ومستوى اعتداد 5% لدينا:

$$n = \frac{7.9(p_1(1-p_1)+p_2(1-p_2))}{(p_1-p_2)^2}$$

$$= \frac{7.9(0.15\times(1-0.15)+0.135\times(1-0.135)}{(0.15-0.135)^2}$$

$$= 8476.77$$

وبذلك يلزمنا 8577 حالة في كل مجموعة، أي مجموع عدد المرضى الكلي 17154. تخفيض القوة ينقص حجم العينة المطلوب، ولكن، طبعاً، يخفض فرصة كشف الفرق إذا كان موجوداً.

4. هذه هي مقارنة متوسطين الفقرة (4.18). نقدر حجم العينة من أجل فرق قدره انحراف معياري واحد $\mu_1 - \mu_2 = \sigma$. بقوة 90% ومستوى اعتداد 5%، ويعطي العدد في كل مجموعة كما يلي:

$$n = \frac{10.5 \times 2\sigma^2}{(\mu_1 - \mu_2)^2}$$
$$= \frac{10.5 \times 2\sigma^2}{\sigma^2}$$
$$= 10.5 \times 2$$
$$= 21$$

وبذلك فإنه يلزمنا 21 في كل مجموعة. إذا كان لدينا عينات غير متساوية وكانت $n_1 = 100$، فإن n_2 تعطى كالتالي:

$$(\mu_1 - \mu_2)^2 = 10.5 \times \sigma_2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)$$
$$\sigma^2 = 10.5 \times \sigma^2 \left(\frac{1}{100} + \frac{1}{n_2} \right)$$
$$\frac{1}{n_2} = \frac{1}{10.5} - \frac{1}{100}$$
$$\frac{1}{n_2} = 0.095238 - 0.01$$
$$n_2 = \frac{1}{0.085238} = 11.7$$

وبذلك فإنه يلزمنا 12 مختبراً في مجموعة المرضى.

المراجع

Altman, D.G. (1982). Statistics and ethics in medical research. In *Statistics in Practice*, (ed. S.M. Gore and D.G. Altman). British Medical Association, London.

Altman, D.G. (1991). *Practical Statistics for Medical Research*, Chapman and Hall, London.

Altman, D.G. and Bland, J.M. (1983). Measurement in medicine: the analysis of method comparison studies.. *The Statistician*, **32**, 307–17.

Anderson, H.R., Bland, J.M., Patel, S., and Peckham, C. (1986). The natural history of asthma in childhood. *Journal of Epidemiology and Community Health*, **40**, 121–9.

Anderson, H.R., MacNair, R.S., and Ramsey, J.D. (1985). Deaths from abuse of substances, a national epidemiological study. *British Medical Journal*, **290**, 304–7.

Appleby, L. (1991). Suicide during pregnancy and in the first postnatal year. *British Medical Journal*, **302**, 137–40.

Armitage, P. (1975). *Sequential Medical Trials*, Blackwell, Oxford.

Armitage, P. and Berry, G. (1987). *Statistical Methods in Medical Research*, Blackwell, Oxford.

Balfour, R.P. (1991). Birds, milk and campylobacter. *Lancet*, **337**, 176.

Ballard, R.A., Ballard, P.C., Creasy, R.K., Padbury, J., Polk, D.H., Bracken, M., Maya, F.R., and Gross, I. (1992). Respiratory disease in very-low-birthweight infants after prenatal thyrotropin releasing hormone and glucocorticoid. *Lancet*, **339**, 510–5.

Banks, M.H., Bewley, B.R., Bland, J.M., Dean, J.R., and Pollard, V.M. (1978). A long term study of smoking by secondary schoolchildren. *Archives of Disease in Childhood*, **53**, 12–19.

Bewley, B.R. and Bland, J.M. (1976). Academic performance and social factors related to cigarette smoking by schoolchildren. *British Journal of Preventive and Social Medicine*, **31**, 18–24.

Bewley, B.R., Bland, J.M., and Harris, R. (1974). Factors associated with the starting of cigarette smoking by primary school children. *British Journal of Preventive and Social Medicine*, **28**, 37–44.

Bewley, T.H., Bland, J.M., Ilo, M., Walch, E., and Willington, G. (1975). Census of mental hospital patients and life expectancy of those unlikely to be discharged.

British Medical Journal, **4**, 671–5.

Bewley, T.H., Bland, J.M., Mechen, D., and Walch, E. (1981). 'New chronic' patients. *British Medical Journal*, **283**, 1161–4.

Bland, J.M and Altman, D.G. (1986). Statistical methods for assessing agreement between two methods of clinical measurement. *Lancet*, **i**, 307–10.

Bland, J.M., Holland, W.W., and Elliott, A. (1974). The development of respiratory symptoms in a cohort of Kent schoolchildren. *Bulletin Physio-Pathologie Respiratoire*, **10**, 699–716.

Bland, J.M., Bewley, B.R., Banks, M.H., and Pollard, V.M. (1975). Schoolchildren's beliefs about smoking and disease. *Health Education Journal*, **34**, 71–8.

Bland, J.M., Mutoka, C., and Hutt, M.S.R. (1977). Kaposi's sarcoma in Tanzania. *East African Journal of Medical Research*, **4**, 47–53.

Bland, J.M., Bewley, B.R., Pollard, V., and Banks, M.H. (1978). Effect of children's and parents' smoking on respiratory symptoms. *Archives of Disease in Childhood*, **53**, 100–5.

Bland, J.M., Bewley, B.R., and Banks, M.H. (1979). Cigarette smoking and children's respiratory symptoms: validity of questionnaire method. *Revue d'Epidemiologie et Santé Publique*, **27**, 69–76.

Breslow, N.E. and Day, N.E. (1987). *Statistical methods in cancer research. Volume II—the design and analysis of cohort studies*, IARC, Lyon.

British Standards Institution (1979). *Precision of test methods. 1: Guide for the determination and reproducibility of a standard test method (BS5497, part 1)*, BSI, London.

Brooke, O.G., Anderson, H.R., Bland, J.M., Peacock, J., and Stewart, M. (1989). The influence on birthweight of smoking, alcohol, caffeine, psychosocial and socioeconomic factors. *British Medical Journal*, **298**, 795–801.

Bryson, M.C. (1976). The *Literary Digest* poll: making of a statistical myth. *The American Statistician*, **30**, 184–5.

Burr, M.L., St Leger, A.S., and Neale, E. (1976). Anti-mite measures in mite-sensitive adult asthma: a controlled trial. *Lancet*, **i**, 333–5.

Campbell, M.J. and Gardner, M.J. (1989). Calculating confidence intervals for some non-parametric analyses. In *Statistics with confidence*, (ed. Gardner, M.J. and Altman D.G.). British Medical Journal, London.

Carleton, R.A., Sanders, C.A., and Burack, W.R. (1960). Heparin administration after acute myocardial infarction. *New England Journal of Medicine*, **263**, 1002–4.

Christie, D. (1979). Before-and-after comparisons: a cautionary tale. *British Medical Journal*, **2**, 1629–30.

Colton, T. (1974). *Statistics in Medicine*, Little Brown, Boston.

Conover, W.J. (1980). *Practical Nonparametric Statistics*, John Wiley and Sons,

New York.

Curtis, M.J., Bland, J.M., and Ring, P.A. (1992). The Ring total knee replacement-a comparison of survivorship. *Journal of the Royal Society of Medicine*, **85**, 208–10.

Davies, O.L. and Goldsmith, P.L. (1972). *Statistical Methods in Research and Production*, Oliver and Boyd, Edinburgh.

DHSS (1976). *Prevention and Health: Everybody's Business*, HMSO, London.

Doll, R. and Hill, A.B. (1950). Smoking and carcinoma of the lung. *British Medical Journal*, **ii**, 739–48.

Doll, R. and Hill, A.B. (1956). Lung cancer and other causes of death in relation to smoking: a second report on the mortality of British doctors. *British Medical Journal*, ii, 1071–81.

Donnan, S.P.B. and Haskey, J. (1977). Alcoholism and cirrhosis of the liver. *Population Trends*, **7**, 18–24.

Easterbrook. P.J., Berlin, J.A., Gopalan, R., and Mathews, D.R. (1991). Publication bias in clinical research. *Lancet*, **337**, 867–72.

Egero, B. and Henin, R.A. (1973). *The Population of Tanzania*, Bureau of Statistics, Dar es Salaam.

Finney, D.J., Latscha, R., Bennett, B.M., and Hsa, P. (1963). *Tables for Testing Significance in a* 2×2 *Contingency Table*, Cambridge University Press, London.

Fish, P.D., Bennett, G.C.J, and Millard, P.H. (1985). Heatwave morbidity and mortality in old age. *Age and Aging*, **14**, 243–5.

Flint, C. and Poulengeris, P. (1986). *The 'Know Your Midwife' Report*, Caroline Flint, London.

Galton, F. (1886). Regression towards mediocrity in hereditary stature. *Journal of the Anthropological Institute*, **15**, 246–63.

Gardner, M.J. and Altman, D.G. (1986). Confidence intervals rather than P values: estimation rather than hypothesis testing. *British Medical Journal*, **292**, 746–50.

Gazet, J-C., Markopoulos, C., Ford, H.T., Coombes, R.C., Bland, M., and Dixon, R.C. (1988). Preliminary communication—Prospective trial of tamoxifen versus surgery in elderly patients with breast cancer. *Lancet*, , 679–80.

Glasziou, P.P. and Mackerras, D.E.M. (1993). Vitamin A supplementation in infectious disease: a meta-analysis. *British Medical Journal*, **306**, 366–70.

Hart, P.D. and Sutherland, I. (1977). BCG and vole bacillus in the prevention of tuberculosis in adolescence and early adult life. *British Medical Journal*, **2**, 293–5.

Healy, M.J.R. (1968). Disciplining medical data. *British Medical Bulletin*, **24**, 210–4.

Hedges, B.M. (1978). Question wording effects: presenting one or both sides of

a case. *The Statistician*, **28**, 83–99.

Hickish, T., Colston, K., Bland, J.M., and Maxwell, J.D. (1989). Vitamin D deficiency and muscle strength in male alcoholics. *Clinical Science*, **77**, 171–6.

Hill, A.B. (1962). *Statistical Methods in Clinical and Preventive Medicine*, Churchill Livingstone, Edinburgh.

Hill, A.B. (1977). *A Short Textbook of Medical Statistics*, Hodder and Stoughton, London.

Holland, W.W., Bailey, P., and Bland, J.M. (1978). Long-term consequences of respiratory disease in infancy. *Journal of Epidemiology and Community Health*, **32**, 256–9.

Holten, C. (1951). Anticoagulants in the treatment of coronary thrombosis. *Acta Medica Scandinavica*, **140**, 340–8.

Huff, D. (1954). *How to Lie with Statistics*, Gollancz, London.

Huskisson, E.C. (1974). Simple analgesics for arthritis. *British Medical Journal*, **4**, 196–200.

James, A.H. (1977). Breakfast and Crohn's disease. *British Medical Journal*, **1**, 943–7.

Johnson, F.N. and Johnson, S. (eds) (1977). *Clinical Trials*, Blackwell, Oxford.

Johnston, I.D.A., Anderson, H.R., Lambert, H.P., and Patel, S. (1983). Respiratory morbidity and lung function after whooping cough. *Lancet*, ii, 1104–8.

Kaste, M., Kuurne, T., Vilkki, J., Katevuo, K., Sainio, K., and Meurala, H. (1982). Is chronic brain damage in boxing a hazard of the past?. *Lancet*, ii, 1186–8.

Kendall, M.G. (1970). *Rank correlation methods*, Charles Griffin, London.

Kendall, M.G. and Babington Smith, B. (1971). *Tables of Random Sampling Numbers*, Cambridge University Press, Cambridge.

Kendall, M.G. and Stuart, A. (1968). *The Advanced Theory of Statistics, 2nd. ed., vol. 3*, Charles Griffin, London.

Kendall, M.G. and Stuart, A. (1969). *The Advanced Theory of Statistics, 3rd. ed., vol. 1*, Charles Griffin, London.

Lancet (1980). BCG: bad news from India. *Lancet*, i, 73–4.

Lee, K.L., McNeer, J.F., Starmer, F.C., Harris, P.J., and Rosati, R.A. (1980). Clinical judgements and statistics: lessons form a simulated randomized trial in coronary artery disease. *Circulation*, **61**, 508–15.

Lemeshow, S., Hosmer, D.W., Klar, J., and Lwanga, S.K. (1990). *Adequacy of Sample Size in Health Studies*, John Wiley and Sons, Chichester.

Leonard, J.V, Whitelaw, A.G.L., Wolff, O.H., Lloyd, J.K., and Slack, S. (1977). Diagnosing familial hypercholesterolaemia in childhood by measuring serum cholesterol. *British Medical Journal*, **1**, 1566–8.

Levine, M.I. and Sackett, M.F. (1946). Results of BCG immunization in New York City. *American Review of Tuberculosis*, **53**, 517–32.

Lindley, M.I. and Miller, J.C.P. (1955). *Cambridge Elementary Statistical Tables*, Cambridge University Press, Cambridge.

Lucas, A., Morley, R., Cole, T.J., Lister, G., and Leeson-Payne, C. (1992). Breast milk and subsequent intelligence quotient in children born preterm. *Lancet*, **339**, 510–5.

Luthra, P., Bland, J.M., and Stanton, S.L. (1982). Incidence of pregnancy after laparoscopy and hydrotubation. *British Medical Journal*, **284**, 1013.

Machin, D. and Campbell, M.J. (1987). *Statistical Tables for the Design of Clinical Trials*, Blackwell, Oxford.

Mantel, N. (1966). Evaluation of survival data and two new rank order statistics arising in its consideration.. *Cancer Chemotherapy Reports*, **50**, 163–70.

Mather, H.M., Nisbet, J.A., Burton, G.H., Poston, G.J., Bland, J.M., Bailey, P.A., and Pilkington, T.R.E. (1979). Hypomagnesaemia in diabetes. *Clinica Chemica Acta*, **95**, 235–42.

Matthews, D.E and Farewell, V. (1987). *Using and understanding medical statistics*, Karger, Basel; New York.

Matthews, J.N.S., Altman, D.G., Campbell, M.J., and Royston, P. (1990). Analysis of serial measurements in medical research. *British Medical Journal*, **300**, 230–35.

Maugdal, D.P., Ang, L., Patel, S., Bland, J.M., and Maxwell, J.D. (1985). Nutritional assessment in patients with chronic gastro-intestinal symptoms: comparison of functional and organic disorders. *Human Nutrition: Clinical Nutrition*, **39**, 203–12.

Maxwell, A.E. (1970). Comparing the classification of subjects by two independent judges. *British Journal of Psychiatry*, **116**, 651–5.

Maxwell, J.D., Patel, S.P., Bland, J.M., Lindsell, D.R.M., and Wilson, A.G. (1983). Chest radiography compared to laboratory markers in the detection of alcoholic liver disease. *Journal of the Royal College of Physicians of London*, **17**, 220–3.

Mayberry, J.F., Rhodes, J., and Newcombe, R.G. (1978). Breakfast and dietary aspects fo Crohn's disease. *British Medical Journal*, **2**, 1401.

Mckie, D. (1992). Pollsters turn to secret ballot. *The Guardian*, London, 24 August, p.20.

Meier, P. (1977). The biggest health experiment ever: the 1954 field trial of the Salk poliomyelitis vaccine. In *Statistics: a Guide to the Biological and Health Sciences*, (ed. J.M. Tanur, *et al.*). Holden-Day, San Francisco.

Mitchell, E.A., Bland, J.M., Thompson, J.M.D. (1994). Risk factors for readmission to hospital for asthma. *Thorax*, **49**, 33–36.

Morris, J.A. and Gardner, M.J. (1989). Calculating confidence intervals for rel-

ative risks, odds ratios and standardized ratios and rates. In *Statistics with confidence*, (ed. Gardner, M.J. and Altman D.G.). British Medical Journal, London.

MRC (1948). Streptomycin treatment of pulmonary tuberculosis. *British Medical Journal*, **2**, 769–82.

Newcombe, R.G. (1992). Confidence intervals: enlightening or mystifying. *British Medical Journal*, **304**, 381–2.

Newnham, J.P., Evans, S.F., Con, A.M., Stanley, F.J., Landau, L.I. (1993). Effects of frequent ultrasound during pregnancy: a randomized controlled trial. *Lancet*, **342**, 887–91.

Norris, D.E, Skilbeck, C.E., Hayward, A.E., and Torpy, D.M. (1985). *Microcomputers in Clinical Practice*, John Wiley and Sons, Chichester.

OPCS (1991). *Mortality statistics, Series DH2, No 16*, HMSO, London.

OPCS (1992). *Mortality statistics, Series DH1, No 24*, HMSO, London.

OPCS (1992b). *Mortality statistics, Series DH1, No 25*, HMSO, London.

Osborn, J.F. (1979). *Statistical Exercises in Medical Research*, Blackwell, Oxford.

Oldham, H.G., Bevan, M.M., McDermott, M. (1979). Comparison of the new miniature Wright peak flow meter with the standard Wright peak flow meter.. *Thorax*, **34**, 807–8.

Paraskevaides, E.C., Pennington, G.W., Naik, S., and Gibbs, A.A. (1991). Pre-freeze/post-freeze semen motility ratio. *Lancet*, **337**, 366–7.

Pearson, E.S. and Hartley, H.O. (1970). *Biometrika Tables for Statisticians, volume 1*, Cambridge University Press, Cambridge.

Pearson, E.S. and Hartley, H.O. (1972). *Biometrika Tables for Statisticians, volume 2*, Cambridge University Press, Cambridge.

Pocock, S.J. (1983). *Clinical Trials: A Practical Approach*, John Wiley and Sons, Chichester.

Pocock, S.J. and Hughes, M.D. (1990). Estimation issues in clinical trials and overviews. *Statistics in Medicine*, **9**, 657–71.

Pritchard, B.N.C, Dickinson, C.J., Alleyne, G.A.O, Hurst, P, Hill, I.D., Rosenheim, M.L., and Laurence, D.R. (1963). Report of a clinical trial from Medical Unit and MRC Statistical Unit, University College Hospital Medical School, London. *British Medical Journal*, **2**, 1226–7.

Radical Statistics Health Group (1976). *Whose Priorities?*, Radical Statistics, London.

Reader, R., *et al.* (1980). The Australian trial in mild hypertension: report by the management committee. *Lancet*, **i**, 1261–7.

Rose, G.A., Holland, W.W., and Crowley, E.A. (1964). A sphygmomanometer for epidemiologists. *Lancet*, **i**, 296–300.

Rodrigues, L. and Kirkwood, B.R. (1990). Case-control designs in the study of common diseases: updates on the demise of the rare disease assumption and the choice of sampling scheme for controls. *International Journal of Epidemiology*, **19**, 205–13.

Rowe, D. (1992). Mother and daughter aren't doing well. *The Guardian*, London, 14 July, p.33.

Royston, P., and Altman, D.G. (1994). Regression using fractional polynomials of continuous covariates: parsimonious parametric modelling. *Applied Statistics*, **43**, 429–467.

Samuels, P., Bussel, J.B., Braitman, L.E., Tomaski, A., Druzin, M.L., Mennuti, M.T., and Cines, D.B. (1990). Estimation of the risk of thrombocytopenia in the offspring of pregnant women with presumed immune thrombocytopenia purpura. *New England Journal of Medicine*, **323**, 229–35.

Schapira, K., McClelland, H.A, Griffiths, N.R., and Newell, D.J. (1970). Study on the effects of tablet colour in the treatment of anxiety states. *British Medical Journal*, **2**, 446–9.

Schmid, H. (1973). Kaposi's sarcoma in Tanzania: a statistical study of 220 cases. *Tropical Geographical Medicine*, **25**, 266–76.

Siegel, S. (1956). *Non-parametric Statistics for the Behavioural Sciences*, McGraw-Hill Kagakusha, Tokyo.

Sibbald, B., Addington Hall, J., Brenneman, D., Freeling, P. (1994). Telephone versus postal surveys of general practitioners. *British Journal of General Practice*, **44**, 297–300.

Snedecor, G.W. and Cochran, W.G. (1980). *Statistical Methods, 7th edn.*, Iowa State University Press, Ames, Iowa.

South-east London Screening Study Group (1977). A controlled trial of multiphasic screening in middle-age: results of the South-east London Screening Study. *International Journal of Epidemiology*, **6**, 357–63.

Southern, J.P., Smith, R.M.M, and Palmer, S.R. (1990). Bird attack on milk bottles: possible mode of transmission of *Campylobacter jejuni* to man. *Lancet*, **336**, 1425–7.

Stuart, A. (1955). A test for homogeneity of the marginal distributions in a two-way classification. *Biometrika*, **42**, 412.

'Student' (1908). The probable error of a mean. *Biometrika*, **6**, 1–24.

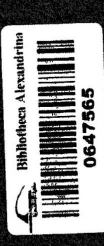
'Student' (1931). The Lanarkshire Milk Experiment. *Biometrika*, **23**, 398–406.

Thomas, P.R.S., Queraishy, M.S., Bowyer, R., Scott, R.A.P., Bland, J.M., Dormandy, J.A. (1993). Leucocyte count: a predictor of early femoropopliteal graft failure. *Cardiovascular Surgery*, **1**, 369–72.

Thompson, S.G. (1993). Controversies in meta-analysis: the case of the trials of serum cholesterol reduction. *Statistical methods in medical research*, **2**, 173–92.

Todd, G.F. (1972). *Statistics of Smoking in the United Kingdom, 6th ed.*, To-





السعر : 15 دولار أمريكي أومايعادلها